

ELETTRONICA

CdS Ingegneria Biomedica

LEZIONE I.02

Richiami relativi all'analisi di circuiti

Ricavare le equazioni del circuito

Leggi di Kirchhoff

Relazioni tensione-corrente

Analisi per grandi e piccoli segnali

Punto di riposo e linearizzazione

Comportamento nel tempo

Elementi con memoria

Analisi in transitorio, statica e in alternata

Risposta in frequenza

Parte 1

Ricavare le equazioni del circuito

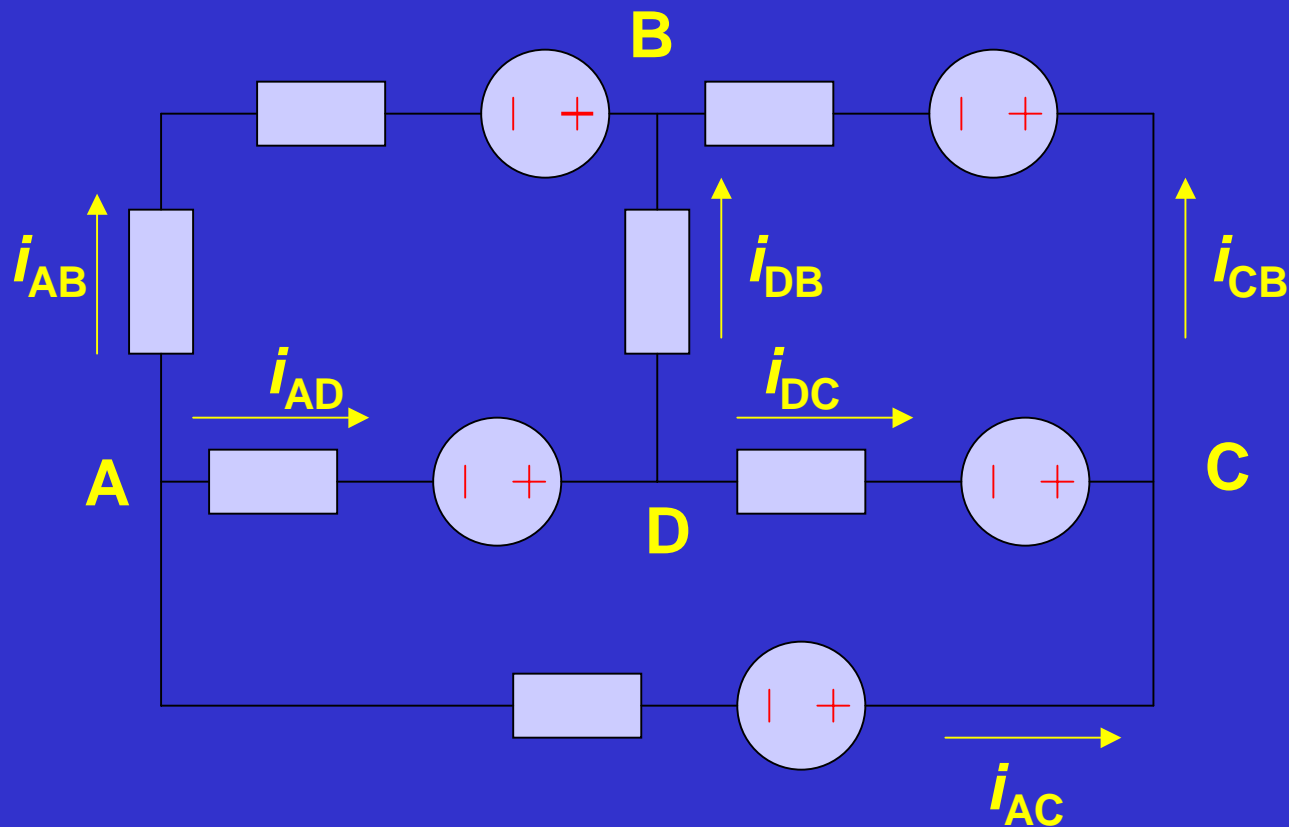
Leggi di Kirchhoff

Relazioni tensione-corrente

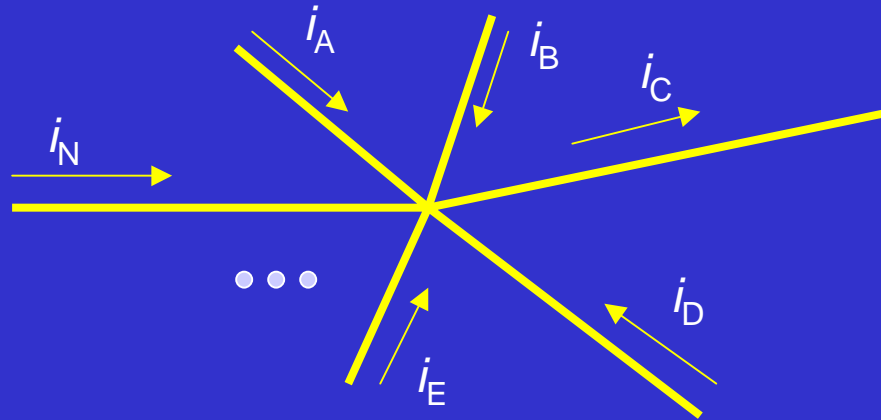
Analisi dei circuiti elettrici (1)

- **Sia dato un insieme di elementi circuitali interconnessi**
 - **Generatori indipendenti**
 - Alimentazione, segnali di ingresso, disturbi
 - **Bipoli qualsiasi**
 - Caratterizzati da relazioni tensione-corrente, lineari e non, con memoria e non
- **Determinare il comportamento del circuito**
 - Tensioni di tutti i nodi, rispetto a un riferimento
 - Correnti in tutti i rami

Analisi dei circuiti elettrici (2)



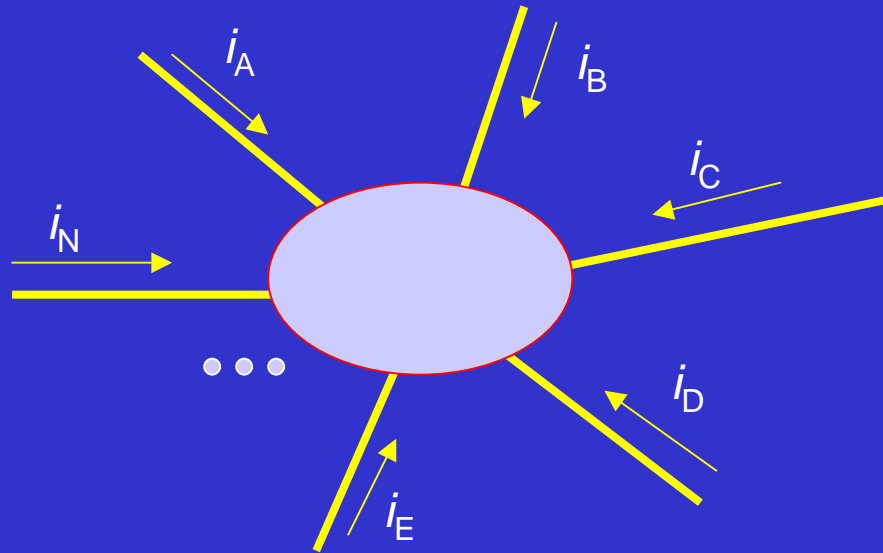
Legge di Kirchhoff per le correnti (KCL)



$$i_A + i_B - i_C + \dots + i_N = 0$$

- Il verso delle correnti è definito in relazione al nodo (per esempio, positivo se entranti nel nodo)
- Se i nodi sono M , si possono scrivere $(M - 1)$ relazioni indipendenti
- Se le correnti di tutti i rami sono imposte da generatori indipendenti, il circuito può non ammettere soluzione (nodo improprio)

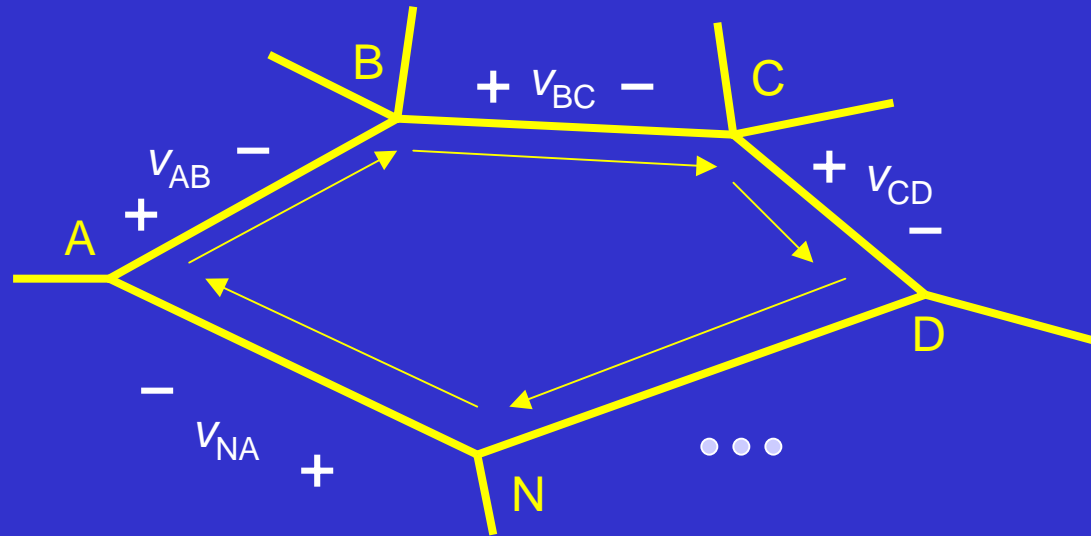
Generalizzazione a nodi estesi



$$i_A + i_B + i_C + \dots + i_N = 0$$

- La legge funziona allo stesso modo anche in relazione a **TUTTE** le correnti entranti o uscenti da un intero sottocircuito

Legge di Kirchhoff per le tensioni (KVL)



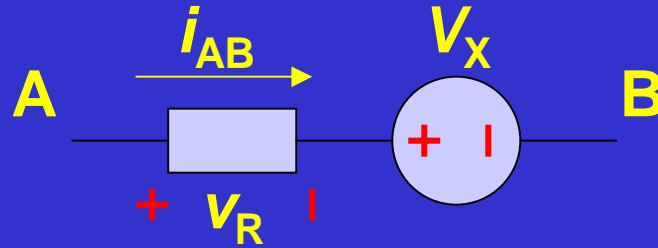
$$V_{AB} + V_{BC} + V_{CD} + \dots + V_{NA} = 0$$

- Il segno delle tensioni è definito dal verso di percorrenza della maglia
- Si hanno tante equazioni quante le maglie indipendenti
- Se le tensioni di tutti i rami di una maglia sono imposte da generatori indipendenti, il circuito può non ammettere soluzione (maglia impropria)

Relazioni $v-i$ e $i-v$

- Quando si usano le relazioni sulle correnti
 - Si parla di “analisi nodale”
 - Si usano generatori indipendenti di corrente
 - Conviene esprimere la corrente nei rami in funzione delle tensioni dei nodi estremi rispetto a un riferimento (caratteristiche $i-v$)
- Quando si usano le relazioni sulle tensioni
 - Si parla di “analisi alle maglie”
 - Si usano generatori indipendenti di tensione
 - Conviene esprimere la tensione di ogni ramo in funzione della rispettiva corrente (caratteristiche $v-i$)

Uso della caratteristica v - i



$$V_{AB} = V_R + V_X = V_R(i_{AB}) + V_X$$

➤ Generatore indipendente ideale V_X

➤ Il valore della tensione non dipende dalla corrente che lo attraversa

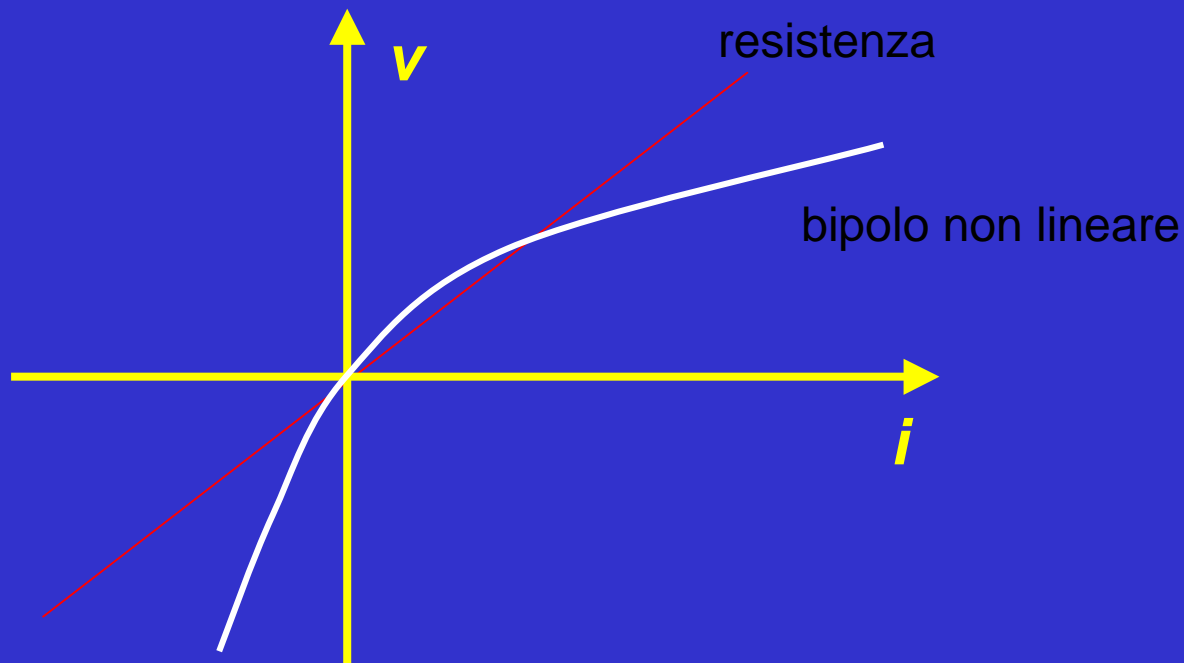
➤ Bipolo con una caduta di tensione V_R

➤ Dipendente dalla corrente

➤ La dipendenza può essere espressa in forma grafica o analitica

Bipoli senza memoria

- Caratteristica v - i valida istante per istante
- Il caso particolare della resistenza
 - Proporzionalità diretta: $v_R = R i_{AB}$



Soluzione del circuito

- **Soluzione di un sistema non lineare**
 - Si ricavano i valori di tutte le tensioni e le correnti
 - Si trova cioè un punto Q (o più punti) in uno spazio a molte dimensioni (pari alle variabili indipendenti), in cui valgono tutte le relazioni, istante per istante
 - In casi particolari sono garantite condizioni di **esistenza e unicità**, per esempio quando il circuito è composto da generatori indipendenti e resistenze

Parte 2

Analisi per grandi e piccoli segnali

Analisi del punto di lavoro e per piccoli segnali

Linearizzazione

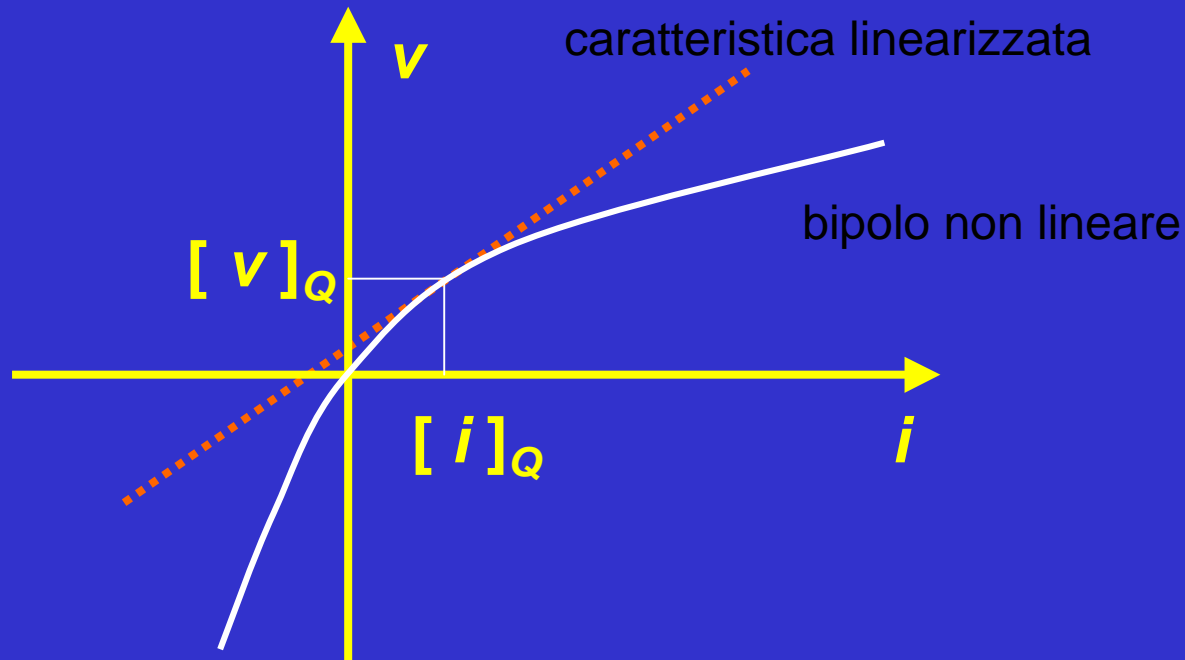
Richiami alle proprietà dei sistemi lineari

Analisi per piccoli segnali

- **Si risolve il circuito per i valori medi delle grandezze di ingresso**
 - **Si trova il punto di lavoro Q**
- **Si considerano piccole variazioni dei segnali di ingresso rispetto ai valori medi**
 - **Lo spostamento del punto Q potrà essere approssimato al primo ordine**
 - **La variazione delle coordinate di Q si può ottenere come combinazione lineare dei piccoli segnali in ingresso**
 - **I coefficienti della combinazione si ottengono derivando le espressioni di ciascuna coordinata in funzione del relativo piccolo segnale**

Linearizzazione

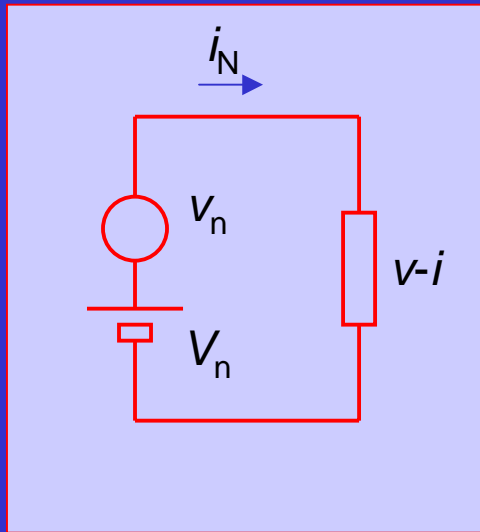
- Esiste un modo più semplice per trovare i coefficienti
 - È sufficiente linearizzare la relazione v - i di ogni bipolo nell'intorno del punto di lavoro



Resistenza differenziale

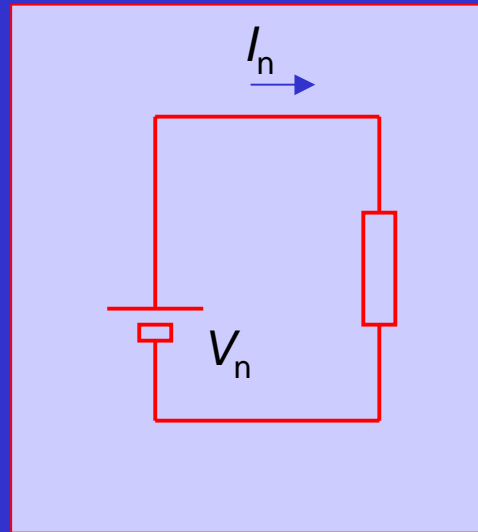
- La caratteristica linearizzata si trova come
$$v - [v]_Q = [dv/di]_Q (i - [i]_Q)$$
- La pendenza della caratteristica $v-i$ nel punto di lavoro Q viene definita resistenza differenziale
- A questo punto la soluzione per piccoli segnali può essere ottenuta così:
 - Si risolve il sistema lineare ottenuto a partire dal circuito elettrico composto
 - ① dai generatori indipendenti dei piccoli segnali (privi del valore medio)
 - ② dalle resistenze differenziali r_d di tutti i bipoli

Un semplice esempio



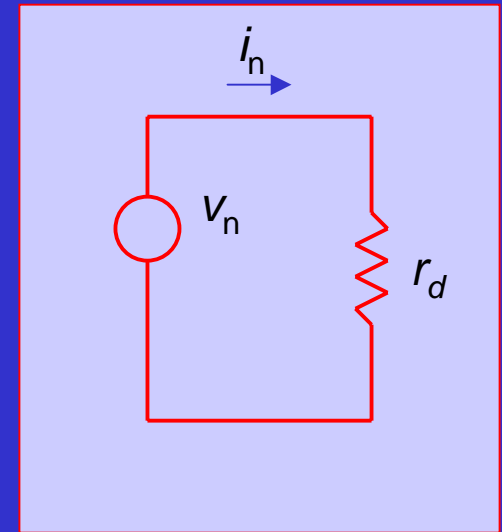
Circuito globale

=



Circuito per il
punto di lavoro

+



Circuito
linearizzato

Vantaggi dei sistemi lineari

- **Metodi numerici di soluzione semplici**
 - **Inversione di matrici**
- **Vale il principio della sovrapposizione degli effetti**
 - **L'uscita (come ogni altra grandezza) può essere trovata considerando separatamente i contributi dei singoli generatori**
- **Valgono i teoremi di riduzione dei bipoli a generatori con resistenza interna equivalenti (Thévenin e Norton)**
 - **Aiutano a semplificare circuiti complessi**
 - **Funzionano anche insieme a circuiti non lineari**

Generatori equivalenti

➤ Generatore di Thévenin

➤ Tensione v_{th}

- Si ottiene valutando la tensione a vuoto ai capi del bipolo

➤ Resistenza in serie R_{th}

- Si trova dopo avere sostituito nel bipolo i generatori di tensione con un cortocircuito e quelli di corrente con un circuito aperto

➤ Generatore di Norton

➤ Corrente i_n

- Si ottiene valutando la corrente di cortocircuito del bipolo

➤ Resistenza R_n

- Si trova allo stesso modo di R_{th}

➤ Relazioni tra i due modelli equivalenti

$$\begin{array}{lll} \text{➤ } i_n = v_{th}/R_{th} & v_{th} = R_n i_n & R_{th} = R_n = v_{th}/i_n \end{array}$$

Parte 3

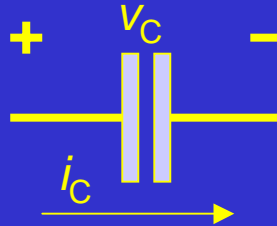
Comportamento nel tempo

Componenti con memoria
Analisi transitoria, DC e AC
Risposta in frequenza

Elementi con memoria

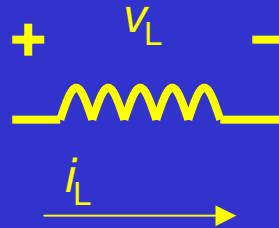
- **Esistono componenti che immagazzinano energia**
 - **Nel campo elettrico: condensatori**
 - Il valore della tensione è legato alla carica (integrale della corrente) immagazzinata
 - Se c'è di proporzionalità, il rapporto $Q / v = C$ si dice capacità
 - In generale, la relazione è non lineare: $Q = Q(v)$
 - **Nel campo magnetico: induttori e trasformatori**
 - Il valore della corrente è legato al flusso (integrale della tensione)
 - Se c'è di proporzionalità, il rapporto $\Phi / i = L$ si dice induttanza
 - In generale, la relazione è non lineare: $\Phi = \Phi(i)$

Condensatore



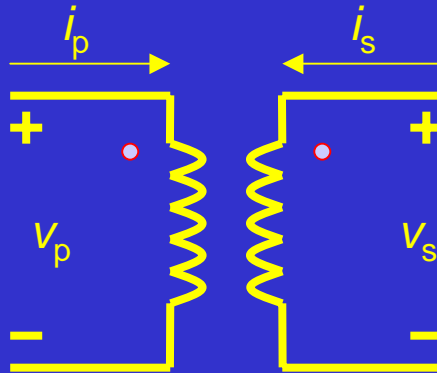
- **Relazione generale (differenziale) i - v**
 - $i_C = dQ/dt = dQ/dv dv_C/dt$
 - Posso definire la capacità differenziale $[dQ/dv]_Q$
- **In un sistema statico (tensioni costanti) la corrente in un condensatore è nulla**
 - Si può considerare un circuito aperto

Induttore



- **Relazione generale (differenziale) v - i**
 - $v_L = d\Phi/dt = d\Phi/di \, di_L/dt$
 - Posso definire l'induttanza differenziale $[d\Phi/di]_Q$
- **In un sistema statico (correnti costanti) la tensione ai capi di un'induttore è nulla**
 - Si può considerare un cortocircuito

Trasformatore



- Il flusso può concatenarsi con due diversi avvolgimenti
- Il riferimento (pallino) indica per quale verso delle correnti il flusso generato è concorde

Trasformatore ideale

➤ Caso ideale (parametri costanti, tempoinvarianti)

$$v_p = L_p di_p / dt + M di_s / dt$$

$$v_s = M di_p / dt + L_s di_s / dt$$

➤ Se anche il circuito magnetico è ideale si ha

$$L_p = N_p^2 / R \quad L_s = N_s^2 / R \quad M = N_p N_s / R$$

➤ Sostituendo nella seconda equazione di_p/dt ricavato dalla prima

$$v_s = (M / L_p) v_p + (L_s - M^2 / L_p) di_s / dt = (N_s / N_p) v_p$$

➤ Conta solo il rapporto-spire

Analisi transitoria per grandi segnali

- **Non esiste un punto di riposo**
 - Le variazioni dei generatori sono tali da non permettere una soluzione approssimata al primo ordine
- **Il circuito è descritto da equazioni non lineari con relazioni integrali e differenziali**
 - Soluzioni numeriche con metodi a passi
 - Complesse, con lunghi tempi di elaborazione
- **Indispensabile per l'analisi di grandi transitori**
 - Tipica dei circuiti digitali

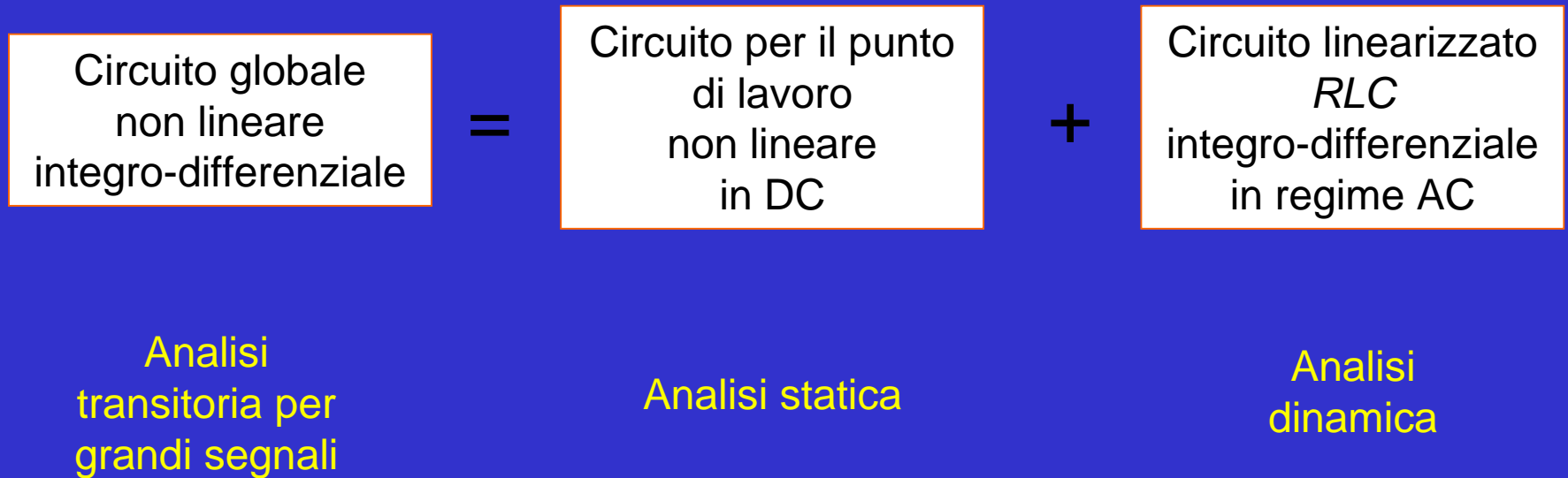
Analisi AC per piccoli segnali

- **Si risolve il circuito usando per le grandezze di ingresso i valori medi (analisi DC)**
 - **I condensatori sono circuiti aperti**
 - **Le induttanze sono cortocircuiti**
 - **Si trova il punto di lavoro Q**
- **Si considerano come segnali di ingresso piccole oscillazioni rispetto ai valori medi (analisi AC)**
 - **Il circuito linearizzato è composto da resistenze, condensatori e induttori differenziali valutati in Q**
 - **Si risolve questo circuito lineare in regime sinusoidale**
 - **Si evita la complessità di un sistema integro-differenziale**

Soluzione del circuito lineare in AC

- **Tutte le grandezze sono sinusoidali**
 - **È facile esprimere derivata e integrale di una grandezza**
$$v(t) = V_M \sin(\omega t)$$
$$dv/dt = V_M \omega \cos(\omega t) = \omega V_M \sin(\omega t + \pi/2)$$
$$\int v(t) dt = -V_M / \omega \cos(\omega t) = V_M / \omega \sin(\omega t - \pi/2)$$
 - **Facendo ricorso alla notazione fasoriale, si ha:**
$$v(t) \leftrightarrow V_M$$
$$dv/dt \leftrightarrow j\omega V_M$$
$$\int v(t) dt \leftrightarrow V_M / j\omega$$
- **Il comportamento della rete per ogni frequenza è individuato da un operatore complesso**
 - **Rapporto tra fasore di uscita e generatore di ingresso**

Ricapitolando



Segnali e regime sinusoidale

- Una singola senoide non porta informazione
- Qualunque segnale però è somma di sinusoidi

- Trasformata di Fourier

$$v(t) = 1/(2\pi) \int V(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$V(\omega) = \int v(t) e^{-j\omega t} dt$$

- Se un circuito è caratterizzato per tutte le frequenze (è nota la sua risposta in frequenza), la sua uscita può essere trovata per qualunque ingresso applicando il PSE

Fatto & Da fare

- **Richiami di teoria dei circuiti**
- **Caratterizzazione dei dispositivi elettronici, linearizzazione**
- **Analisi DC, AC e transitoria**
- **Risposta in frequenza di un circuito**
- **Principali componenti elettronici**
- **Componenti passivi lineari**
- **Diodi**
- **Transistori bipolari**
- **Transistori a effetto di campo**