



### Relazione tra rappresentazione e rappresentato

• Sulla base del meccanismo di ordinamento, si risale subito alla relazione

$$x = X_{m-1} B^{m-1} + X_{m-2} B^{m-2} \dots + X_1 B + X_0$$

$x$ : valore rappresentato

$X_i$ : simboli o CIFRE della rappresentazione

$B$ : base della rappresentazione

$B^i$ : peso della cifra  $X_i$  nella rappresentazione

• la nostra comune numerazione usa  $B=10$  (abbiamo 10 dita ---). Possiamo avere interesse altre basi -  
Nella nostra architettura è facile implementare sistemi con soli 2 simboli - Considereremo  $B=2$ ;  $B=8$ ;  $B=16$  -

### Operazioni tra numeri rappresentati con notazione POS - SUMA

• Esaminiamo la somma tra 2 cifre. Il range del risultato sarà tra.

$$R_i = X_i + Y_i \quad 0 \leq R \leq 2B-2$$

Averemo quindi 2 casi  $0 \leq R \leq B-1$  il risultato sarà espresso con una cifra dello stesso peso

$B \leq R \leq 2B-2$  essendo  $R \geq B$  possiamo scrivere  $R = R' + B$  con  $0 \leq R' \leq B-2$

• Possiamo TABELLARE il risultato di tutte le possibili somme tra 2 cifre - (uso come simboli le cifre arabe)

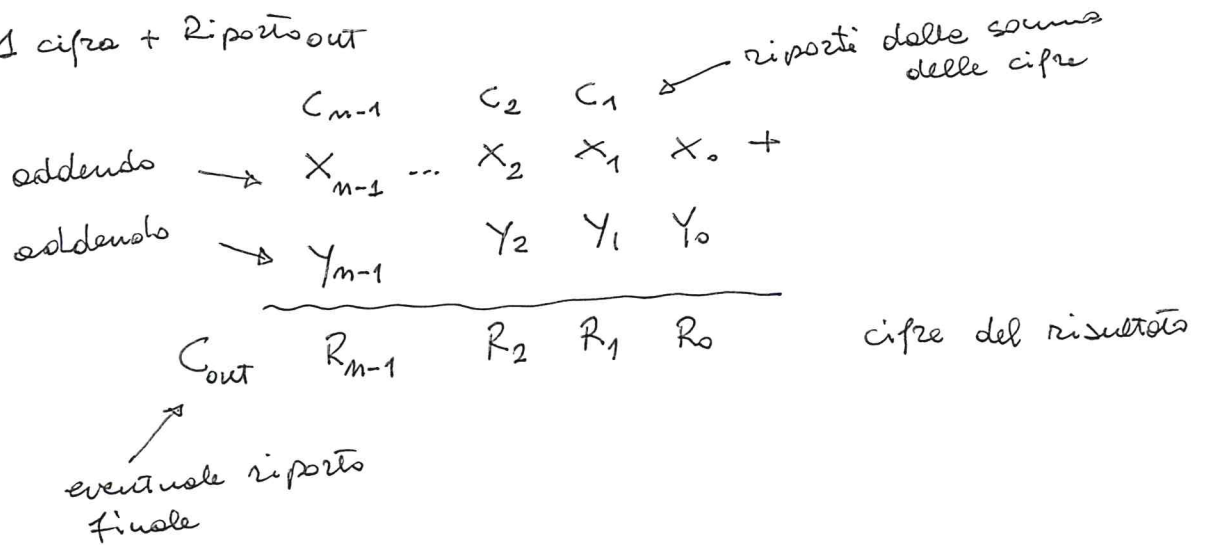
$B=6$  (per esempio)

	0	1	2	3	4	5
0	0	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5	10
2	2	3	4	5	10	11
3	3	4	5	10	11	12
4	4	5	10	11	12	13
5	5	10	11	12	13	14

(si può aggiungere carry)

in ROSSO i casi con  $R \geq B$

- Se la somma di 2 cifre  $\geq B$ , dobbiamo aumentare di 1 il valore della cifra di peso immediatamente superiore  
 - RIPORTO *carry*
- Anche considerando l'eventuale RIPORTO, la somma di 2 cifre + Riporto<sub>in</sub> ha range  $0 \leq R \leq B-1$  e sarà esprimibile con 1 cifra + Riporto<sub>out</sub>

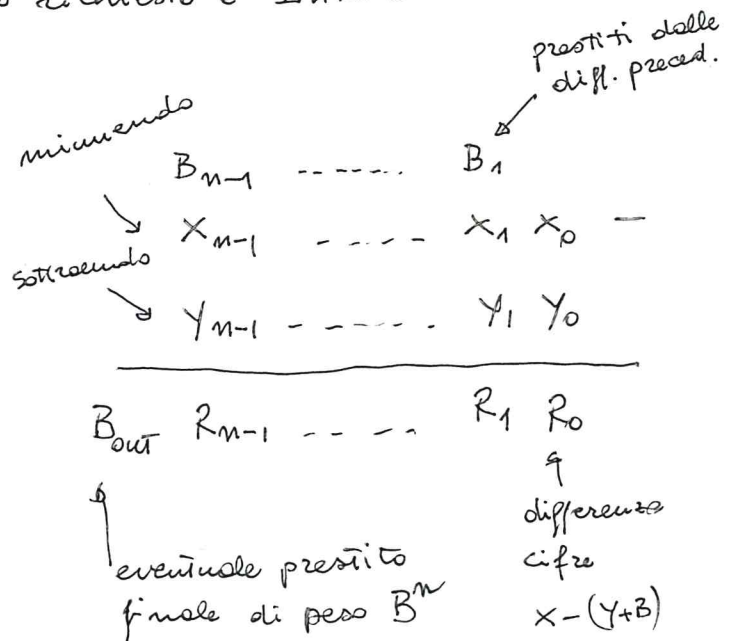


• NOTA: VALE per OGNI BASE

### DIFFERENZA

- Si può affrontare con *borrow* una tecnica simile, introducendo l'idea di PRESTITO quando la cifra del MINUENDO non copre la somma tra prestito richiesto e SOTTRAENDO.
- Stesso esempio con  $B=6$

		MINUENDO					
		0	1	2	3	4	5
SOTTRAENDO + PRESTITO avuti	0	0	1	2	3	4	5
	1	B5	0	1	2	3	4
	2	B4	B5	0	1	2	3
	3	B3	B4	B5	0	1	2
	4	B2	B3	B4	B5	0	1
	5	B1	B2	B3	B4	B5	0
S+1	B0	B1	B2	B3	B4	B5	



# MOLTIPLICAZIONE

#2.4

• Esaminiamo il risultato del prodotto

$$(x_2 B^2 + x_1 B + x_0)(y_2 B^2 + y_1 B + y_0) = x_0 y_0 + (x_1 y_0 + x_0 y_1) B + (x_2 y_0 + x_1 y_1 + x_0 y_2) B^2 + (x_2 y_1 + x_1 y_2) B^3 + x_2 y_2 B^4$$

• Osserviamo che nel risultato ci sono i prodotti tra le cifre (che tabelleremo in una TABELLA PITAGORICA) che andremo sommati secondo i pesi relativi

• Esempifichiamo ancora con  $B=6$

	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5
2	0	2	4	10	12	14
3	0	3	10	13	20	23
4	0	4	12	20	24	32
5	0	5	14	23	32	41

• Ora possiamo individuare l'algoritmo

$$\begin{array}{r}
 x_{m-1} \quad x_1 \quad x_0 \quad x \\
 y_{m-1} \quad y_1 \quad y_0 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 R_{0,m-2} \quad R_{0,1} \quad R_{0,0} \\
 y_0 x_{m-1} \quad y_0 x_1 \quad y_0 x_0 \\
 R \quad R \\
 y_1 x_{m-1} \quad y_1 x_{m-2} \quad y_1 x_0 \quad - \\
 y_2 x_{m-1} \quad y_2 x_{m-2} \quad y_2 x_{m-3} \quad y_2 x_0 \quad - \quad -
 \end{array}
 \end{array}$$

può essere ripartito secondo tabella

$$R_{2m-1} \dots R_{m+1} \quad R_m \quad R_{m-1} \quad R_2 \quad R_1 \quad R_0$$

• Range  $0 \dots (B^m - 1)(B^m - 1) = B^{2m} - 2B^m + 1$   
quindi  $2m$  cifre

$$B^{2m-1} - 1 < B^{2m} - 2B^m + 1 < B^{2m} - 1 \quad (\forall B, m)$$

infatti

#2.5

$$B^{2m} - B^{2m-1} - 2B^m + 2 = B^m (B^m - B^{m-1} - 2) + 2 = \\ = B^m [B^{m-1} (B-1) - 2] + 2 > \phi \quad \forall B \geq 2; \forall m \geq 2$$

crescente con  $B$  e con  $m$

quindi il minimo si ha per  $m=2; B=2$

$$4 [2 \cdot 1 - 2] + 2 = 2 > \phi$$

se  $m=1$  e  $B=2$  (1 cifra binaria) il prodotto è su 1 cifra  $\{0 \cdot 0 = 0; 0 \cdot 1 = 0; 1 \cdot 0 = 0; 1 \cdot 1 = 1\}$