

## 5. Modelli a parametri concentrati e distribuiti

## Modelli a parametri concentrati e distribuiti

- **Costanti concentrate**
  - Le tensioni e le correnti sono solo funzioni del tempo:  $V(t)$  e  $I(t)$
  - Per l'analisi di una rete si possono usare le LEGGI DI KIRCHHOFF
- **Costanti distribuite**
  - Le tensioni e le correnti sono funzioni del tempo e dello spazio:  $V(t,x)$  e  $I(t,x)$
  - Per l'analisi di una rete si devono usare le EQUAZIONI DI MAXWELL

## Tempi di propagazione tipici

- Costante dielettrica  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$  [F/m]
- Permeabilità magnetica  $\mu_0 = 1.26 \times 10^{-6}$  [H/m]

MEZZO	$\epsilon_r$	$T_p$ [ps/cm]	$V$ [m/s]x10 <sup>8</sup>
Aria	1	33.4	2.99
Cavo Coassiale	1.8	44.7	2.23
PCB (in FR4 Traccia esterna)	2.8 – 4.5	56 - 71	1.7 – 1.4
PCB (in FR4 Traccia interna)	4.5	70.7	1.41
PCB (in Allumina Traccia est.)	8 - 10	94 - 105	1- 0.9

71

S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

## Lunghezza efficace (1/2)

Concetto di *lunghezza efficace*  $l$  di una porzione caratteristica di un segnale elettrico (per esempio un fronte di salita)

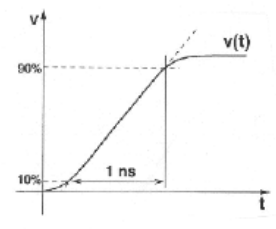
*Esempio:*

Porta logica ECL 10KH,

$T_r = 1$  ns

PCB in FR4, traccia esterna  $\Rightarrow T_p = 60$  ps/cm

$$l = \frac{T_r}{T_p} = 16,7 \text{ cm}$$



Cosa succede in una pista di lunghezza  $L$  stimolata da questo fronte?

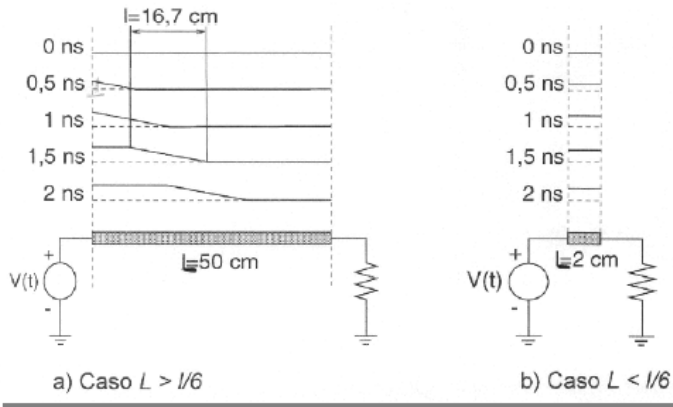
source: [W.2]

72

S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

## Lunghezza efficace (2/2)

Empiricamente si pone  $l/6$  come limite tra i 2 modelli  
(dipende da lunghezza connessione, mezzo, trise e quindi  
contenuto frequenziale del segnale)



$L < l/6 \Rightarrow$  COSTANTI CONCENTRATE  $\Rightarrow$  POSSO RITENERE LA LINEA EQUIPOTENZIALE

source: [W.2] Le prestazioni di un circuito sono influenzate dalle sue dimensioni fisiche

S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

73

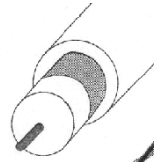
## 6. Richiami di linee di trasmissione

S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

74

## Esempi di linee di trasmissione (1/2)

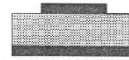
cavo coassiale



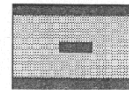
doppino intrecciato



microstrip



stripline

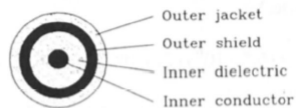


S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

75

## Esempi di linee di trasmissione (2/2)

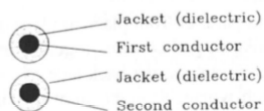
Coaxial cable



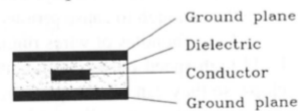
Microstrip



Twisted pair



Stripline



source: [L.1]

S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

76

# Linee di trasmissione – modello generale

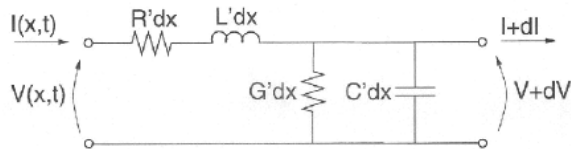
## Linee di Trasmissione

Data una linea di trasmissione indichiamo con:

- $L' \Rightarrow$  induttanza per unità di lunghezza
- $R' \Rightarrow$  resistenza per unità di lunghezza
- $C' \Rightarrow$  capacità per unità di lunghezza
- $G' \Rightarrow$  conduttanza per unità di lunghezza

### Elemento di linea

Il circuito elettrico che rappresenta un elemento di linea è il seguente



source: [L.2]

77

S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

# Linee di trasmissione senza perdita (1/2)

## Linee senza Perdite

Una linea si dice senza perdite quando  $R' \text{ e } G' \Rightarrow 0$ . (PCB  $\Rightarrow$  linee senza perdite)

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -L' \cdot \frac{\partial I}{\partial t}$$

$$\frac{\partial I}{\partial x} = -C' \cdot \frac{\partial V}{\partial t}$$

Definiamo:

Ritardo di propagazione:

$$T_P = \sqrt{L' \cdot C'}$$

Velocità di propagazione:

$$v = T_P^{-1}$$

Impedenza caratteristica:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

source: [W.2]

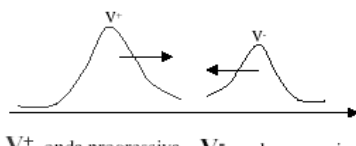
78

S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

## Linee di trasmissione senza perdita (2/2)

La soluzione è del tipo (verificare per sostituzione):

$$V(x,t) = V^+ \left( t - \frac{x}{V} \right) + V^- \left( t + \frac{x}{V} \right)$$

$$I(x,t) = \frac{V^+ \left( t - \frac{x}{V} \right) - V^- \left( t + \frac{x}{V} \right)}{Z_0}$$


$V^+$  onda progressiva     $V^-$  onda regressiva

Le due onde si propagano senza cambiar di forma, cioè  
il segnale non viene distorto.  
 In altre parole, velocità di fase e di gruppo coincidono.

source: [W.2]

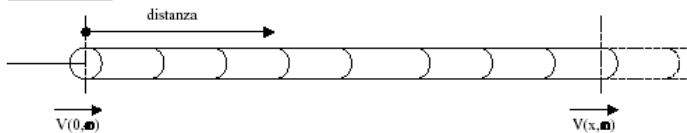
79

S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

## Linee di trasmissione con perdita (1/2)

Linee con perdite ( $R' \text{ e } G' \neq 0$ )

Linea infinita:



Funzione di trasferimento tra la sezione 0 e la sezione x:

$$\frac{V(x, \omega)}{V(0, \omega)} = H_x(\omega) = \exp\left(-\sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} \cdot x\right)$$

Costante di propagazione

$$\bar{D} = \sqrt{(j\omega L' + R')(j\omega C' + G')} [m^{-1}]$$

parte reale	⇒	costante di attenuazione
parte immaginaria	⇒	costante di fase

source: [W.2]

80

S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

## Linee di trasmissione con perdita (2/2)

Impedenza Caratteristica

$$Z_0 = \frac{V(x, \omega)}{I(x, \omega)} = \sqrt{\frac{j\omega L' + R'}{j\omega C' + G'}} \quad [\Omega]$$

$G' \Leftrightarrow$  perdite dielettriche e di conduzione, solitamente trascurabili nei PCB per sistemi digitali.

$\omega L' \gg R'$                       Linea a basse perdite

$\omega L' \ll R'$                       Linea RC

source: [W.2]

81

S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

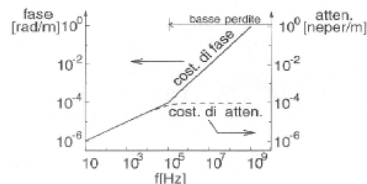
## Linee di trasmissione a basse perdite (1/2)

Linee a basse perdite

$$\Im\{D\} = \omega \cdot \sqrt{L' \cdot C'} \propto \omega$$

$$\Re\{D\} = \frac{1}{2} R' \cdot \sqrt{\frac{C'}{L'}} = \cos t.$$

$$H_x(\omega) = e^{\frac{1}{2} R' \sqrt{\frac{C'}{L'}} x} \cdot e^{-j\omega \sqrt{L' \cdot C'} x}$$



La linea non distorce, ma introduce una attenuazione proporzionale alla lunghezza.

source: [W.2]

82

S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

## Linee di trasmissione a basse perdite (2/2)

Approssimazione Accettabile

Impedenza Caratteristica  $Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \quad [\Omega]$

Attenuazione  $4.34 \cdot \left( R' \cdot \sqrt{\frac{C'}{L'}} \right) \quad [dB/m]$

Ritardo  $T_p = \sqrt{L' \cdot C'} \quad [s/m]$

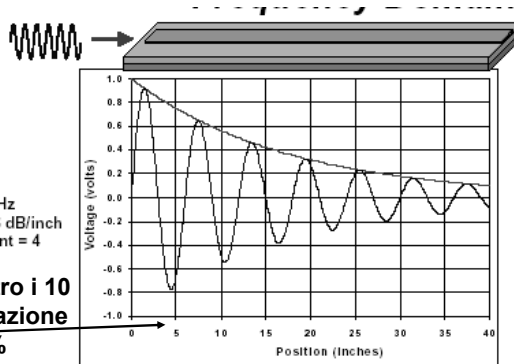
**Tratto la linea con stessa teoria e strumenti di quelle senza perdita ma in più tengo conto di un fattore di attenuazione in dB/m**

source: [W.2]

83

S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

## Esempio di effetti di linee di trasmissione a basse perdite



**Conditions:**  
 Amplitude = 1v  
 Frequency = 1 GHz  
 Attenuation = 0.5 dB/inch  
 Dielectric constant = 4

**Per connessioni entro i 10 cm (4 inch) l'attenuazione max. è sul 20%**

$$V(x) = V_0 10^{(-A_{dB} \cdot x)} = V_0 10^{\left(-x \cdot \frac{\alpha_{dB}}{20}\right)}$$

$A_{dB}$  = attenuation in dB  
 $\alpha_{dB}$  = attenuation per length in dB/length

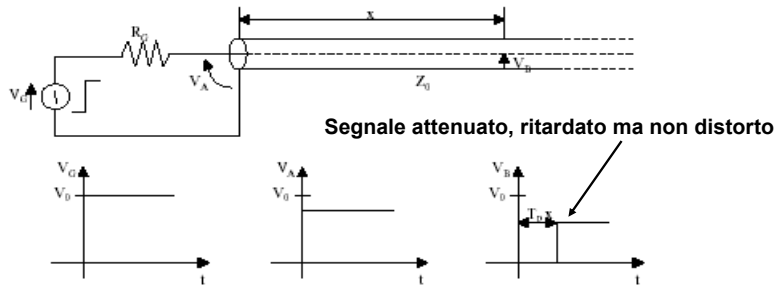
84

S. Saponara- Costruzioni Elettroniche



## Adattamento in linee di trasmissione (1/3)

Esempio: Linea infinita pilotata da generatore con resistenza interna  $R_G$



$$V_G(t) = V_0 \cdot h(t)$$

$$V_A(t) = \frac{V_0 \cdot Z_0}{R_G + Z_0} \cdot h(t)$$

$$V_B(t) = \frac{V_0 \cdot Z_0}{R_G + Z_0} \cdot h(t - T_P \cdot x)$$

Linea infinita = linea terminata su carico (RL) di impedenza pari a caratteristica  $Z_0$  (adattamento  $\rightarrow$  no riflessione)

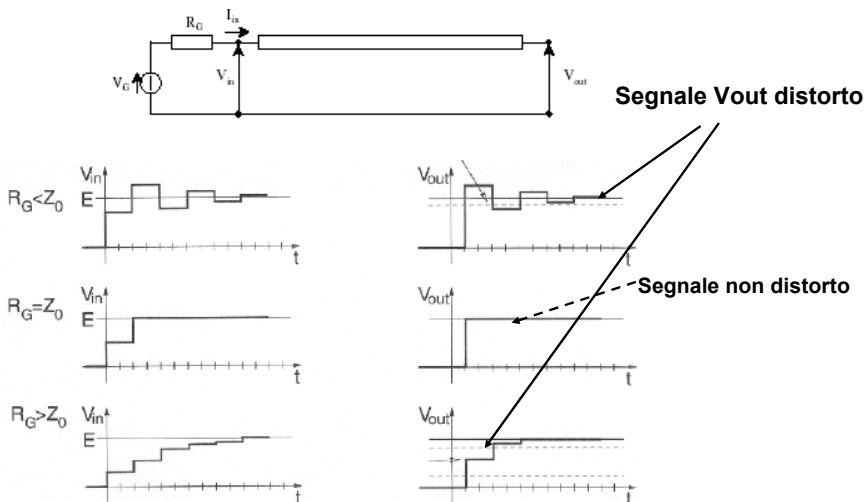
source: [W.2]

S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

85

## Adattamento in linee di trasmissione (2/3)

Esempio: Linea aperta (o con  $RL \gg Z_0$ ) pilotata da generatore ( $V_G$  è gradino di ampiezza E) con resistenza interna  $R_G$



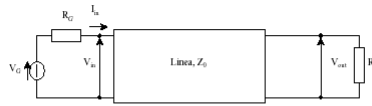
source: [W.2]

S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

86

## Adattamento in linee di trasmissione (3/3)

Sistema ha  $R_G$  e  $R_L$  che dipendono da scelta componenti e  $Z_0$  che dipende da progetto della connessione. Una volta fatta connessione si può agire lato generatore o lato ricevitore con delle terminazioni per realizzare adattamento



$R_L$  riduce:

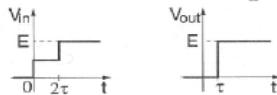
- le riflessioni (scompaiono se  $R_L = Z_0$ )
- il segnale in uscita (viene dimezzato se  $R_G = R_L = Z_0$ )

87

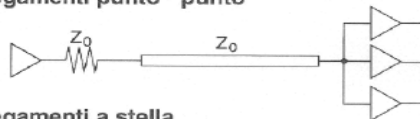
S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

## Esempi di terminazioni (1/3)

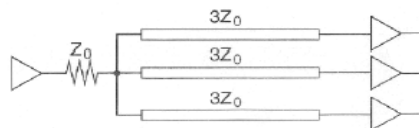
Terminazione serie :  $R_G = Z_0$ , linea aperta



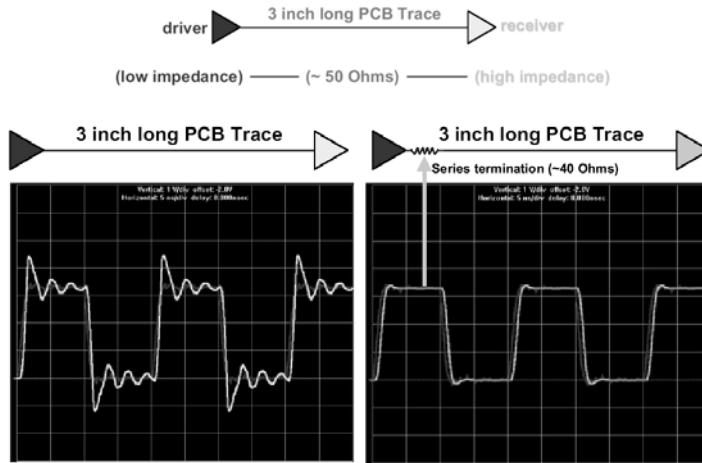
- collegamenti punto - punto



- collegamenti a stella



## Esempi di terminazioni (2/3)



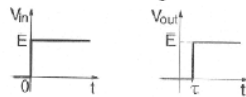
Riduzione di fenomeni di ringing tramite adattamento  
 (40  $\Omega$  in serie a R del driver, di alcuni  $\Omega$ , e riduco distorsioni come in slide 86 nel caso  $R_G=Z_0$ )

S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

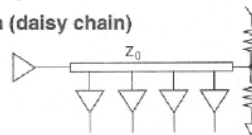
89

## Esempi di terminazioni (3/3)

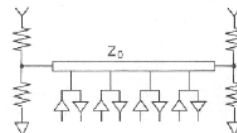
Terminazione parallelo :  $R_G=0, R_L=Z_0$



- collegamenti a catena (daisy chain)



- collegamenti a bus

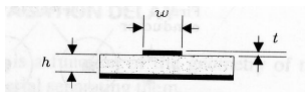


---> dissipazione potenza su  $R_L$

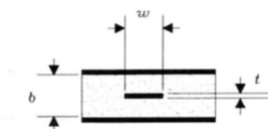
## 7. Collegamenti su PCB: Microstrip e Stripline

### Microstrip e Stripline

Tracce di materiale conduttore su circuito stampato

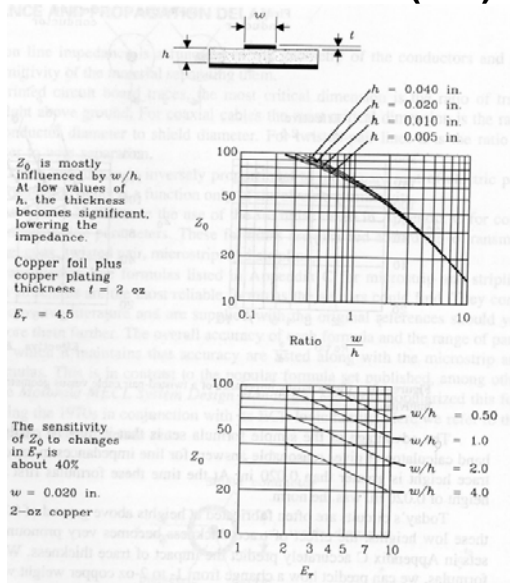


Microstrip



Stripline

# Caratteristiche microstrip vs. geometria (1/2)



$Z_0$  vs.  $W$  e  $h$   
( $\epsilon_r = 4.5$  tipico di FR4 PCB)

$Z_0$  vs.  $\epsilon_r$

source: [L.1]

S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

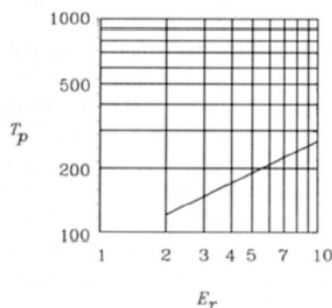
93

# Caratteristiche microstrip vs. geometria (2/2)

Propagation delay, ps/in.

The sensitivity of  $T_p$  to changes in  $\epsilon_r$  is exactly  $1/2$ .

Only  $\epsilon_r$  controls propagation delay; parameters  $b, w$ , and  $t$  don't matter.



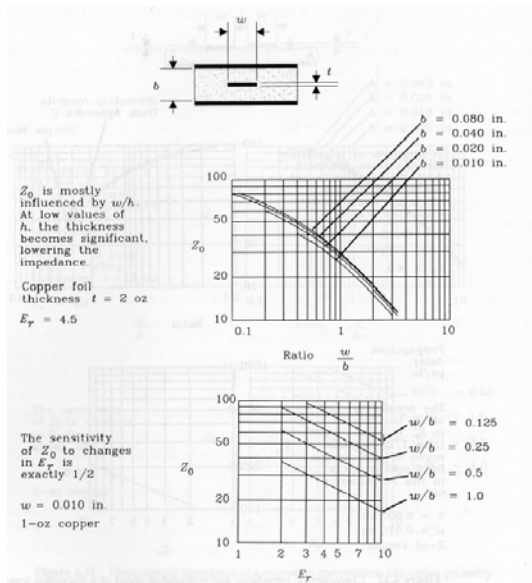
Propagation delay (ps/inch) vs.  $\epsilon_r$

source: [L.1]

S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

94

## Caratteristiche stripline vs. geometria (1/3)



$Z_0$  vs.  $W$  e  $b$   
 ( $\epsilon_r = 4.5$  tipico di FR4 PCB)

$Z_0$  vs.  $\epsilon_r$

source: [L.1]

S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

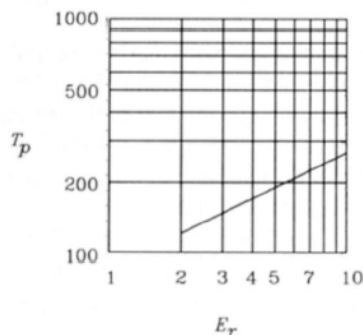
95

## Caratteristiche stripline vs. geometria (2/3)

Propagation delay,  
 ps/in.

The sensitivity of  $T_p$  to changes in  $\epsilon_r$  is exactly  $1/2$ .

Only  $\epsilon_r$  controls propagation delay; parameters  $b$ ,  $w$ , and  $t$  don't matter.



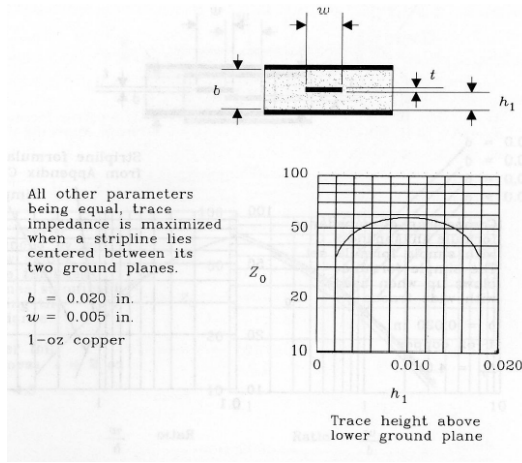
Propagation delay  
 (ps/inch) vs.  $\epsilon_r$

source: [L.1]

S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

96

## Caratteristiche stripline vs. geometria (3/3)



$Z_0$  in stripline non equidistante da due piani conduttori

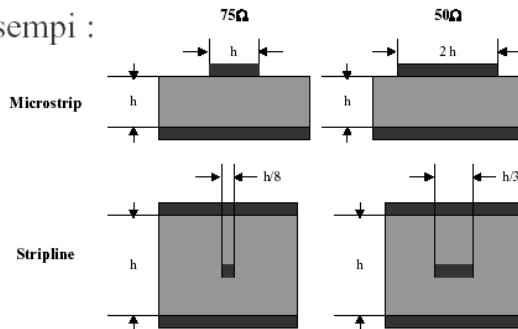
source: [L.1]

S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

97

## Microstrip e Stripline da 50 $\Omega$ e 75 $\Omega$

Esempi :



S. Saponara- Costruzioni Elettroniche

98