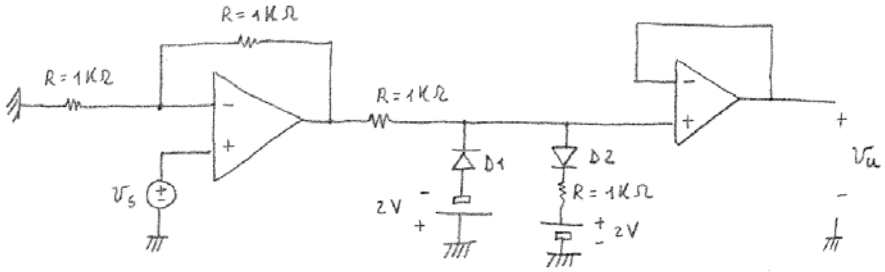
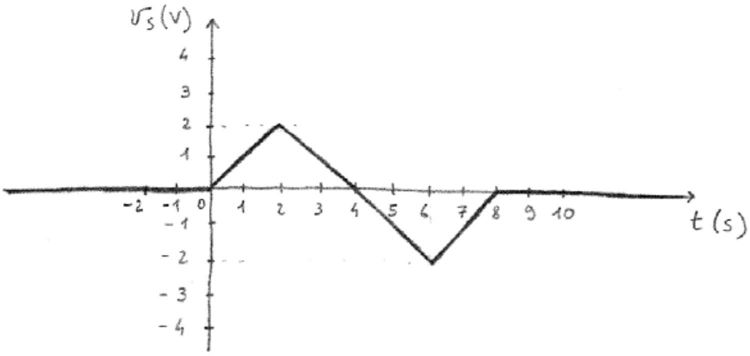
Scheda **A17_04**		Data: **21 aprile 2017**
Cognome	Nome	Matricola

ESERCIZIO N°1

6.5 punti (4)

Si determini la caratteristica ingresso/uscita del circuito riportato nella parte superiore della figura. Si grafichi inoltre l'andamento nel tempo della tensione di uscita $v_u(t)$ nel caso in cui la tensione di ingresso $v_s(t)$ sia il segnale mostrato nella parte inferiore della figura. Si considerino ideali i diodi e gli amplificatori operazionali.

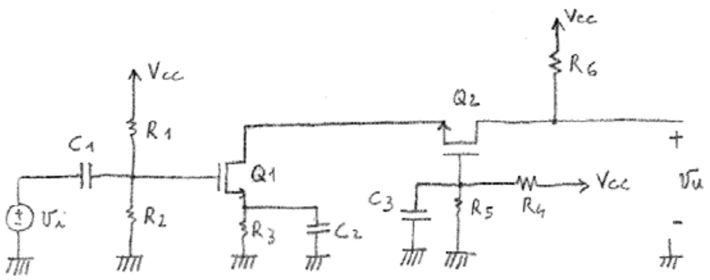




ESERCIZIO N°2

7 punti (4)

Con riferimento al circuito in figura, determinare il valore di R_3 sapendo che la tensione di uscita V_u a riposo è pari a 9 V. Determinare inoltre il punto di lavoro dei due transistori.



$R_1 = 10\,K\Omega$
$R_2 = 5\,K\Omega$
$R_4 = 5\,K\Omega$
$R_5 = 10\,K\Omega$
$R_6 = 3\,K\Omega$
$C_1 = 1\,\mu F$
$C_2 = 10\,nF$
$C_3 = 1\,\mu F$

$V_{cc} = 12\,V$

SIA PER Q1 CHE PER Q2:

$\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 2 \frac{mA}{V^2}$

$V_T = 1\,V$

ESERCIZIO N°3

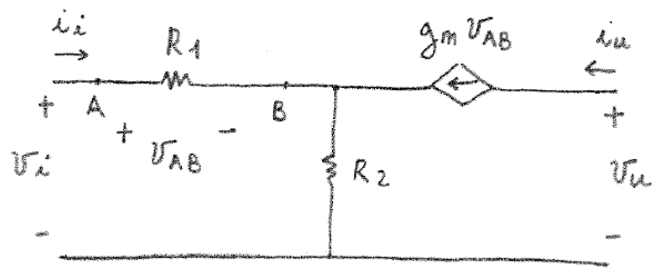
7 punti (4)

Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui però stavolta si assuma R_3=1 KΩ e g_{m1}=g_{m2}=2 mA/V. Se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s)=V_u/V_i$ e se ne grafichi il diagramma di Bode del modulo.

ESERCIZIO N°4

6 punti (4)

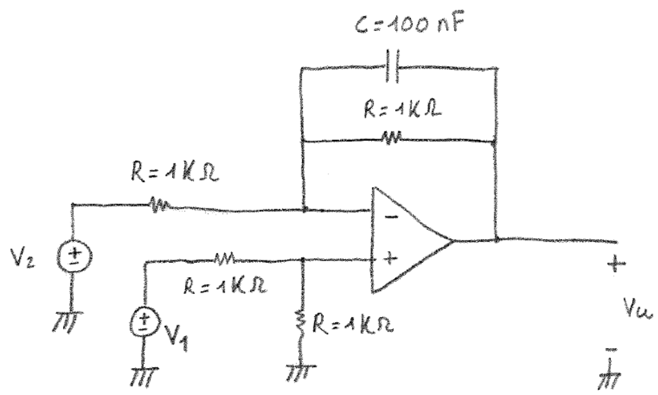
Si ricavino i parametri g_f e g_i per il circuito mostrato in figura.



ESERCIZIO N°5

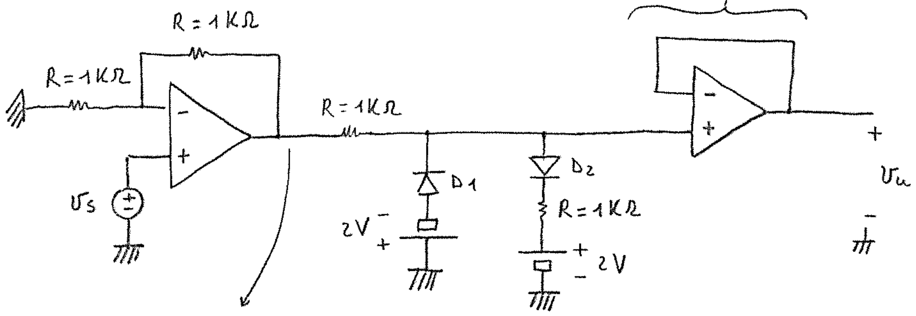
6.5 punti (4)

Ricavare il massimo sbilanciamento in uscita del circuito mostrato in figura, assumendo $|V_{i0}|_{max} = 100\ \mu V$, $I_B = \frac{I_1 + I_2}{2} = 100\ nA$ e $|I_{i0}|_{max} = |I_1 - I_2|_{max} = 20\ nA$. Si consideri l'amplificatore operazionale ideale.



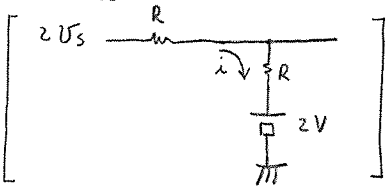
①

è un semplice buffer

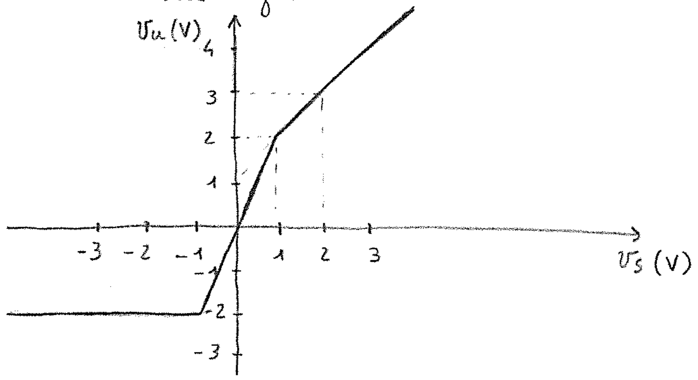


qui avremo una tensione $V_S \cdot \left(1+\frac{R}{R}\right) = 2V_S$

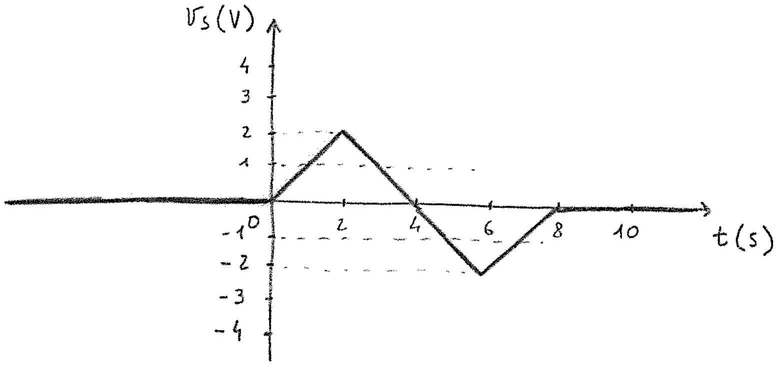
$$V_u = \begin{cases} -2V & \text{per } 2V_S \leq -2V \rightarrow V_S \leq -1V \quad (D_1 \text{ conduce, } D_2 \text{ interdetto}) \\ 2V_S & \text{per } -2V \leq 2V_S \leq 2V \rightarrow -1V \leq V_S \leq 1V \quad (D_1 \text{ interdetto, } D_2 \text{ interdetto}) \\ 2V + \underbrace{\frac{2V_S - 2V}{2R}}_{i} \cdot R = 2V + \frac{2V_S - 2V}{2} = 2V + V_S - 1V = V_S + 1V & \text{per } 2V_S \geq 2V \rightarrow V_S \geq 1V \\ & (D_1 \text{ interdetto, } D_2 \text{ conduce}) \end{cases}$$



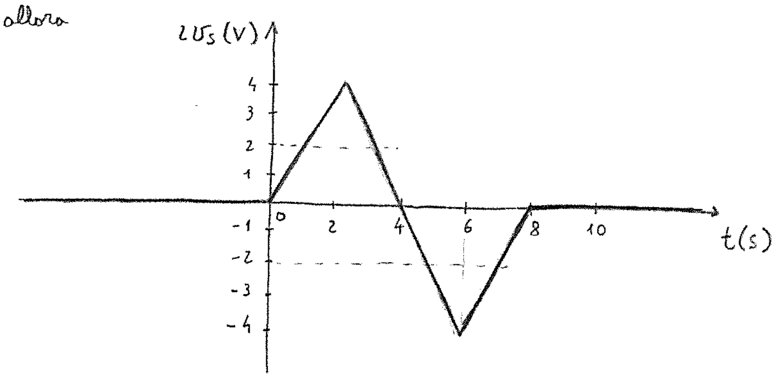
Quindi la caratteristica ingresso-uscita è



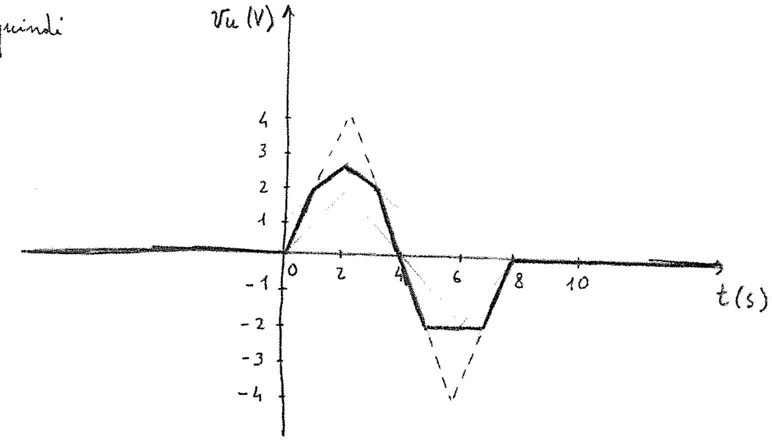
Se in ingresso abbiamo:



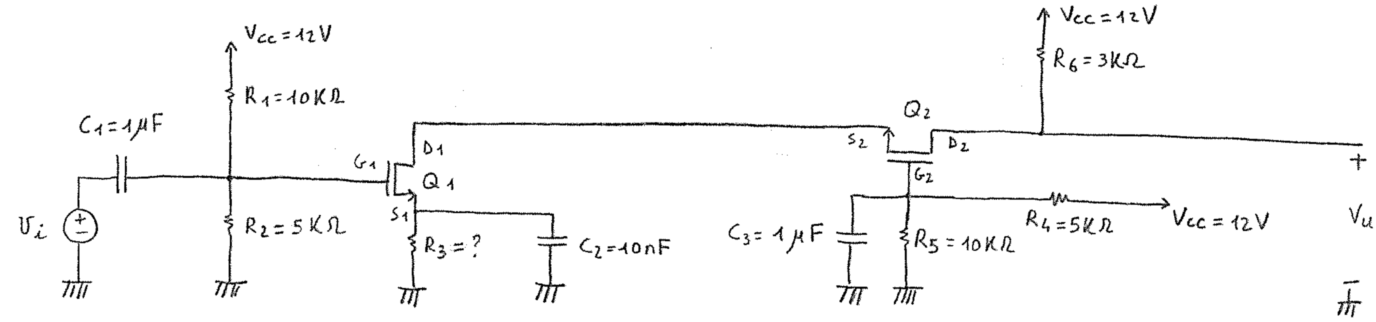
allora



e quindi

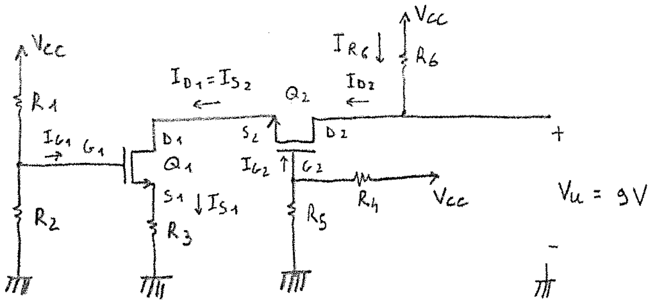


②



$\left(\mu_n C_{ox} \frac{W}{L}\right)_1 = \left(\mu_n C_{ox} \frac{W}{L}\right)_2 = 2 \frac{mA}{V^2}$; $V_{T_1} = V_{T_2} = 1V$

A riposo abbiamo:



$V_{uQ} = 9V \rightarrow I_{R_6} = \frac{V_{cc} - V_{uQ}}{R_6} = 1mA$

$I_{R_6} = I_{D_2} = I_{S_2} = I_{D_1} = I_{S_1} = 1mA$

(perché $I_{G_2} = 0$) (perché $I_{G_1} = 0$)

$I_{G_1} = 0 \rightarrow V_{G_1} = V_{cc} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 4V$

$I_{G_2} = 0 \rightarrow V_{G_2} = V_{cc} \frac{R_5}{R_4 + R_5} = 8V$

ipotesi 1: Q_2 in saturazione

$I_{D_2} = K (V_{GS_2} - V_T)^2$ con $K = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \frac{1}{2} = 1 \frac{mA}{V^2}$

$\rightarrow V_{GS_2} = V_T \pm \sqrt{\frac{I_{D_2}}{K}} = 2V$

scelgo il segno + perché così facendo ottengo una $V_{GS_2} > V_T$ (che è la condizione per cui un NMOS conduce)

$V_{S_2} = V_{G_2} - V_{GS_2} = 6V$

$V_{D_2} = V_u = 9V$

$V_{DS_2} = V_{D_2} - V_{S_2} = 3V > V_{GS_2} - V_T = 2V - 1V = 1V$

essendo $V_{GS_2} > V_T$ e $V_{DS_2} > V_{GS_2} - V_T$, è verificata l'ipotesi 1

ipotesi 2: Q_1 in saturazione

$I_{D_1} = K (V_{GS_1} - V_T)^2$ con $K = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \frac{1}{2} = 1 \frac{mA}{V^2}$

$\rightarrow V_{GS1} = V_T \pm \sqrt{\frac{I_{D1}}{K}} = 2V$

scelgo il segno + perché così facendo ottengo una $V_{GS1} > V_T$ (che è la condizione per cui un NMOS conduca)

$V_{S1} = V_{G1} - V_{GS1} = 2\,V$

$V_{D1} = V_{S2} = 6\,V$

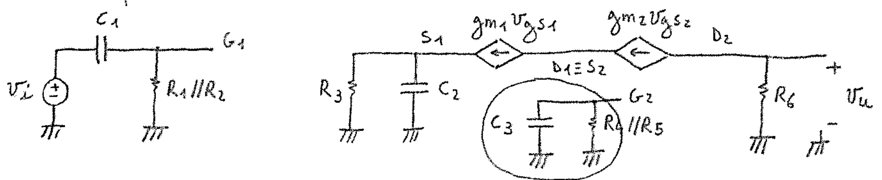
$V_{DS1} = V_{D1} - V_{S1} = 4\,V > V_{GS1} - V_T = 2V - 1V = 1\,V$

essendo $V_{GS1} > V_T$ e $V_{DS1} > V_{GS1} - V_T$, è verificata l'ipotesi 2

$R_3 = \frac{V_{S1}}{I_{S1}} = 2\,K\Omega$

$$\left[\begin{array}{l} g_{m1} = \left.\frac{\partial I_{D1}}{\partial V_{GS1}}\right|_{V_{DS1}=V_{DS1Q}} = 2K(V_{GS1} - V_T) = 2\,\frac{mA}{V} \\ g_{m2} = \left.\frac{\partial I_{D2}}{\partial V_{GS2}}\right|_{V_{DS2}=V_{DS2Q}} = 2K(V_{GS2} - V_T) = 2\,\frac{mA}{V} \end{array}\right]$$

③ Circuito equivalente per piccoli segnali:

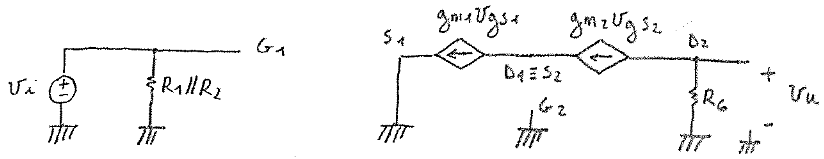


$\rightarrow V_{G2} = 0$ a prescindere da C_3, che quindi (non influendo sull'uscita) non introduce singolarità (o equivalentemente introduce un polo e uno zero coincidenti)

$R_3 = 1\,K\Omega$

$g_{m1} = g_{m2} = 2\,\frac{mA}{V}$

A centrobanda (C_1 e C_2 chiusi):



$v_u = -R_6\, g_{m2}\, v_{gs2}$

$g_{m2}\, v_{gs2} = g_{m1}\, v_{gs1}$

$v_{gs1} = v_{g1} = v_i$

quindi

$v_u = -R_6\, g_{m1}\, v_i \rightarrow$

$A_{v\infty} = \frac{v_u}{v_i} = -R_6 g_{m1} = -6 \quad \rightarrow \quad |A_{v\infty}|_{dB} = 15.563\ dB$

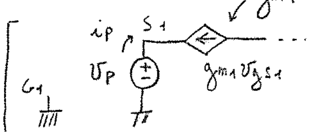
ci sono 2 condensatori che possono influire su v_u, nessuna maglia impropria $\rightarrow$ ci sono 2 poli;

$A_{v\infty} \neq 0 \rightarrow$ numero degli zeri = numero dei poli = 2

$R_{VC1} = R_1 // R_2 = 3333.\overline{3}\ \Omega$

$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{VC1}} = 300\ rad/s \rightarrow f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 47.7465\ Hz$

$R_{VC2} = R_3 // \frac{1}{g_{m1}} = 333.\overline{3}\ \Omega$



$v_{gs1} = v_{g1} - v_{s1} = -v_p$

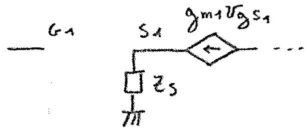
$i_p = -g_{m1} v_{gs1} = g_{m1} v_p$

$\frac{v_p}{i_p} = \frac{1}{g_{m1}}$

$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{VC2}} = 300'000\ rad/s \rightarrow f_{P2} = \frac{\omega_{P2}}{2\pi} = 47746.4829\ Hz$

C_1 è in serie nel percorso del segnale → $\omega_{z1} = 0$ → $f_{z1} = 0$

C_2 introduce uno zero in corrispondenza della s per cui $R_3 // \frac{1}{C_2 s} = \infty$ perché chiamando $Z_S = R_3 // \frac{1}{C_2 s}$ si ha



$v_{gs1} = v_{g1} - v_{s1} = v_{g1} - Z_S g_{m1} v_{gs1}$ →

$v_{gs1}(1 + Z_S g_{m1}) = v_{g1}$ → $v_{gs1} = \frac{v_{g1}}{1 + Z_S g_{m1}}$

che va a 0 per $Z_S \to \infty$,

per cui per $Z_S \to \infty$ si ha $g_{m1} v_{gs1} = 0 \to g_{m2} v_{gs2} = 0 \to v_u = 0$

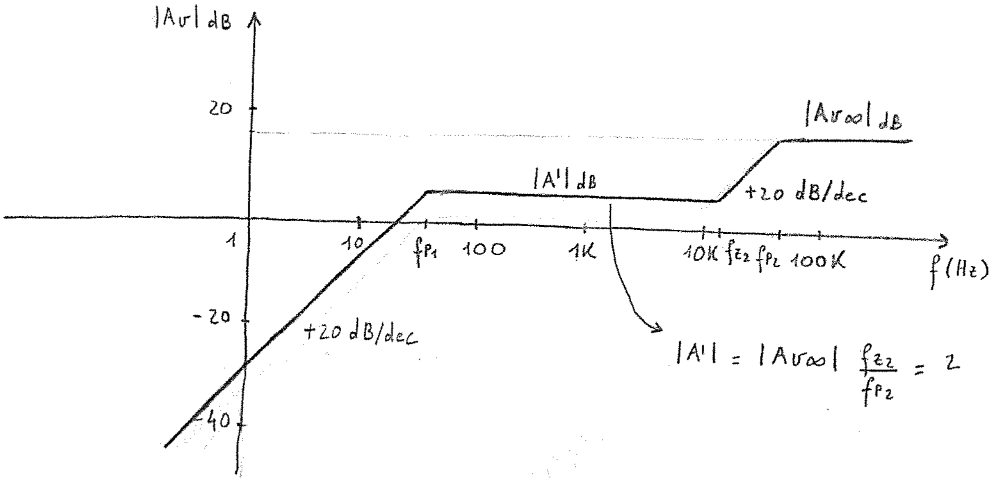
ma $R_3 // \frac{1}{C_2 s} = \infty \to \frac{R_3 \frac{1}{C_2 s}}{R_3 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{R_3}{1 + R_3 C_2 s} \to 1 + R_3 C_2 s = 0 \to s = -\frac{1}{R_3 C_2} \to \omega_{z2} = \frac{1}{R_3 C_2} = 100000$ rad/s

$f_{z2} = \frac{\omega_{z2}}{2\pi} = 15915.4943$ Hz

la funzione di trasferimento è

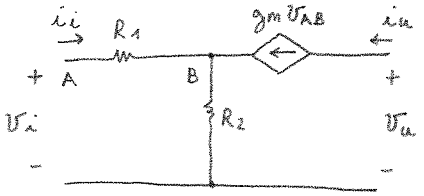
$$A_v(s) = A_{v\infty} \frac{s\,(s + \omega_{z1})}{(s + \omega_{p1})(s + \omega_{p2})}$$

Il diagramma di Bode del modulo è



$|A'| = |A_{v\infty}| \frac{f_{z2}}{f_{p2}} = 2$ → $|A'|_{dB} = 6.0206$ dB

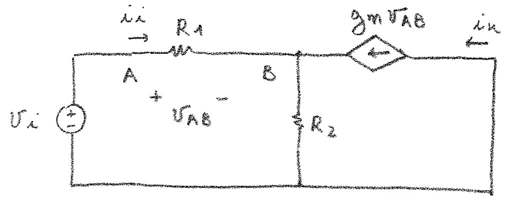
④



$$\begin{cases} i_u = g_f\, v_i + g_o\, v_u \\ i_i = g_i\, v_i + g_r\, v_u \end{cases}$$

$$g_f = \left.\frac{i_u}{v_i}\right|_{v_u=0} \quad ; \quad g_i = \left.\frac{i_i}{v_i}\right|_{v_u=0}$$

per $v_u = 0$ si ha:



$$i_u = g_m\, v_{AB}$$

$$i_i = \frac{v_{AB}}{R_1}$$

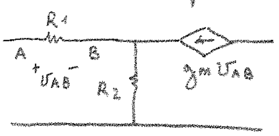
$$v_i = v_{AB} + R_2\,(i_i + g_m v_{AB}) =$$
$$= v_{AB} + R_2\left(\frac{v_{AB}}{R_1} + g_m v_{AB}\right) =$$
$$= v_{AB}\left(1 + \frac{R_2}{R_1} + g_m R_2\right) \rightarrow$$

$$v_{AB} = \frac{v_i}{1 + \frac{R_2}{R_1} + g_m R_2}$$

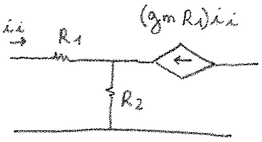
$$i_u = g_m v_{AB} = g_m \frac{v_i}{1+\frac{R_2}{R_1}+g_m R_2} \longrightarrow g_f = \frac{i_u}{v_i} = \frac{g_m}{1+\frac{R_2}{R_1}+g_m R_2} = \frac{g_m R_1}{R_1 + R_2(1+g_m R_1)}$$

$$i_i = \frac{v_{AB}}{R_1} = \frac{v_i}{1+\frac{R_2}{R_1}+g_m R_2}\,\frac{1}{R_1} = \frac{v_i}{R_1+R_2+g_m R_1 R_2} = \frac{v_i}{R_1+R_2(1+g_m R_1)} \rightarrow g_i = \frac{i_i}{v_i} = \frac{1}{R_1+R_2(1+g_m R_1)}$$

[e infatti volendo si poteva notare che



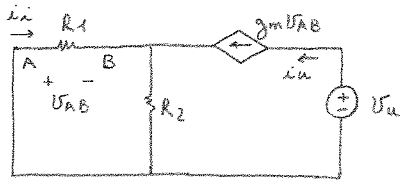
equivale a



con $g_m R_1$ che volge il ruolo dell' h_{fe}]

[$$g_o = \left.\frac{i_u}{v_u}\right|_{v_i=0} \quad ; \quad g_r = \left.\frac{i_i}{v_u}\right|_{v_i=0}$$

per $v_i = 0$ si ha:



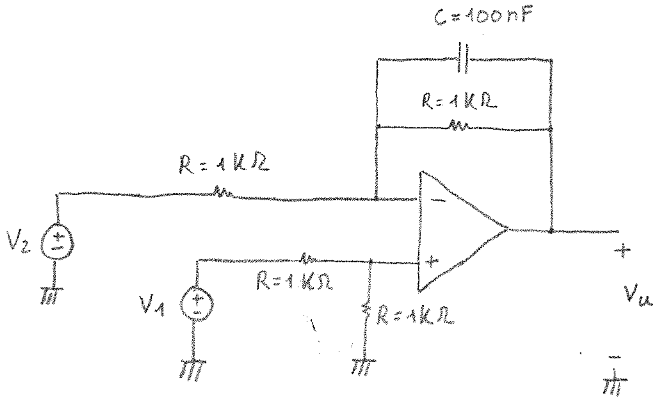
nella maglia sinistra si ha

$$v_{AB} + R_2\,(i_i + g_m v_{AB}) = 0 \rightarrow$$
$$v_{AB} + R_2\left(\frac{v_{AB}}{R_1} + g_m v_{AB}\right) = 0 \rightarrow$$
$$v_{AB}\underbrace{\left(1 + \frac{R_2}{R_1} + R_2 g_m\right)}_{\rightarrow\, \neq 0} = 0 \rightarrow v_{AB} = 0$$

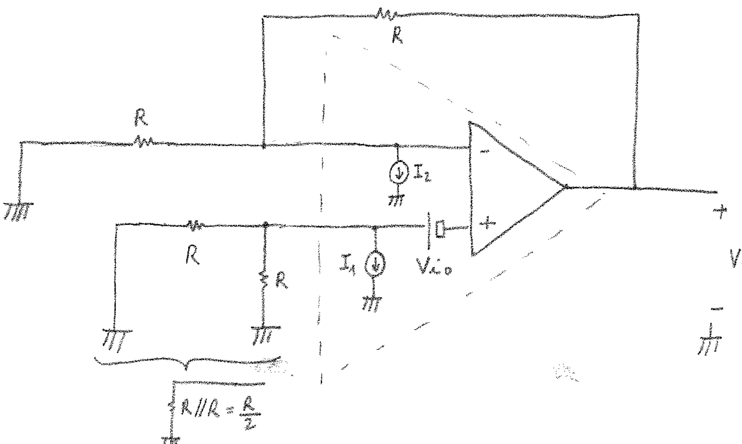
quindi $i_u = g_m v_{AB} = 0 \rightarrow g_o = \frac{i_u}{v_u} = 0$

$i_i = \frac{v_{AB}}{R_1} = 0 \rightarrow g_r = \frac{i_i}{v_u} = 0$

5

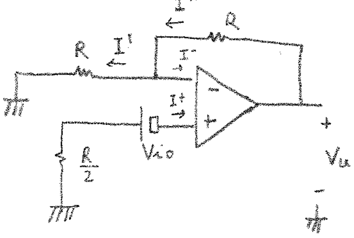


disattiviamo V_1 e V_2 e lavoriamo in continua; consideriamo i generatori di offset



per trovare l'effetto su V_u di V_{io}, I_1 e I_2 usiamo il principio di sovrapposizione degli effetti:

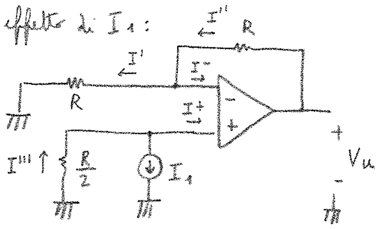
effetto di V_{io}:



per il c.c.v. $I^+ = 0 \rightarrow$ la caduta su $\frac{R}{2}$ è $0 \rightarrow V^+ = -V_{io} \rightarrow$ [per il c.c.v. $V^- = V^+ = -V_{io} \rightarrow I' = \frac{-V_{io}}{R} \underset{\uparrow}{=} I''$ (per il c.c.v $I^- = 0$)] $V_u = [V^- + RI''] =$

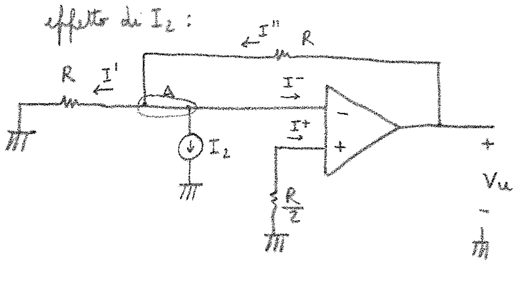
$= (-V_{io}) \underbrace{\left(1 + \frac{R}{R}\right)}_{\text{amplificazione dell'amplificatore non invertente}} = -2V_{io}$

effetto di I_1:



per il c.c.v. $I^+ = 0 \rightarrow I''' = I_1 \rightarrow V^+ = -\frac{R}{2} I_1 \rightarrow$ [per il c.c.v $V^- = V^+ = -\frac{R}{2} I_1 \rightarrow$ $I' = \left(-\frac{R}{2} I_1\right)\frac{1}{R} \underset{\uparrow}{=} I''$ (per il c.c.v. $I^- = 0$)] $V_u = [V^- + RI''] = \left(-\frac{R}{2} I_1\right) \underbrace{\left(1 + \frac{R}{R}\right)}_{\text{amplificazione dell'amplificatore non invertentente}} = -RI_1$

effetto di I_2:



per il ccv $I^+ = 0 \rightarrow$ non c'è caduta su $\frac{R}{2} \rightarrow V^+ = 0 \rightarrow$ per il cc.v $V^- = V^+ = 0 \rightarrow$ $I' = \frac{V^-}{R} = 0$; d'altra parte per il ccv $I^- = 0 \rightarrow$ per l'equilibrio delle correnti al nodo A si ha che $I'' = I_2 \rightarrow V_u = V^- + RI'' = 0 + RI_2 = RI_2$

complessivamente si ha che $V_u = -2V_{io} - RI_1 + RI_2 = -2V_{io} + R(I_2 - I_1)$

$$\begin{cases} I_B = \dfrac{I_1+I_2}{2} \\ I_{io} = I_1 - I_2 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 2I_B = I_1 + I_2 \\ I_{io} = I_1 - I_2 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 2I_1 = 2I_B + I_{io} \\ 2I_2 = 2I_B - I_{io} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} I_1 = I_B + \dfrac{I_{io}}{2} \\ I_2 = I_B - \dfrac{I_{io}}{2} \end{cases}$$

$$V_u = -2V_{io} + R\left(\cancel{I_B} - \frac{I_{io}}{2} - \cancel{I_B} - \frac{I_{io}}{2}\right) = -2V_{io} - RI_{io}$$

il massimo sbilanciamento si ottiene prendendo o $V_{io} = 100\,\mu V$ e $I_{io} = 20\,nA$, oppure $V_{io} = -100\,\mu V$ e $I_{io} = -20\,nA$; in entrambi i casi

$$|V_u|_{max} = 2 \cdot 100\,\mu V + 1\,k\Omega \cdot 20\,nA = 220\,\mu V$$