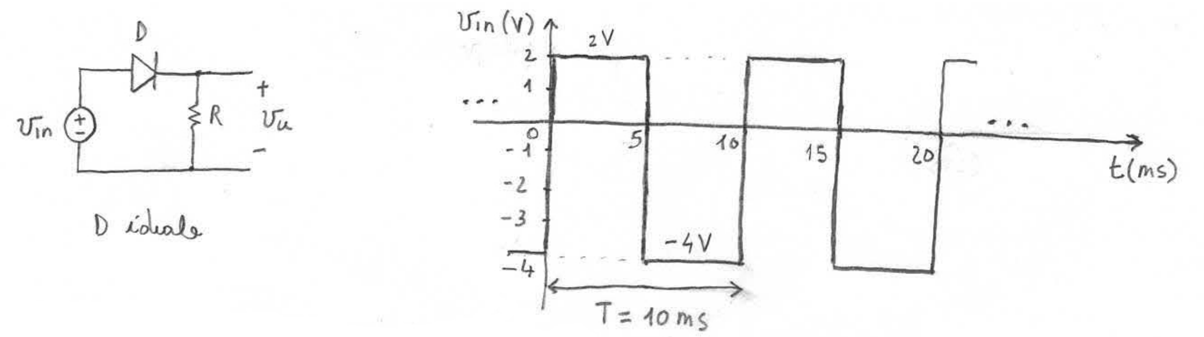
Scheda **A18_01**		Data: **12 gennaio 2018**
Cognome	Nome	Matricola

ESERCIZIO N°1

5 punti (4)

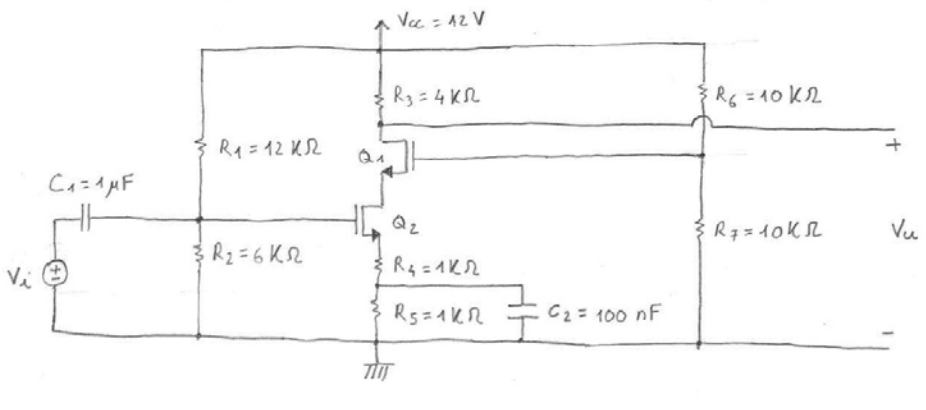
Si ipotizzi di mandare in ingresso al circuito rappresentato nel lato sinistro della figura sottostante la tensione $V_{in}(t)$ (periodica di periodo T) rappresentata nel lato destro della figura. Disegnare la tensione $v_u(t)$ che si ottiene corrispondentemente in uscita e valutare il suo valore medio. Considerare il diodo D ideale.



ESERCIZIO N°2

8 punti (4)

Con riferimento al circuito rappresentato nella seguente figura, determinare il punto di lavoro dei transistori Q_1 e Q_2 e il valore della tensione V_u a riposo.



PER Q_1: $V_{T1} = 1\,V$

$$\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W_1}{L_1} = 1\,\frac{mA}{V^2}$$

PER Q_2: $V_{T2} = 1\,V$

$$\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W_2}{L_2} = 1\,\frac{mA}{V^2}$$

ESERCIZIO N°3

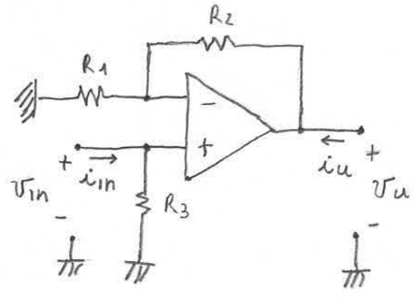
7 punti (4)

Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente. Se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s)=V_u/V_{in}$ ed il relativo diagramma di Bode del modulo. Si considerino per Q_1: g_{m1}=2 mA/V, e per Q_2: g_{m2}=2 mA/V.

ESERCIZIO N°4

6.5 punti (4)

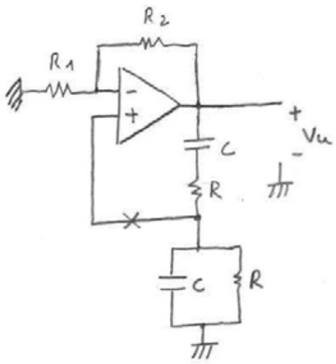
Si ricavino i parametri *f* per il circuito mostrato nella seguente figura.



ESERCIZIO N°5

6.5 punti (4)

Si consideri l'oscillatore a ponte di Wien rappresentato nella parte sinistra della figura sottostante, con i valori dei componenti riportati nella parte destra della figura (notare che il valore della resistenza R_1 dipende dall'ampiezza V_{umax} dell'oscillazione in uscita). Per facilitare l'esercizio, nella parte sinistra della figura è riportata anche l'espressione della funzione di trasferimento $\beta A(s)$ del circuito (che può quindi essere usata senza doverla valutare di nuovo). Determinare la frequenza e l'ampiezza dell'oscillazione a regime in uscita da tale oscillatore.



$C = 100\ nF$

$R = 1K\Omega$

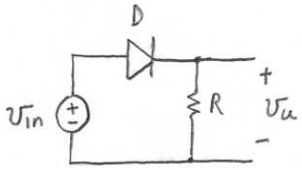
$R_1 = R^* (1 + K \cdot V_{u\,max})$ con V_{umax} ampiezza dell'oscillazione in uscita,

$R^* = 2K\Omega$; $K = 1\ V^{-1}$

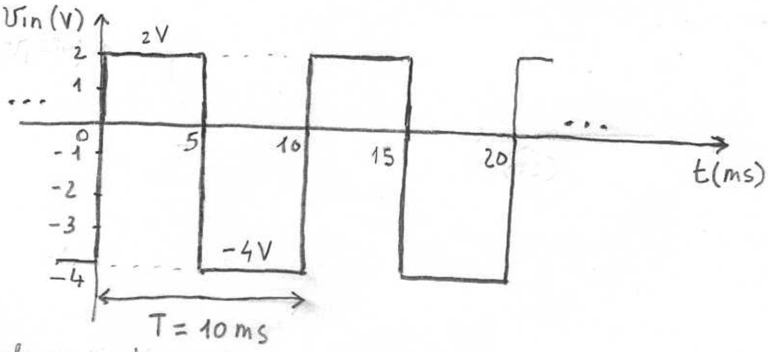
$R_2 = 8K\Omega$

$$\beta A(s) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{RCs}{(RCs)^2 + 3RCs + 1}$$

1)



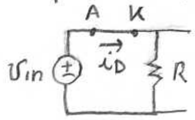
D ideale



Il circuito è un raddrizzatore a singola semionda.

Quando $v_{in} > 0$ D conduce;

Infatti se ipotizzo che D conduca e lo sostituisco con un cortocircuito, ho



dove i_D (la corrente che scorre nel diodo da anodo a catodo) vale $i_D = \frac{v_{in}}{R} > 0$, col che l'ipotesi di conduzione di D è verificata;

al contrario quando $v_{in} < 0$ D è interdetto;

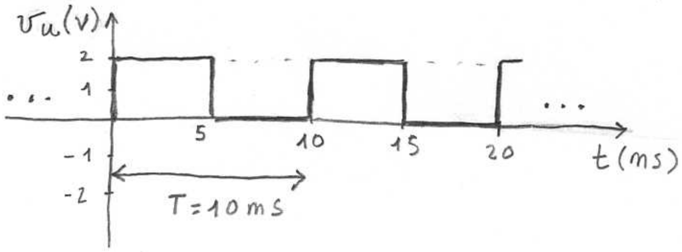
infatti se ipotizzo che D sia interdetto e lo sostituisco con un ramo aperto, ho

dove v_D (tensione tra anodo e catodo del diodo) vale $v_D = v_{in} - 0 = v_{in} < 0$, col che l'ipotesi di interdizione di D è verificata

Quindi quando $v_{in} > 0$ D conduce, può essere sostituito da un cortocircuito e $v_u = v_{in}$,

quando $v_{in} < 0$ D è interdetto, può essere sostituito da un ramo aperto e $v_u = 0$;

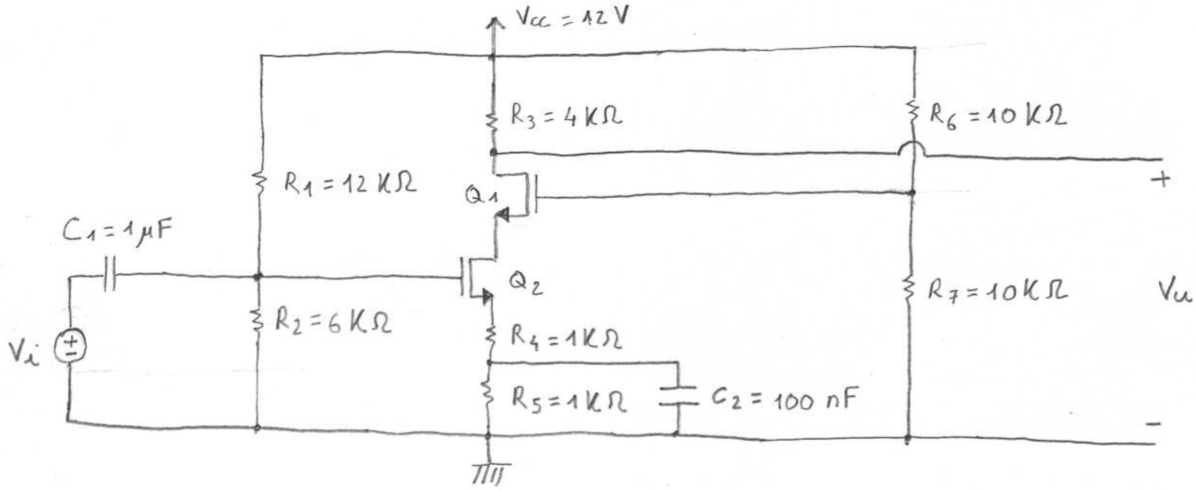
Di conseguenza abbiamo che



il cui valore medio è dato da

$$\overline{v_u} = \frac{\int_0^T v_u(t)\,dt}{T} = \frac{2V \cdot 5\,ms + 0V \cdot 5\,ms}{10\,ms} = 1V$$

2)



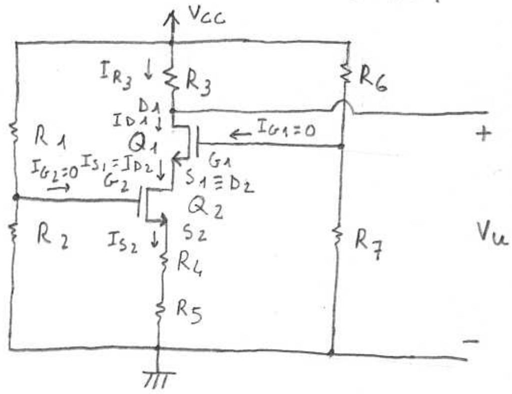
PER Q_1: $V_{T1} = 1\,V$

$$\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W_1}{L_1} = 1\,\frac{mA}{V^2}$$

PER Q_2: $V_{T2} = 1\,V$

$$\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W_2}{L_2} = 1\,\frac{mA}{V^2}$$

In continua il circuito diventa:



$$V_{G_2} = V_{cc}\,\frac{R_2}{R_1+R_2} = 4\,V$$

(dato che $I_{G_2}=0$, R_1 e R_2 sono in serie)

ipotesi 1: Q_2 in saturazione

$$I_{D_2} = K_2\,(V_{GS_2}-V_{T_2})^2 \qquad (1)$$

$$\hookrightarrow \frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W_2}{L_2} = 1\,\frac{mA}{V^2}$$

$$V_{GS_2} = V_{G_2} - V_{S_2} = V_{G_2} - (R_4+R_5)\,I_{D_2} \qquad (2)$$

(essendo $I_{G_2}=0$, si ha che $I_{S_2} = I_{D_2}$)

sostituendo la (1) dentro la (2), otteniamo

$$V_{GS_2} = V_{G_2} - (R_4+R_5)\,K_2\,(V_{GS_2}-V_{T_2})^2 \rightarrow$$

$$V_{GS_2} = V_{G_2} - (R_4+R_5)\,K_2\,V_{GS_2}^2 + (R_4+R_5)\,K_2\cdot 2\,V_{GS_2}V_{T_2} - (R_4+R_5)\,K_2\,V_{T_2}^2 \rightarrow$$

$$(R_4+R_5)\,K_2\,V_{GS_2}^2 + (1-(R_4+R_5)\,K_2\,2\,V_{T_2})\,V_{GS_2} + ((R_4+R_5)\,K_2\,V_{T_2}^2 - V_{G_2}) = 0 \rightarrow$$

$$(2\,V^{-1})\,V_{GS_2}^2 - 3\,V_{GS_2} - (2\,V) = 0 \rightarrow$$

$$V_{GS_2} = \begin{cases} -0.5\,V \\ 2\,V \end{cases}$$

di queste 2 possibili soluzioni è accettabile solo $V_{GS_2} = 2V$ perché deve essere $V_{GS_2} > V_{T_2} = 1V$

$$V_{GS_2} = 2V$$

$$V_{S_2} = V_{G_2} - V_{GS_2} = 2V$$

$$I_{S_2} = \frac{V_{S_2}}{R_4 + R_5} = 1\,mA = I_{D_2} = I_{S_1} = I_{D_1}$$

(perché $I_{G_1} = 0$)

essendo la porta di uscita aperta, $I_{R_3} = I_{D_1} = 1\,mA$

$$V_u = V_{CC} - R_3 I_{R_3} = 8V = V_{D_1}$$

$$V_{G_1} = V_{CC} \frac{R_7}{R_6 + R_7} = 6V$$

(dato che $I_{G_1} = 0$, R_6 e R_7 sono in serie)

ipotesi 2: Q_1 in saturazione

$$I_{D_1} = K_1 (V_{GS_1} - V_{T_1})^2 \longrightarrow V_{GS_1} = V_{T_1} \pm \sqrt{\frac{I_{D_1}}{K_1}} = 2V$$

$$K_1 = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W_1}{L_1} = 1 \frac{mA}{V^2}$$

essendo Q_1 un mos a canale n, per condurre deve essere $V_{GS_1} > V_{T_1}$

quindi $V_{S_1} = V_{G_1} - V_{GS_1} = 4V = V_{D_2}$

$$\left.\begin{array}{l} V_{DS_2} = V_{D_2} - V_{S_2} = 2V > V_{GS_2} - V_{T_2} = 1V \\ V_{GS_2} = 2V > V_{T_2} = 1V \end{array}\right\} \rightarrow \text{ipotesi 1 verificata}$$

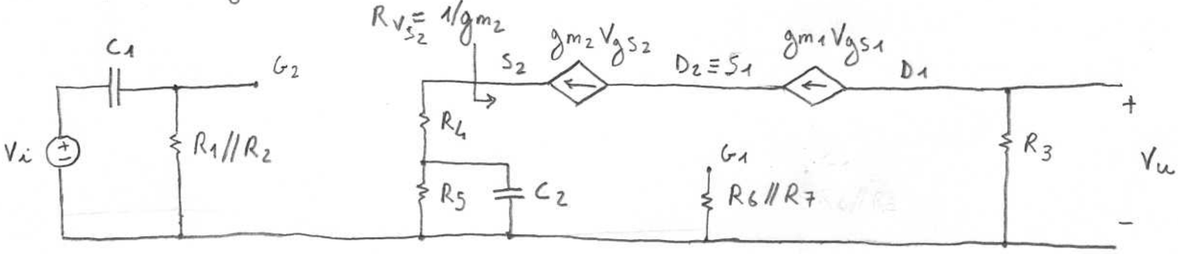
$$\left.\begin{array}{l} V_{DS_1} = V_{D_1} - V_{S_1} = 4V > V_{GS_1} - V_{T_1} = 1V \\ V_{GS_1} = 2V > V_{T_1} = 1V \end{array}\right\} \rightarrow \text{ipotesi 2 verificata}$$

$$\left[\begin{array}{l} g_{m1} = \left.\dfrac{\partial I_{D_1}}{\partial V_{GS_1}}\right|_Q = 2K_1 (V_{GS_1} - V_{T_1}) = 2 \dfrac{mA}{V} \\ g_{m2} = \left.\dfrac{\partial I_{D_2}}{\partial V_{GS_2}}\right|_Q = 2K_2 (V_{GS_2} - V_{T_2}) = 2 \dfrac{mA}{V} \end{array}\right]$$

NON RICHIESTO

3) $g_{m1} = g_{m2} = 2 \frac{mA}{V}$

Per i piccoli segnali il circuito diventa:



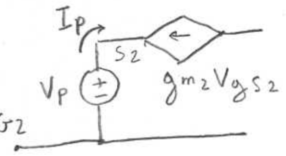
essendoci 2 condensatori e nessuna maglia impropria, ci sono 2 poli;

essendo $A_v(\infty) \neq 0$, il numero degli zeri è uguale al numero dei poli e quindi pari a 2

$R_{vC1} = R_1 // R_2 = 4\, K\Omega$

$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{vC1}} = 250\ rad/s \rightarrow f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 39.789\ Hz$

[



$R_{vS2} = ?$

$V_i = 0 \rightarrow V_{g2} = 0 \rightarrow V_{gs2} = V_{g2} - V_{s2} = -V_{s2}$

$I_p = -g_{m2} V_{gs2} = g_{m2} V_{s2}$

$V_p = V_{s2}$

$R_{vS2} = \frac{V_p}{I_p} = \frac{1}{g_{m2}}$]

$R_{vC2} = R_5 // (R_4 + R_{vS2}) = R_5 // \left(R_4 + \frac{1}{g_{m2}}\right) = 600\ \Omega$

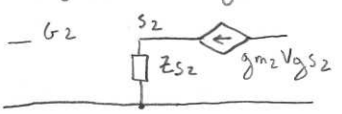
$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{vC2}} = 16'666.\bar{6}\ rad/s \rightarrow f_{P2} = \frac{\omega_{P2}}{2\pi} = 2652,582\ Hz$

C_1 è in serie sull'unico percorso che porta il segnale in uscita $\rightarrow$

$\omega_{z1} = 0 \rightarrow f_{z1} = 0$;

V_u è proporzionale a $g_{m1} V_{gs1} = g_{m2} V_{gs2}$ e quindi si annulla quando si annulla V_{gs2};

$V_{gs2} = V_{g2} - V_{s2} = V_{g2} - Z_{s2}\, g_{m2} V_{gs2} \rightarrow (1 + Z_{s2} g_{m2}) V_{gs2} = V_{g2} \rightarrow V_{gs2} = \frac{V_{g2}}{1 + Z_{s2} g_{m2}}$



per cui V_{gs2} si annulla per $Z_{s2} = \infty$

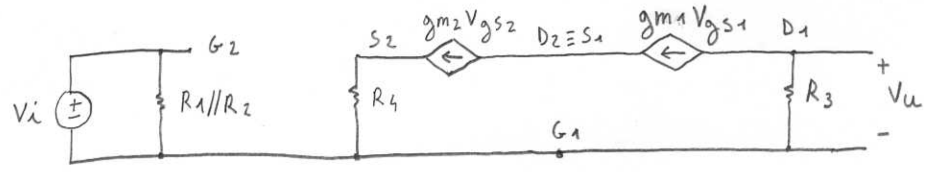
$Z_{s2} = R_4 + R_5 // \frac{1}{C_2 s} = \infty \rightarrow$ (essendo R_4 di valore finito) $R_5 // \frac{1}{C_2 s} = \infty \rightarrow$

$\frac{R_5 \frac{1}{C_2 s}}{R_5 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{R_5}{1 + R_5 C_2 s} = \infty \rightarrow 1 + R_5 C_2 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_5 C_2} \rightarrow \omega_{z2} = \frac{1}{R_5 C_2} = 10000\ rad/s \rightarrow$

$f_{z2} = \frac{\omega_{z2}}{2\pi} = 1591.549\ Hz$

$A_v(s) = A_v(\infty) \cdot \frac{s\,(s + \omega_{z2})}{(s + \omega_{P1})(s + \omega_{P2})}$

Per calcolare $A_v(\infty)$ sostituiamo C_1 e C_2 con dei cortocircuiti.



$V_u = -R_3\, g_{m1} V_{gs1}$

$g_{m1} V_{gs1} = g_{m2} V_{gs2}$

$V_{gs2} = V_{g2} - V_{s2} = V_{g2} - R_4\, g_{m2} V_{gs2} \rightarrow$

$V_{gs2}\,(1 + R_4\, g_{m2}) = V_{g2} \rightarrow$

$$V_{gs2} = \frac{V_{g2}}{1 + R_4\, g_{m2}}$$

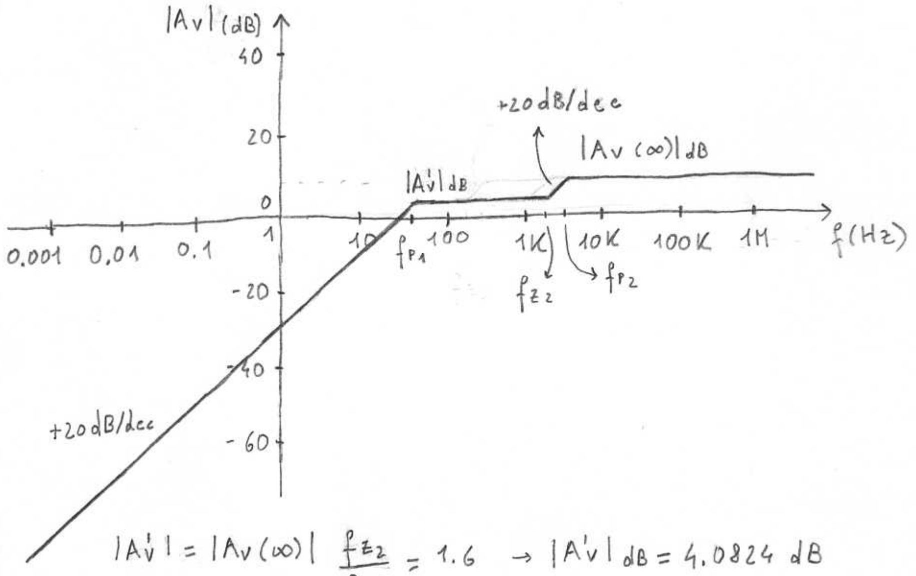
$V_{g2} = V_i$

$$V_u = -R_3\, g_{m2} \frac{V_i}{1 + R_4\, g_{m2}} \rightarrow$$

$$A_v(\infty) = \frac{V_u}{V_i} = -\frac{R_3\, g_{m2}}{1 + R_4\, g_{m2}} = -2.\overline{6}$$

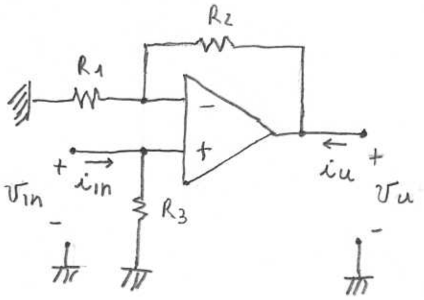
(negativo, come è giusto che sia dato che è la cascata di uno stadio a source comune, invertente, e di uno stadio a gate comune, non invertente)

$|A_v(\infty)|_{dB} = 8.519 \text{ dB}$



$$|A_v'| = |A_v(\infty)| \frac{f_{Z2}}{f_{P2}} = 1.6 \rightarrow |A_v'|_{dB} = 4.0824 \text{ dB}$$

4)

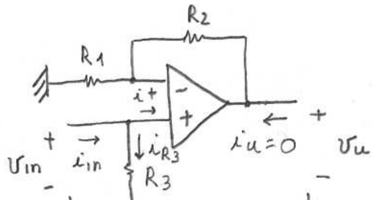


$$\begin{cases} v_u = f_f\, v_{in} + f_o\, i_u \\ i_{in} = f_i\, v_{in} + f_r\, i_u \end{cases}$$

$$f_f = \left.\frac{v_u}{v_{in}}\right|_{i_u=0} \qquad f_o = \left.\frac{v_u}{i_u}\right|_{v_{in}=0}$$

$$f_i = \left.\frac{i_{in}}{v_{in}}\right|_{i_u=0} \qquad f_r = \left.\frac{i_{in}}{i_u}\right|_{v_{in}=0}$$

nel valutare f_f e f_i dobbiamo imporre $i_u = 0$ cioè considerare aperta la porta di uscita



$v^+ = v_{in}$

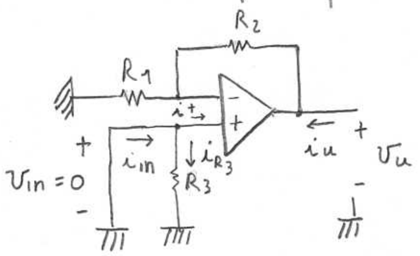
$v_u = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v^+ = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_{in} \rightarrow f_f = \left.\frac{v_u}{v_{in}}\right|_{i_u=0} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$

(usando il CCV)

$i_{in} = i_{R_3} = \frac{v_{in}}{R_3} \rightarrow f_i = \left.\frac{i_{in}}{v_{in}}\right|_{i_u=0} = \frac{1}{R_3}$

(perché $i^+ = 0$ per il C.C.V.)

nel valutare f_o e f_r dobbiamo imporre $v_{in} = 0$ cioè cortocircuitare la porta di ingresso



$v^+ = 0$

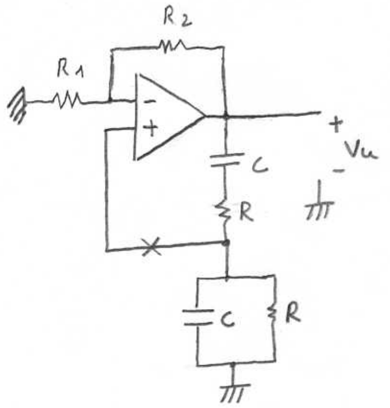
$v_u = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v^+ = 0 \rightarrow f_o = \left.\frac{v_u}{i_u}\right|_{v_{in}=0} = 0$

$i_{in} = i_{R_3} = \frac{0}{R_3} = 0 \rightarrow f_r = \left.\frac{i_{in}}{i_u}\right|_{v_{in}=0} = 0$

(perché $i^+ = 0$ per il CCV)

(notare che in questi conti non possiamo sfruttare la i_u perché, non sapendo il valore della corrente assorbita o erogata dall'A.O., non sappiamo quanta della i_u va a finire nella R_2)

5)



$C = 100\,nF$

$R = 1K\Omega$

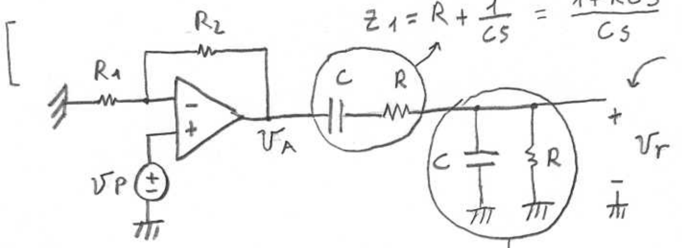
$R_1 = R^* (1 + K \cdot V_{u\,max})$ con $V_{u\,max}$ ampiezza dell'oscillazione in uscita,

$R^* = 2K\Omega$, $K = 1\ V^{-1}$

$R_2 = 8K\Omega$

se tagliamo l'anello di reazione nel punto indicato con la croce otteniamo

[$Z_1 = R + \frac{1}{CS} = \frac{1+RCS}{CS}$ (notare che qui la $Z_P = \infty$ e quindi non compare perché la v_P vede una impedenza infinita)



$$Z_2 = R // \frac{1}{CS} = \frac{R\frac{1}{CS}}{R+\frac{1}{CS}} = \frac{R}{1+RCS}$$

$$\beta A = \frac{v_r}{v_P} = \frac{v_r}{v_A}\frac{v_A}{v_P}$$

con $v_A = v_P\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) \rightarrow \frac{v_A}{v_P} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$

$$v_r = v_A \frac{Z_2}{Z_1+Z_2} = v_A \frac{\frac{R}{1+RCS}}{\frac{1+RCS}{CS}+\frac{R}{1+RCS}} = v_A \frac{RCS}{(1+RCS)^2+RCS} =$$

$$= v_A \frac{RCS}{(RCS)^2+3RCS+1} \rightarrow \frac{v_r}{v_A} = \frac{RCS}{(RCS)^2+3RCS+1}$$

per cui

$$\beta A(S) = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{RCS}{(RCS)^2+3RCS+1} \rightarrow \ ]$$

GIÀ DATO NEL TESTO IN QUESTO CASO

$$\beta A(j\omega) = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{RCj\omega}{-R^2C^2\omega^2+3RCj\omega+1}$$

all'innesco deve essere $\begin{cases} \angle \beta A(j\omega_I) = 0 \\ |\beta A(j\omega_I)| > 1 \end{cases}$

(condizioni di Barkhausen)

a regime deve essere $\begin{cases} \angle \beta A(j\omega_0) \\ |\beta A(j\omega_0)| = 1 \end{cases}$

Poiché il numeratore della $\beta A(j\omega)$ è immaginario puro, per avere $\angle\beta A(j\omega) = 0$ dovremo imporre che anche il denominatore sia immaginario puro e verificare che in quella condizione il βA venga un numero reale positivo.

Perché il denominatore sia immaginario puro dobbiamo annullare la sua parte reale:

$$1 - R^2C^2\omega^2 = 0 \rightarrow \omega^2 = \frac{1}{R^2C^2} \rightarrow \omega = \frac{1}{RC} = 10000\ rad/s \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 1591.55\,Hz$$

(dato che $\omega > 0$)

Se lo schema e i valori di R e C rimangono i soliti all'innesco e a regime, questo è sia la ω_I che la ω_0 ; comunque in particolare è la pulsazione di oscillazione a regime ω_0.

Per $\omega = \omega_0$ abbiamo che

$$\beta A(j\omega_0) = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{RCj\omega_0}{3RCj\omega_0} = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{3}$$, per cui effettivamente $\beta A(j\omega_0)$ è reale positivo e quindi $\angle\beta A(j\omega_0) = 0$. *

Ora dobbiamo imporre che a regime $|\beta A(j\omega_0)| = 1$ cioè

$$\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{3}=1 \rightarrow \left(1+\frac{R_2}{R^*(1+K\cdot V_{umax})}\right)\frac{1}{3}=1 \rightarrow 1+\frac{R_2}{R^*(1+K\cdot V_{umax})}=3 \rightarrow$$

$$\frac{R_2}{R^*(1+K\cdot V_{umax})}=2 \rightarrow R_2=2R^*(1+K\cdot V_{umax}) \rightarrow R_2=2R^*+2R^*K\,V_{umax} \rightarrow$$

$$2R^*K\,V_{umax}=R_2-2R^* \rightarrow V_{umax}=\frac{R_2-2R^*}{2R^*K}=1V,$$

per cui a regime avremo in uscita un'oscillazione con ampiezza pari a 1V e frequenza 1591.55 Hz.

[* all'inizio $V_{umax}=0$, per cui $R_1=R^*=2K\Omega$ e per $\omega=\omega_I$ si ha che
$\beta A(j\omega_I)=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{3}=\left(1+\frac{8}{2}\right)\frac{1}{3}=\frac{5}{3}=1.\bar{6}>1$, come deve essere all'innesco.]