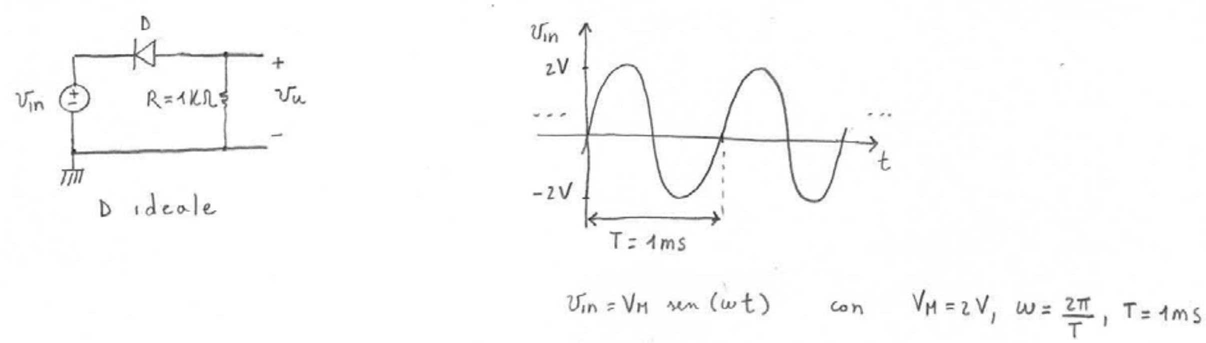
Scheda **A18_02**		Data: **2 febbraio 2018**
Cognome	Nome	Matricola

ESERCIZIO N°1

6 punti (4)

Si ipotizzi di mandare in ingresso al circuito rappresentato nel lato sinistro della figura sottostante la tensione $v_{in}(t)$ (periodica di periodo T) rappresentata nel lato destro della figura. Disegnare la tensione $v_u(t)$ che si ottiene corrispondentemente in uscita e valutare il suo valore medio. Considerare il diodo D ideale.

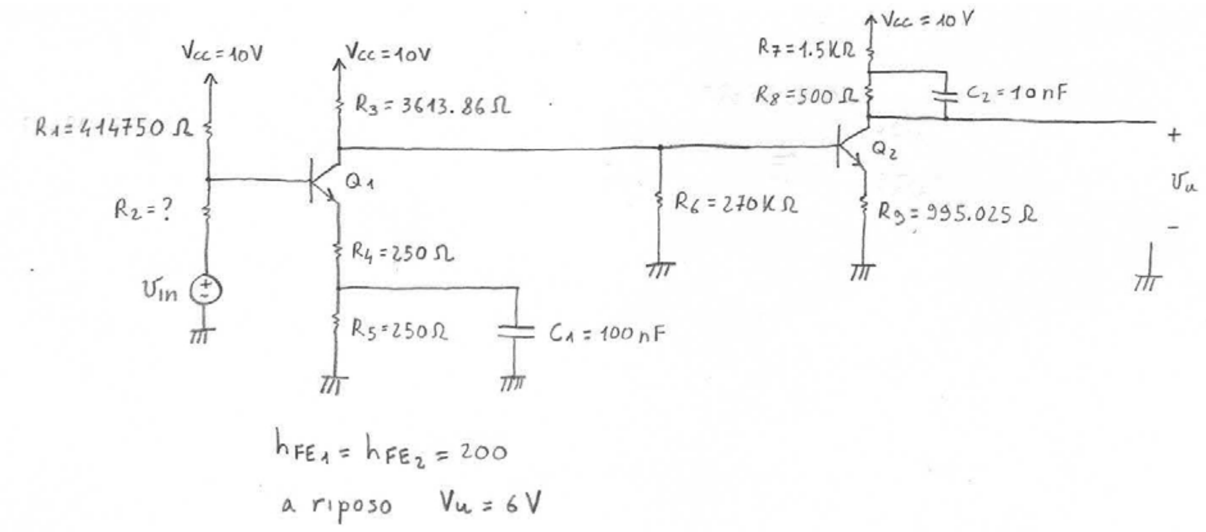
[Si ricorda che $\int sin(x)dx=-cos(x)+const.$]



ESERCIZIO N°2

7 punti (4)

Con riferimento al circuito in figura, determinare il valore di R_2 sapendo che la tensione V_u a riposo è pari a 6 V. Determinare inoltre il punto di lavoro dei due transistori.



ESERCIZIO N°3

8 punti (4)

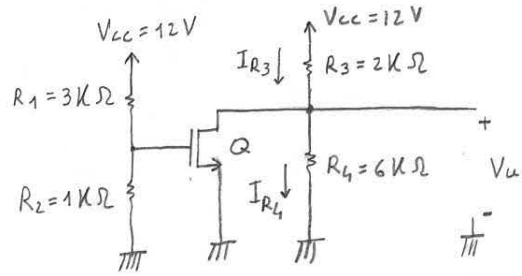
Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui però stavolta si assuma R_2=165900 Ω. Se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s)=V_u/V_{in}$ ed il relativo diagramma di Bode del modulo. Per i due transistori, si considerino: $h_{ie1}=h_{ie2}$=5 KΩ, $h_{fe1}=h_{fe2}$=250, $h_{re1}=h_{re2}$=0, $h_{oe1}=h_{oe2}$=0.

ESERCIZIO N°4

6 punti (4)

Nel circuito sottostante, si determini il valore di V_u, I_{R3} e I_{R4}, considerando per il transistore Q i valori riportati in figura.

[Si consiglia di iniziare a studiare il punto di lavoro di Q, poi per trovare il valore di V_u fare l'equivalente di Thevenin di tutto ciò che sta a destra del drain, o alternativamente impostare un'equazione di equilibrio al nodo di drain...]



per Q: $\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} = 1\ \frac{mA}{V^2}$

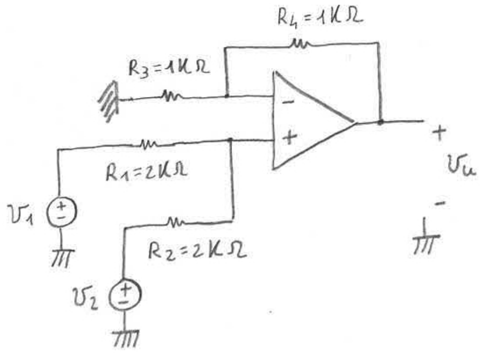
$V_T = 1.5\ V$

ESERCIZIO N°5

6 punti (4)

Ricavare il massimo sbilanciamento in uscita del circuito mostrato nella figura sottostante. A parte i generatori di sbilanciamento, si consideri l'amplificatore operazionale ideale.

[Al fine della determinazione del massimo sbilanciamento v_1 e v_2 vanno disattivati.]



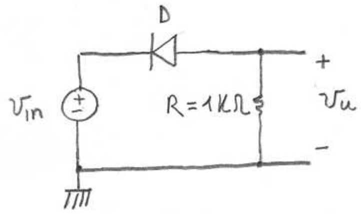
per l'amplificatore operazionale:

$|V_{io}|_{max} = 10\ mV$

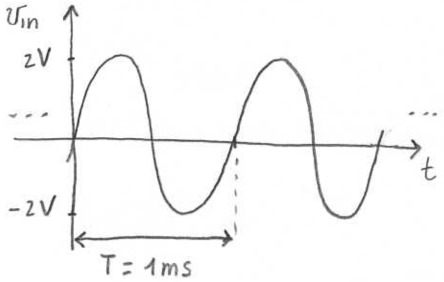
$I_B = \frac{I_1 + I_2}{2} = 80\ nA$

$|I_{io}|_{max} = |I_1 - I_2|_{max} = 30\ nA$

1)



D ideale



$v_{in} = V_M \operatorname{sen}(\omega t)$ con $V_M = 2V$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $T = 1ms$

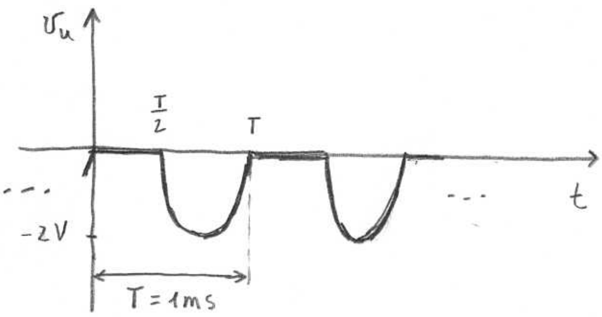
quando $v_{in} > 0$ D è interdetto $\rightarrow v_u = 0$

(infatti facciamo l'ipotesi di D interdetto; a quel punto sostituiamo D con un ramo aperto e cerchiamo di verificare l'ipotesi; poiché R in quello schema non può essere attraversato da corrente non ha caduta ai suoi capi e quindi l'anodo di D è a massa; d'altra parte il catodo di D è a v_{in}, per cui la tensione tra anodo e catodo è $-v_{in} < 0$, il che verifica l'ipotesi di interdizione di D)

quando $v_{in} < 0$ D conduce $\rightarrow v_u = v_{in}$

(infatti facciamo l'ipotesi di D in conduzione; a quel punto sostituiamo D con un cortocircuito e cerchiamo di verificare l'ipotesi; in quello schema la corrente che scorre da anodo a catodo nel diodo è pari a $-\frac{v_{in}}{R} > 0$, il che verifica l'ipotesi di conduzione di D)

quindi la tensione in uscita è



e il suo valore medio è pari a

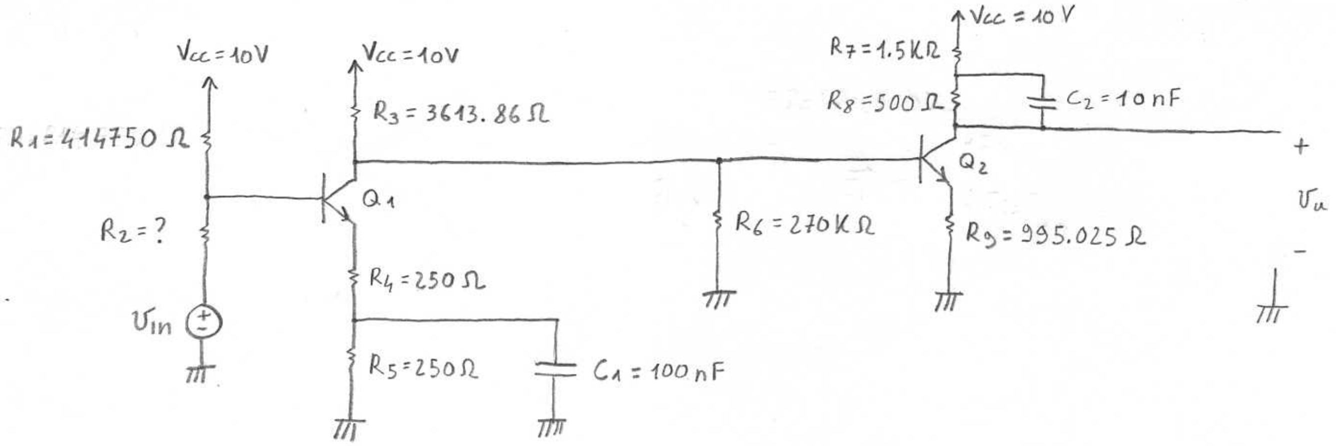
$$\overline{v_u} = \frac{1}{T}\int_0^T v_u(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_{\frac{T}{2}}^{T} V_M \operatorname{sen}(\omega t)\,dt \underset{\alpha = \omega t}{=} \frac{V_M}{T}\frac{1}{\omega}\int_{\omega\frac{T}{2}}^{\omega T} \operatorname{sen}\alpha\,d\alpha = \frac{V_M}{2\pi}\int_{\pi}^{2\pi} \operatorname{sen}\alpha\,d\alpha =$$

$\omega T = \frac{2\pi}{T}T = 2\pi$

$\omega\frac{T}{2} = \frac{2\pi}{T}\frac{T}{2} = \pi$

$$= \frac{V_M}{2\pi}\left[-\cos\alpha\right]_{\pi}^{2\pi} = \frac{V_M}{2\pi}\left(-\cos(2\pi) + \cos\pi\right) = \frac{V_M}{2\pi}(-1-1) = -\frac{V_M}{\pi} = -0.63662\ V$$

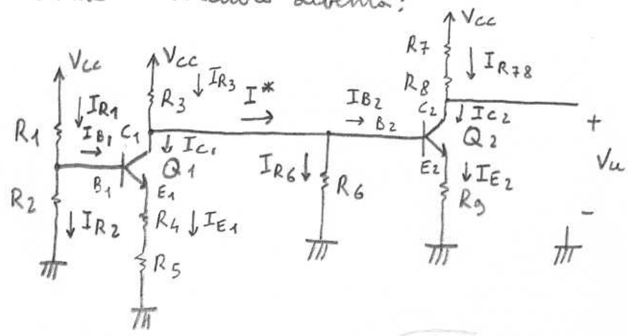
2)



$h_{FE_1} = h_{FE_2} = 200$

a riposo $V_u = 6V$

In continua il circuito diventa:



$$I_{R_{78}} = \frac{V_{cc} - V_u}{R_7 + R_8} = 2mA = I_{C2}$$

ipotesi 1: Q_2 in zona attiva diretta

$$I_{B2} = \frac{I_{C2}}{h_{FE2}} = 10\mu A > 0$$

$$I_{E_2} = I_{B2}(h_{FE2}+1) = 2.01 \; mA$$

$$V_{E2} = R_9 I_{E2} = 2V$$

$$V_{CE2} = V_{C2} - V_{E2} = V_u - V_{E2} = 4V > V_{CE\,sat} \simeq 0.2V \longrightarrow$$ ipotesi 1 verificata

$$V_{B2} = V_{E2} + V_\gamma = 2.7V = V_{C1}$$

$$I_{R6} = 10\mu A$$

$$I^* = I_6 + I_{B2} = 20\mu A$$

$$I_{R3} = \frac{V_{cc} - V_{B2}}{R_3} = 2.02 \; mA$$

$$I_{C_1} = I_{R3} - I^* = 2 \; mA$$

ipotesi 2: Q_1 in zona attiva diretta

$$I_{B1} = \frac{I_{C1}}{h_{FE1}} = 10\mu A > 0$$

$$I_{E1} = I_{B1}(h_{FE1}+1) = 2.01 \; mA$$

$$V_{E1} = (R_4 + R_5) I_{E1} = 1.005 \; V$$

$$V_{CE1} = V_{C1} - V_{E1} = 1.695 V > V_{CE\,sat} \simeq 0.2V \longrightarrow$$ ipotesi 2 verificata

$$V_{B1} = V_{E1} + V_\gamma = 1.705 V$$

$$I_{R1} = \frac{V_{cc} - V_{B1}}{R_1} = 20\mu A$$

$$I_{R2} = I_{R1} - I_{B1} = 10\mu A$$

$$R_2 = \frac{V_{B1}}{I_{R2}} = 170'500 \; \Omega$$

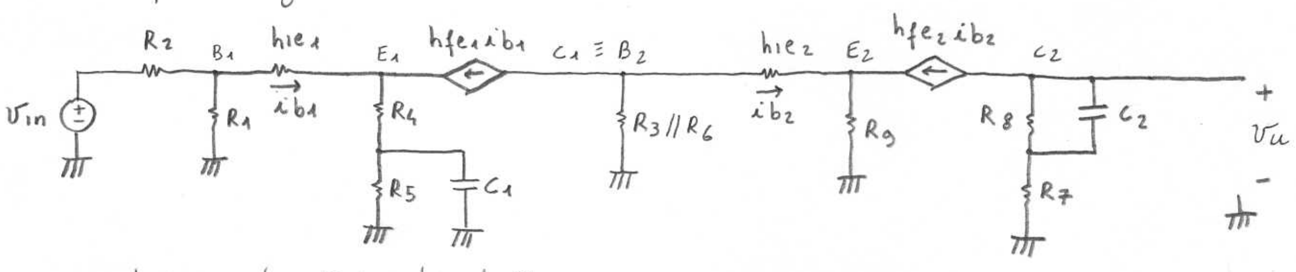
3) $h_{ie1} = h_{ie2} = 5\,K\Omega$

$h_{fe1} = h_{fe2} = 250$

$h_{re1} = h_{re2} = 0$; $h_{oe1} = h_{oe2} = 0$

$R_2 = 165900\,\Omega$

Per i piccoli segnali il circuito diventa:

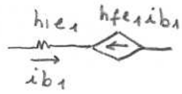


essendoci 2 condensatori indipendenti e nessuna maglia impropria, ci sono 2 poli; essendo $A_v(\infty) \neq 0$, il numero degli zeri è uguale al numero dei poli e quindi pari a 2

$R_{VC1} = R_5 // \left(R_4 + \frac{h_{ie1} + R_1//R_2}{h_{fe1}+1}\right) = 186.998\ \Omega$

$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{VC1}} = 53476.51\ rad/s \rightarrow f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 8511.0509\ Hz$

C_1 introduce uno zero per la s per cui $R_4 + \left(R_5 // \frac{1}{C_1 s}\right) = \infty$ perché in tal caso si ha



per cui $i_{b1} = -h_{fe1} i_{b1} \rightarrow i_{b1} \underbrace{(1+h_{fe1})}_{\neq 0} = 0 \rightarrow i_{b1} = 0 \rightarrow h_{fe1} i_{b1} = 0 \rightarrow v_u = 0$

$R_4 + \left(R_5 // \frac{1}{C_1 s}\right) = \infty \rightarrow R_5 // \frac{1}{C_1 s} = \infty \rightarrow \frac{R_5 \frac{1}{C_1 s}}{R_5 + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{R_5}{1 + R_5 C_1 s} = \infty \rightarrow 1 + R_5 C_1 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_5 C_1} \rightarrow$

$\omega_{z1} = \frac{1}{R_5 C_1} = 40'000\ rad/s \rightarrow f_{z1} = \frac{\omega_{z1}}{2\pi} = 6366.1977\ Hz$

$R_{VC2} = R_8 // (R_7 + \infty) = R_8 = 500\,\Omega$

perché tra C_2 e massa guardando verso sinistra si vede una resistenza infinita

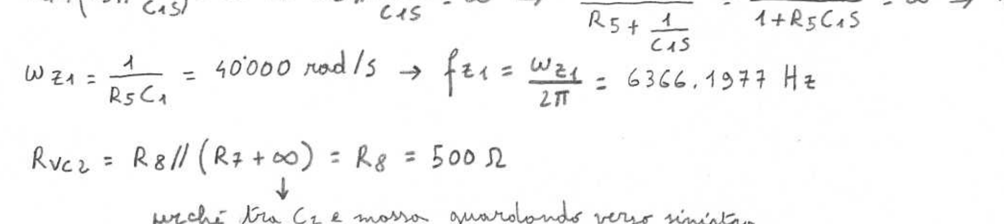
$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{VC2}} = 200'000\ rad/s \rightarrow f_{P2} = \frac{\omega_{P2}}{2\pi} = 31'830.9886\ Hz$

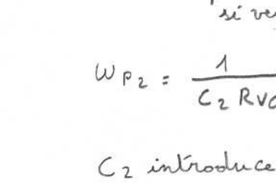
C_2 introduce uno zero per la s per cui $\left(R_8 // \frac{1}{C_2 s}\right) + R_7 = 0 \rightarrow \frac{R_8 \frac{1}{C_2 s}}{R_8 + \frac{1}{C_2 s}} + R_7 = \frac{R_8}{1 + R_8 C_2 s} + R_7 =$

$= \frac{R_8 + R_7 + R_7 R_8 C_2 s}{1 + R_8 C_2 s} = 0 \rightarrow R_7 + R_8 + R_7 R_8 C_2 s = 0 \rightarrow s = -\frac{R_7 + R_8}{R_7 R_8 C_2} = -\frac{1}{\frac{R_7 R_8}{R_7 + R_8} C_2} =$

$= -\frac{1}{(R_7 // R_8) C_2} \rightarrow \omega_{z2} = \frac{1}{(R_7 // R_8) C_2} = 266'666.\bar{6}\ rad/s \rightarrow f_{z2} = \frac{\omega_{z2}}{2\pi} = 42'441.3182\ Hz$

Per calcolare $A_v(\infty)$ sostituiamo C_1 e C_2 con dei cortocircuiti.





(equivalente di Thevenin)

$v_u = -R_7 h_{fe2} i_{b2}$

$i_{b2} = -h_{fe1} i_{b1} \frac{R_3 // R_6}{R_3 // R_6 + h_{ie2} + R_9 (h_{fe2} + 1)} \rightarrow$ (partitore della corrente $-h_{fe1} i_{b1}$ tra $R_3 // R_6$ e $h_{ie2} + R_9 (h_{fe2}+1)$)

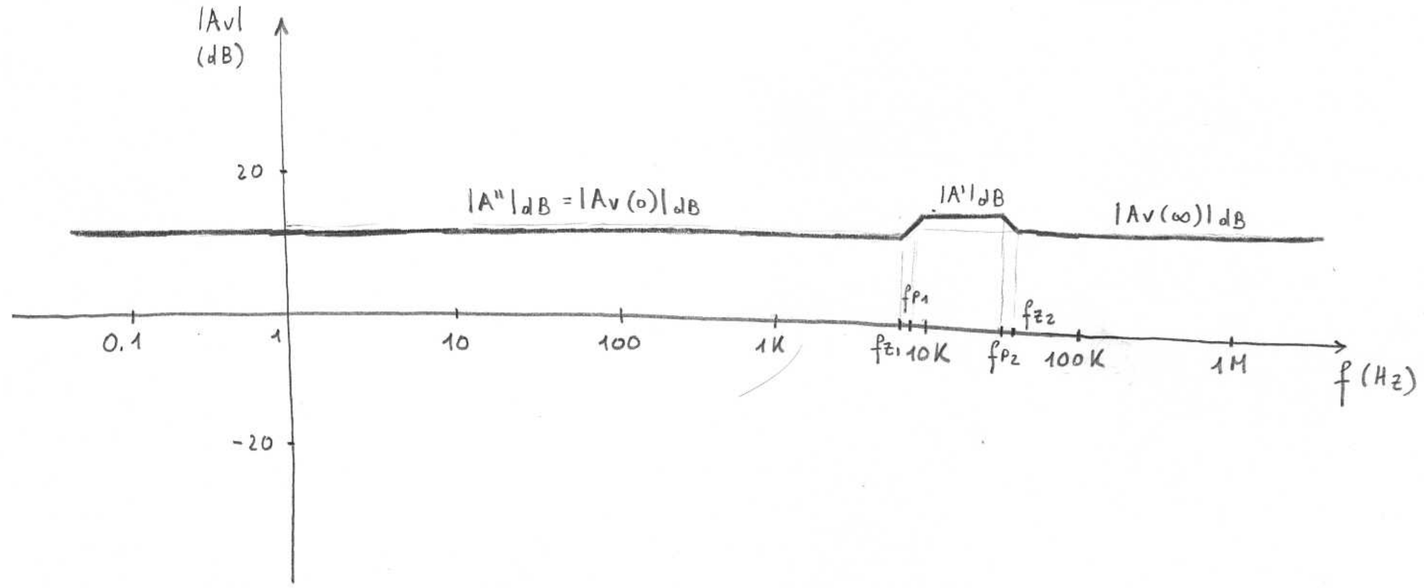
$i_{b1} = v_{in} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{R_1 // R_2 + h_{ie1} + R_4 (h_{fe1} + 1)}$

$$A_v(\infty) = \frac{v_u}{v_{in}} = R_7\, h_{fe2}\, h_{fe1} \frac{R_3 /\!/ R_6}{R_3 /\!/ R_6 + h_{ie2} + R_9 (h_{fe2}+1)} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{R_1 /\!/ R_2 + h_{ie1} + R_4 (h_{fe1}+1)} =$$

$= 4.963526$ positivo, come deve essere visto che sono due stadi a emettitore comune (quindi entrambi invertenti) in cascata

$$|A_v(\infty)|_{dB} = 13.9158\ dB$$

$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{(s+\omega_{z1})(s+\omega_{z2})}{(s+\omega_{p1})(s+\omega_{p2})}$$



$$|A'| = |A_v(\infty)| \frac{f_{z2}}{f_{p2}} = 6.618035 \rightarrow |A'|_{dB} = 16.4146\ dB$$

$$|A''| = |A'| \frac{f_{z1}}{f_{p1}} = 4.950237 \rightarrow |A''|_{dB} = 13.8925\ dB = |A_v(0)|_{dB}$$

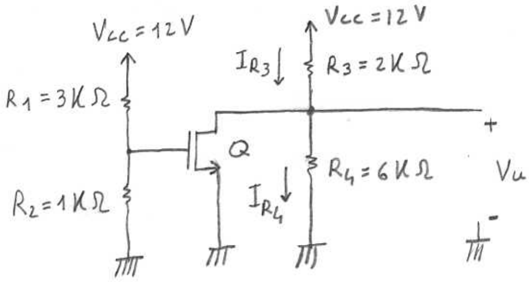
(in accordo col fatto che quando i condensatori sono aperti otteniamo, sostituendo R_4 con R_4+R_5 e R_7 con R_7+R_8:

$$A_v(0) = (R_7+R_8)\, h_{fe2}\, h_{fe1} \frac{R_3 /\!/ R_6}{R_3 /\!/ R_6 + h_{ie2} + R_9 (h_{fe2}+1)} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{R_1 /\!/ R_2 + h_{ie1} + (R_4+R_5)(h_{fe1}+1)} =$$

$= 4.950237$

$|A_v(0)|_{dB} = 13.89252\ dB$)

4)



per Q: $\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1 \frac{mA}{V^2}$

$V_T = 1.5\,V$

$V_G = V_{cc} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 3V$

$V_{GS} = V_G - V_S = 3V - 0V = 3V > V_T = 1.5V$

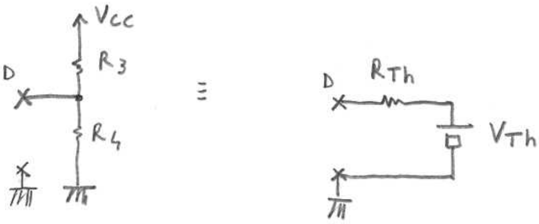
ipotesi: Q in saturazione

$I_D = K (V_{GS} - V_T)^2 = 2.25\ mA$

con $K = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = \frac{1mA}{V^2}$

a questo punto, per trovare V_u:

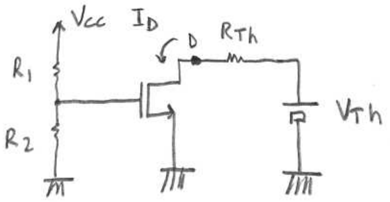
a) o si fa l'equivalente di Thevenin di tutto ciò che si vede (guardando verso destra) tra drain e massa, cioè:



con R_{Th} (resistenza vista tra i due terminali indicati con "x" con V_{cc} disattivato) $= R_3 // R_4 = 1500\,\Omega$

V_{Th} (tensione tra i due terminali indicati con "x" a vuoto) $= V_{cc} \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 9V$

e quindi si ha:



dove I_D è nota, per cui

$V_u = V_D = V_{Th} - R_{Th} \cdot I_D = 5.625\ V$

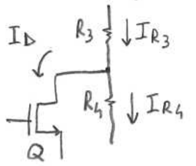
da cui segue che

$I_{R_3} = \frac{V_{cc} - V_u}{R_3} = 3.1875\ mA$

$I_{R_4} = \frac{V_u}{R_4} = 0.9375\ mA$

l'ipotesi è verificata perché $V_{DS} = V_u - 0V = V_u = 5.625V > V_{GS} - V_T = V_G - V_T = 1.5V$, oltre che $V_{GS} > V_T$

b) o si imposta l'equilibrio delle correnti al nodo di drain:



$I_{R_3} - I_D - I_{R_4} = 0 \rightarrow$

$\frac{V_{cc} - V_u}{R_3} - I_D - \frac{V_u}{R_4} = 0 \rightarrow V_u \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) = \frac{V_{cc}}{R_3} - I_D \rightarrow$

$V_u \cdot (0.\bar{6}\ mS) = 6\ mA - 2.25\ mA \rightarrow V_u = 5.625V$

$(S = \text{siemens} = \Omega^{-1})$

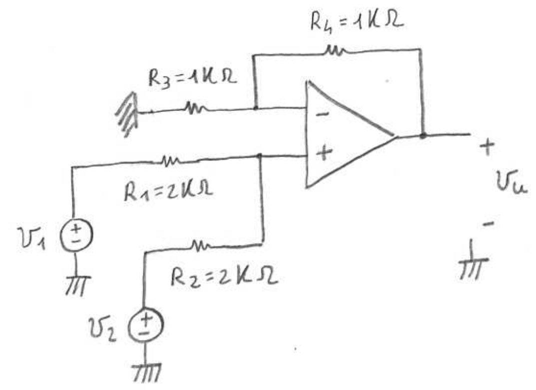
da cui segue che

$I_{R_3} = \frac{V_{cc} - V_u}{R_3} = 3.1875\ mA$

$I_{R_4} = \frac{V_u}{R_4} = 0.9375\ mA$

l'ipotesi è verificata perché $V_{DS} = V_u - 0V = V_u = 5.625V > V_{GS} - V_T = V_G - V_T = 1.5V$, oltre che $V_{GS} > V_T$

5)



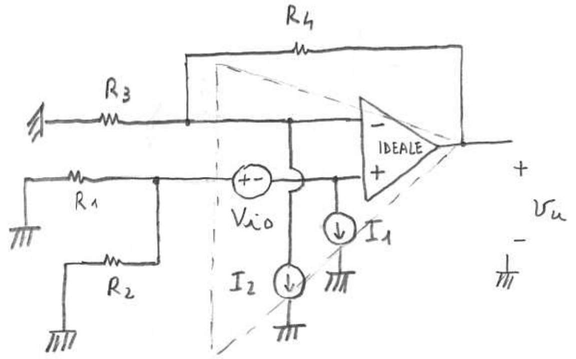
per l'amplificatore operazionale:

$|V_{io}|_{max} = 10$ mV

$I_B = \frac{I_1 + I_2}{2} = 80$ nA

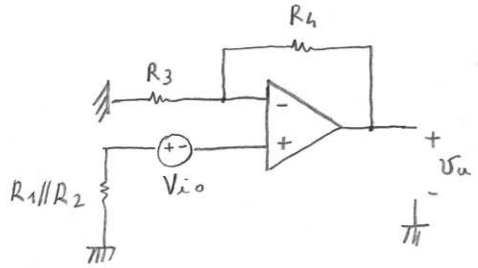
$|I_{io}|_{max} = |I_1 - I_2|_{max} = 30$ nA

Se rappresento i suoi generatori di offset e polarizzazione e disattivo v_1 e v_2 ottengo:



dopodiché trovo l'effetto sulla v_u dei generatori di sbilanciamento applicando il principio di sovrapposizione degli effetti (e il c.c.v. per l'amplificatore operazionale ideale):

a) effetto della V_{io}

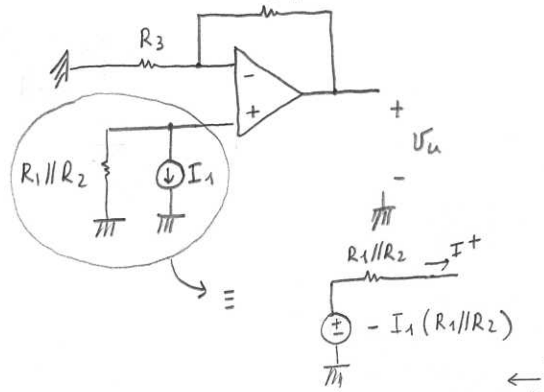


$V^+ = -V_{io}$

$v_u^{(1)} = -V_{io}\left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right)$

↳ guadagno dell'amplificatore non invertente

b) effetto di I_1

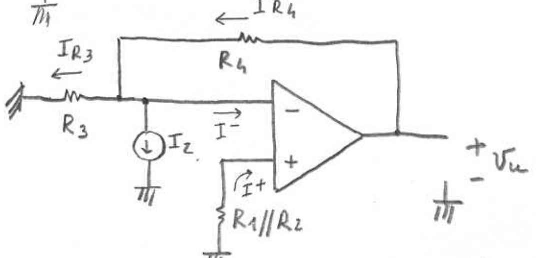


poiché $I^+ = 0$,

$V^+ = -(R_1 // R_2) I_1 \rightarrow$

$v_u^{(2)} = V^+\left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) = -(R_1 // R_2)\left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) I_1$

c) effetto di I_2



poiché $I^+ = 0$, $V^+ = 0 = V^-$;

quindi $I_{R_3} = \frac{V^- - 0}{R_3} = \frac{0}{R_3} = 0$

perché la tensione ai capi di R_3 è nulla; essendo $I_{R3} = 0$ e $I^- = 0$, ne segue che $I_{R4} = I_2$;

quindi $v_u^{(3)} = V^- + R_4 I_{R4} = R_4 I_2$

Complessivamente abbiamo che

$$v_u = v_u^{(1)} + v_u^{(2)} + v_u^{(3)} = -V_{io}\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right) - (R_1/\!/R_2)\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right) I_1 + R_4 I_2$$

ma da $\begin{cases} I_B = \frac{I_1+I_2}{2} \\ I_{io} = I_1 - I_2 \end{cases}$ segue che $\begin{cases} I_1+I_2 = 2I_B \\ I_1-I_2 = I_{io} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2I_1 = 2I_B + I_{io} \\ 2I_2 = 2I_B - I_{io} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_1 = I_B + \frac{I_{io}}{2} \\ I_2 = I_B - \frac{I_{io}}{2} \end{cases}$

che sostituite nella precedente danno:

$$v_u = -V_{io}\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right) - (R_1/\!/R_2)\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)\left(I_B + \frac{I_{io}}{2}\right) + R_4\left(I_B - \frac{I_{io}}{2}\right) =$$

$$= -V_{io}\underbrace{\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)}_{2} + \underbrace{\left[-(R_1/\!/R_2)\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right) + R_4\right]}_{-1K\Omega} \underset{80nA}{\underset{\downarrow}{I_B}} + \underbrace{\left[-(R_1/\!/R_2)\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right) - R_4\right]}_{-3K\Omega} \frac{I_{io}}{2}$$

l'unica quantità di segno definito in questa espressione è la seconda, che vale $-80\mu V$;
quindi per ottenere il $|v_u|_{max}$ conviene sbilanciare anche gli altri due addendi sul valore massimo negativo, cioè prendere $V_{io} = 10mV$ e $I_{io} = 30nA$, col che abbiamo che

$v_u = -20mV - 80\mu V - 45\mu V = -20.125\ mV$ $\rightarrow$

$|v_u|_{max} = 20.125\ mV$