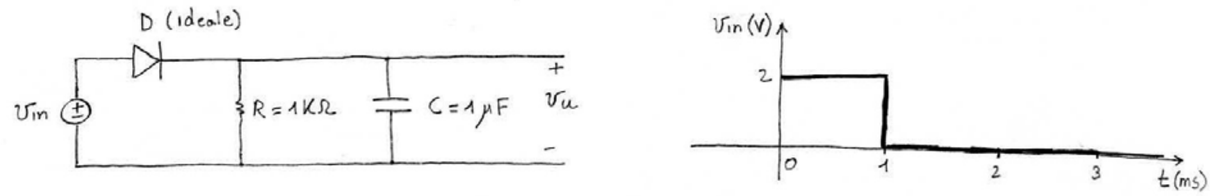
Scheda **A18_08**		Data: **14 settembre 2018**
Cognome	Nome	Matricola

ESERCIZIO N°1

6 punti (4)

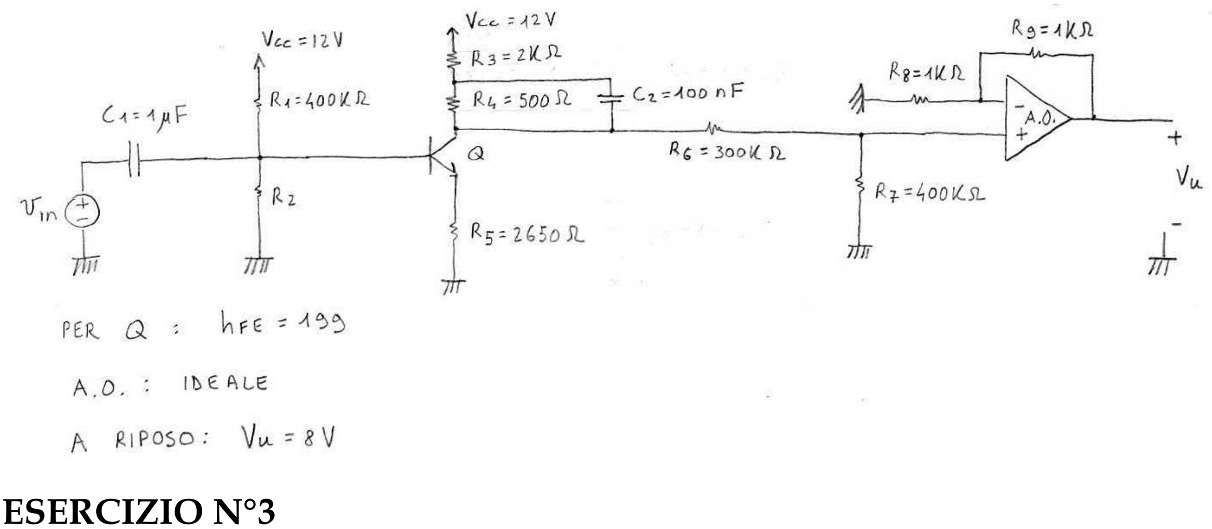
Si consideri il rivelatore di inviluppo rappresentato a sinistra nella seguente figura. Ipotizzando il condensatore inizialmente scarico, si disegni l'andamento nel tempo della tensione $v_u(t)$ in uscita da tale circuito quando in ingresso al circuito si applica la tensione $v_{in}(t)$ il cui andamento nel tempo per t>0 è rappresentato a destra nella figura. In particolare, si dica in quali intervalli di tempo il diodo conduce e in quali è interdetto e si scriva l'espressione matematica della $v_{out}(t)$ nei due casi. Si determini inoltre l'istante in cui la tensione di uscita assume il valore 2 V/e=0.73576 V (dove e è il numero di Nepero e=2.71828). Si consideri il diodo ideale.



ESERCIZIO N°2

7 punti (4)

Con riferimento al circuito in figura, ricavare il valore della resistenza R_2 sapendo che la tensione di uscita V_U a riposo è pari a 8 V. Determinare il punto di lavoro del transistore bipolare Q. Si consideri l'amplificatore operazionale ideale e h_{FE}=199 per il transistore Q.



ESERCIZIO N°3

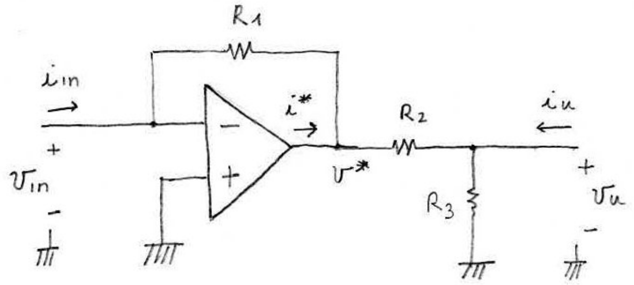
7.5 punti (4)

Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui però stavolta si assuma R_2=1 MΩ. Se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s)=V_u/V_{in}$ e se ne disegni il diagramma di Bode del modulo. Si considerino per Q: h_{ie}=5 KΩ, h_{fe}=250, h_{re}=0, h_{oe}=0.

ESERCIZIO N°4

6.5 punti (4)

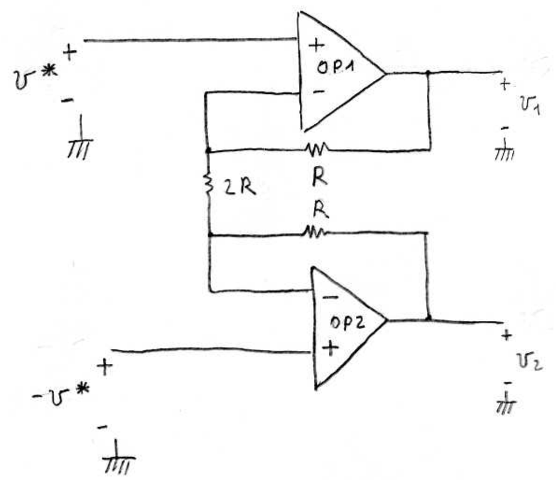
Si ricavino i parametri *h* per il circuito mostrato nella seguente figura. Si ipotizzi l'amplificatore operazionale ideale. [Nel risolvere l'esercizio, si tenga conto di cosa implica il cortocircuito virtuale per quanto riguarda il valore di v_{in} e il legame tra v^* e i_{in}. Si consideri anche che usando questo livello di approssimazione il valore della corrente i^* presente all'uscita dell'amplificatore operazionale non è noto e quindi non può essere sfruttato nei calcoli.]



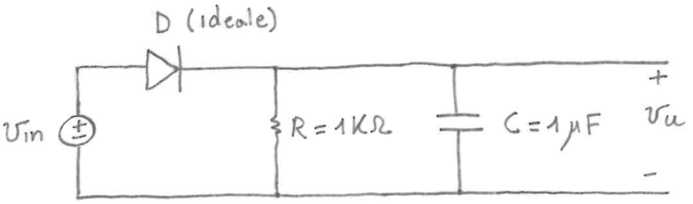
ESERCIZIO N°5

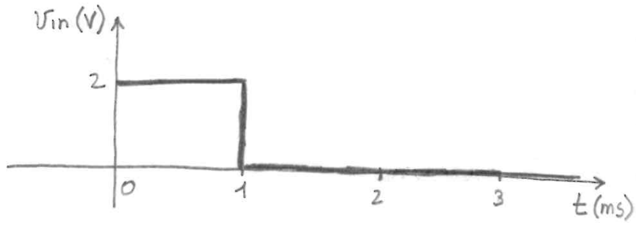
6 punti (4)

Si consideri il seguente circuito, avente ingressi pari a v^* e $-v^*$. Ipotizzando i due amplificatori operazionali ideali, si ricavino i valori delle tensioni v_1 e v_2 alle uscite del circuito in funzione di v^*. [Nello svolgere l'esercizio, si consideri l'effetto del cortocircuito virtuale sulle tensioni ai terminali della resistenza di valore $2R$ e di conseguenza sulle correnti che scorrono nelle due resistenze di valore R.]

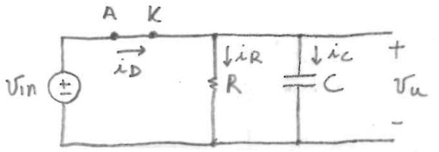


1)



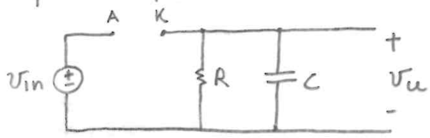


per $t=0$ C è scarico;
inizialmente partiamo con $v_{in} = 2V > 0$, quindi è lecito ipotizzare che il diodo D conduca (ha una tensione sull'anodo superiore a quella sul catodo);
quindi ipotizziamo che D conduca e sostituiamolo con un cortocircuito:



vediamo se l'ipotesi è verificata;
abbiamo che $i_D = i_R + i_C = \frac{v_u}{R} + C\frac{dv_u}{dt}$;
sotto questa ipotesi, per $t \geq 0$ $v_u = v_{in} \rightarrow i_D = \frac{v_{in}}{R} + C\frac{dv_{in}}{dt}$;

a causa del modello idealizzato usato per il diodo, per $t=0$ la tensione ai capi del condensatore passa da 0 (perché inizialmente il condensatore era scarico) a 2V (perché quando il diodo conduce si comporta da cortocircuito) $\rightarrow i_C = C\frac{dv_u}{dt} = \infty \rightarrow i_D = \infty$, quindi l'ipotesi che il diodo entri in conduzione è verificata (notare che il fatto che la tensione ai capi del condensatore qui vari istantaneamente, nonostante l'inerzialità rispetto alle tensioni del condensatore, è dovuta alla presenza di delta di corrente);
poi per $0 < t < 1ms$ si ha che $v_{in} = 2V \rightarrow \frac{v_{in}}{R} (= 2mA) > 0$ e che $\frac{dv_{in}}{dt} = 0 \rightarrow i_D = \frac{v_{in}}{R} > 0$,
quindi l'ipotesi di diodo in conduzione è verificata e $v_u = v_{in} = 2V$;
per $t = 1ms$ si ha che v_{in} varia istantaneamente da 2V a 0, per cui $\frac{dv_{in}}{dt} < 0 \rightarrow i_D < 0$,
per cui l'ipotesi di diodo in conduzione cessa di essere verificata,
quindi ipotizziamo che D sia interdetto e sostituiamolo con un ramo aperto



a questo punto il condensatore (che, essendo un condensatore inerziale per quanto riguarda le tensioni, partirà dall'ultimo valore di tensione che aveva assunto alla fine della fase precedente) si scaricherà sulla resistenza R con andamento esponenziale e costante di tempo $\tau = RC = 1ms$;
l'andamento della tensione ai capi del condensatore, cioè della v_u, sarà quindi

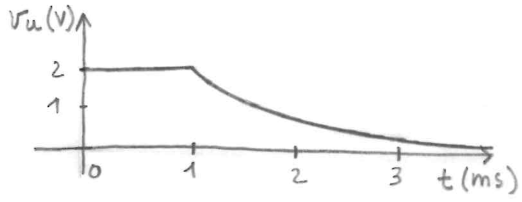
$$v_u(t) = v_u(t=1ms) \cdot e^{-\frac{(t-1ms)}{\tau}} = 2V \cdot e^{-\frac{t-1ms}{1ms}}$$

(che per $t = 1ms$ vale proprio $v_u(t=1ms) = 2V$ e poi cala verso con andamento esponenziale);
l'ipotesi di diodo interdetto è verificata per $t > 1ms$ in quanto per $t > 1ms$

$$v_{AK} = v_{in} - v_u = 0 - 2V \cdot e^{-\frac{t-1ms}{1ms}} < 0$$

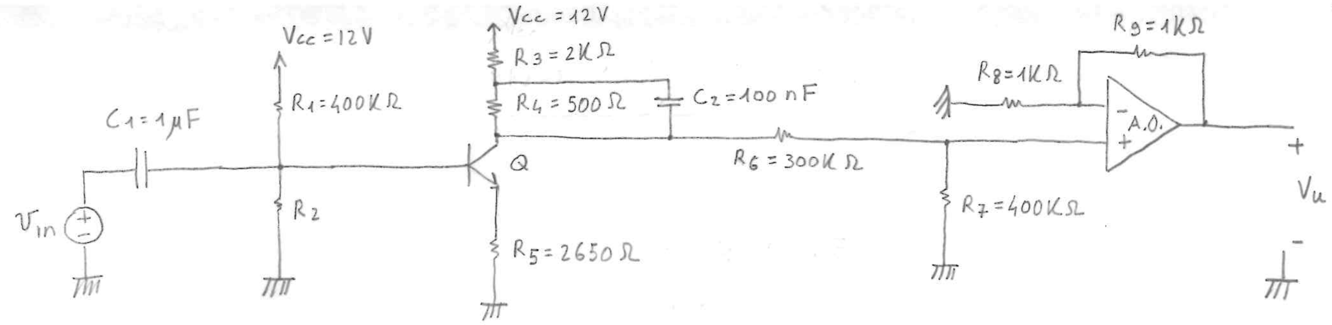
(in quanto $v_u(t)$ pur diminuendo rimane pur sempre > 0);
in particolare per quale istante t la tensione di uscita raggiunge il valore $\frac{2V}{e} \approx 0.73576V$?
dobbiamo imporre $v_u(t) = 2V \cdot e^{-\frac{t-1ms}{1ms}} = \frac{2V}{e} = 2V \cdot e^{-1} \rightarrow \frac{t-1ms}{1ms} = 1 \rightarrow$
$t = 2ms$;

in conclusione l'andamento della $v_u(t)$ sarà il seguente:



e per $t = 2ms$
$v_u \approx 0.73576V$

2)

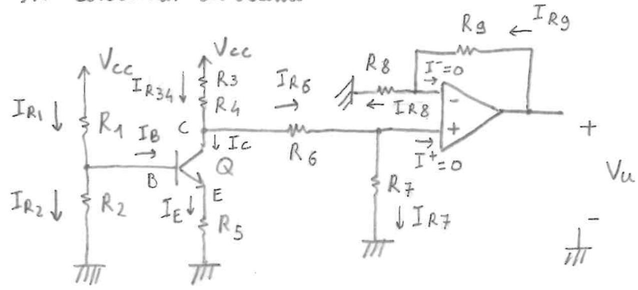


PER Q : $h_{FE} = 199$

A.O. : IDEALE

A RIPOSO: $V_u = 8V$

In continua abbiamo



per il ccv. $I^- = 0$, $I^+ = 0$, $V^+ = V^-$

essendo $I^- = 0$, $I_{R_9} = I_{R_8}$

$V_u = R_9 I_{R_9} + R_8 I_{R_8} = (R_8 + R_9) I_{R_9} \rightarrow I_{R_9} = \dfrac{V_u}{R_8 + R_9} = 4\ mA$

$V^- = R_8 I_{R_8} = 4V = V^+$

(oppure: tra V^+ e V_u c'è un amplificatore non invertente con guadagno $1 + \dfrac{R_9}{R_8} = 2$, per cui $V^+ = \dfrac{V_u}{2} = 4V$)

$I_{R_7} = \dfrac{V^+}{R_7} = 10\mu A = I_{R_6}$ (dato che $I^+ = 0$)

$V_C = V^+ + R_6 I_{R_6} = 7V$

$I_{R_{34}} = \dfrac{V_{CC} - V_C}{R_3 + R_4} = 2\ mA$

$I_C = I_{R_{34}} - I_{R_6} = 1.99\ mA$

ipotesi: Q in zona attiva diretta

$I_B = \dfrac{I_C}{h_{FE}} = 10\mu A > 0$

$I_E = (h_{FE} + 1) I_B = 2\ mA$

$V_E = R_5 I_E = 5.3V$

$V_{CE} = V_C - V_E = 1.7V > V_{CE\,sat} \approx 0.2V \rightarrow$ ipotesi verificata

$V_B = V_E + V_\gamma = 6V$

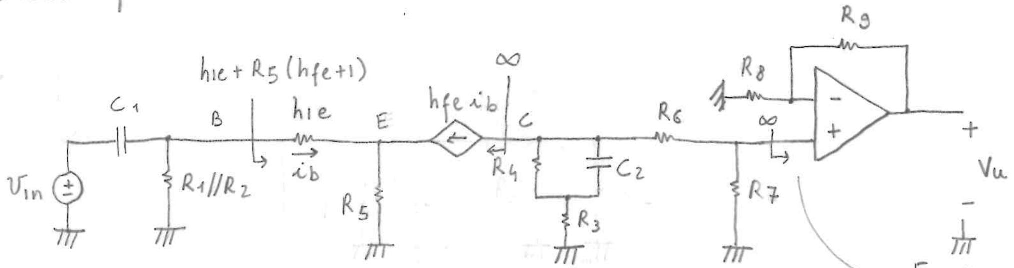
$I_{R_1} = \dfrac{V_{CC} - V_B}{R_1} = 15\mu A$

$I_{R_2} = I_{R_1} - I_B = 5\mu A$

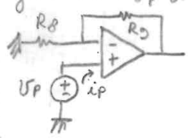
$R_2 = \dfrac{V_B}{I_{R_2}} = 1.2\ M\Omega$

3) ora consideriamo $R_2 = 1\,M\Omega$, $h_{ie} = 5\,K\Omega$, $h_{fe} = 250$

circuito per le variazioni:



[notare che la resistenza vista dall'ingresso "+" dell'A.O. è infinita perché se ci mettiamo un generatore v_p di prova



si vede che $i_p = 0$ per il c.c.v., per cui $R_v = \dfrac{v_p}{i_p} = \infty$]

2 condensatori, nessuna maglia impropria → 2 poli

$A_v(\infty) \neq 0$ → numero zeri = numero poli → 2 zeri

$$R_{VC1} = R_1 // R_2 // (h_{ie} + R_5(h_{fe}+1)) = 200\,312{,}36\ \Omega$$

$$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{VC1}} = 4{,}9922\ \text{rad/s} \rightarrow f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 0{,}795\ \text{Hz}$$

C_1 è in serie sull'unico percorso che porta l'ingresso all'uscita →

$\omega_{Z1} = 0$

(sarebbe R_7 in parallelo con la resistenza vista dall'ingresso "+" dell'A.O., che però è infinita)

$$R_{VC2} = R_4 // (R_3 + R_6 + R_7) = 499{,}644\ \Omega$$

$$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{VC2}} = 20014{,}245\ \text{rad/s} \rightarrow f_{P2} = \frac{\omega_{P2}}{2\pi} = 3185{,}366\ \text{Hz}$$

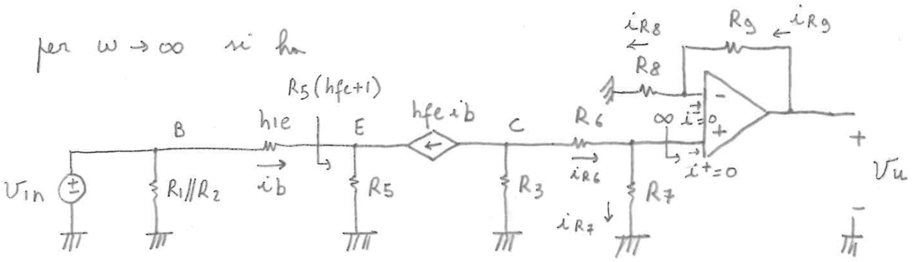
V_u va a 0 per la s per cui $R_3 + \left(R_4 // \frac{1}{C_2 s}\right) = 0$ perché in tal caso $V_C = 0$ e quindi $V_u = 0$.

$$R_3 + \left(R_4 // \frac{1}{C_2 s}\right) = R_3 + \frac{R_4 \frac{1}{C_2 s}}{R_4 + \frac{1}{C_2 s}} = R_3 + \frac{R_4}{1 + R_4 C_2 s} = \frac{R_3 + R_3 R_4 C_2 s + R_4}{1 + R_4 C_2 s} = 0 \rightarrow$$

$$R_3 + R_4 + R_3 R_4 C_2 s = 0 \rightarrow s = -\frac{R_3 + R_4}{R_3 R_4 C_2} = -\frac{1}{C_2 \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}} = -\frac{1}{C_2 (R_3 // R_4)} \rightarrow$$

$$\omega_{Z2} = \frac{1}{C_2 (R_3 // R_4)} = 25000\ \text{rad/s} \rightarrow f_{Z2} = \frac{\omega_{Z2}}{2\pi} = 3978{,}874\ \text{Hz}$$

per $\omega \rightarrow \infty$ si ha



per il ccv: $i^- = 0$, $i^+ = 0$, $v^+ = v^-$

$i_{R9} = i_{R8}$ perché $i^- = 0$

$$V_u = R_9 i_{R9} + R_8 i_{R8} = (R_8 + R_9)\, i_{R8}$$

$$v^- = R_8 i_{R8} = v^+ \rightarrow i_{R8} = \frac{v^+}{R_8}$$

(oppure direttamente: tra v^+ e V_u c'è un amplificatore non invertente con guadagno $1 + \frac{R_9}{R_8}$, per cui $V_u = \left(1 + \frac{R_9}{R_8}\right) v^+ = (R_8 + R_9)\frac{v^+}{R_8}$)

$$v^+ = V_C \frac{R_7}{R_6 + R_7} \quad \text{(} R_6 \text{ e } R_7 \text{ sono in serie, dato che } i^+ = 0\text{)}$$

$$V_C = -h_{fe}\, i_b \left(R_3 // (R_6 + R_7)\right)$$

$$i_b = \frac{V_{in}}{h_{ie} + R_5(h_{fe}+1)}$$

oppure:

(essendo $i^+ = 0$, R_6 e R_7 sono in serie)

$$i_{R7} = \frac{v^+}{R_7} = i_{R6} = -h_{fe}\, i_b \frac{R_3}{R_3 + R_6 + R_7} \rightarrow$$

(partitore di corrente tra R_3 e $R_6 + R_7$)

$$v^+ = -h_{fe}\, i_b\, R_7 \frac{R_3}{R_3 + R_6 + R_7} =$$

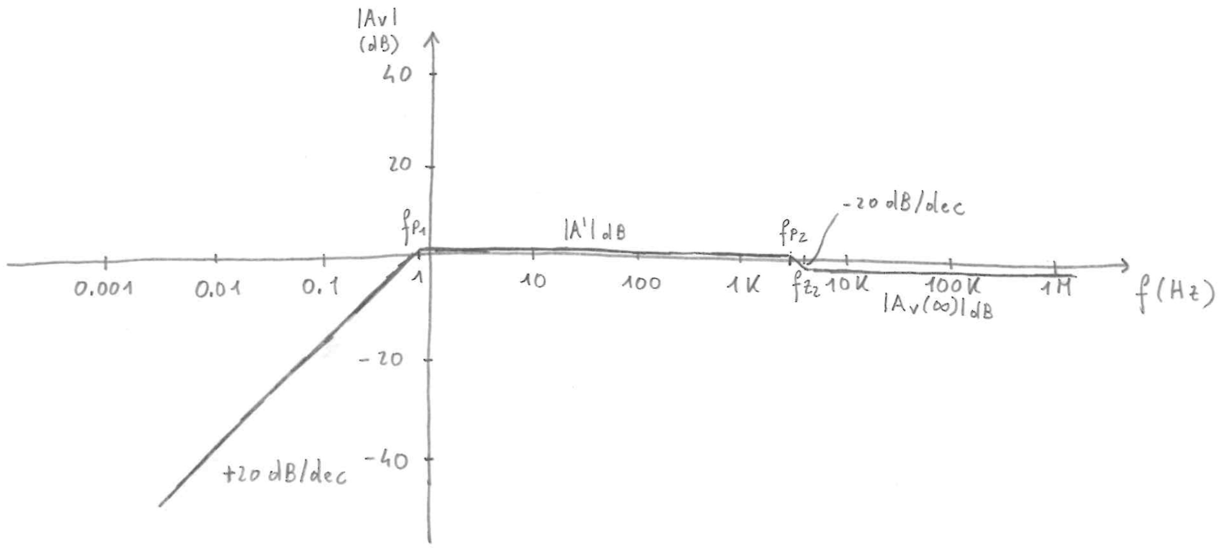
$$= -h_{fe}\, i_b \frac{R_7}{R_6 + R_7} \frac{R_3 (R_6 + R_7)}{R_3 + R_6 + R_7} = -h_{fe} \cdot \frac{R_7}{R_6 + R_7} \cdot (R_3 // (R_6 + R_7))$$

$$A_v(\infty) = \frac{V_u}{V_{in}} = -\left(1+\frac{R_9}{R_8}\right) \frac{R_7}{R_6+R_7} \, h_{fe} \, \frac{(R_3 /\!/ (R_6+R_7))}{h_{ie}+R_5(h_{fe}+1)} = -0.85026$$

negativo, come ci aspettavamo dato che si tratta di uno stadio a emettitore comune (invertente) e di un amplificatore non invertente in cascata

$$|A_v(\infty)| = -1.409 \text{ dB}$$

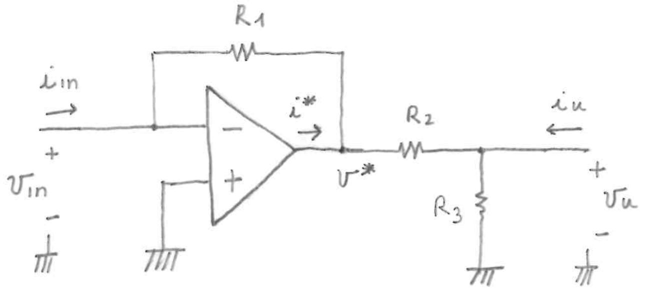
$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{s\,(s+\omega_{z2})}{(s+\omega_{p1})\,(s+\omega_{p2})}$$



$$|A'| = |A_v(\infty)| \frac{f_{z2}}{f_{p2}} = 1.062$$

$$|A'|\,\text{dB} = 0.523 \text{ dB}$$

4)

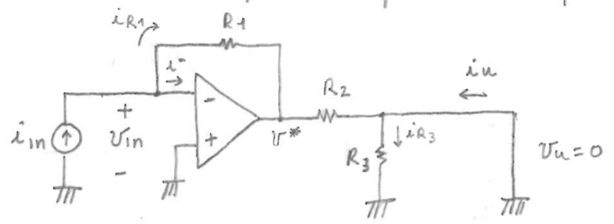


$$\begin{cases} i_u = h_f\, i_{in} + h_o\, v_u \\ v_{in} = h_i\, i_{in} + h_r\, v_u \end{cases}$$

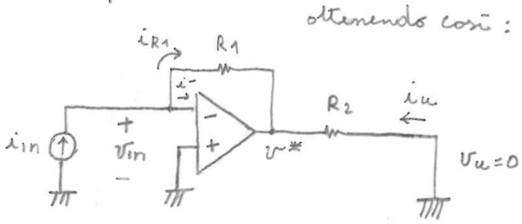
$$h_f = \left.\frac{i_u}{i_{in}}\right|_{v_u=0} \qquad h_o = \left.\frac{i_u}{v_u}\right|_{i_{in}=0}$$

$$h_i = \left.\frac{v_{in}}{i_{in}}\right|_{v_u=0} \qquad h_r = \left.\frac{v_{in}}{v_u}\right|_{i_{in}=0}$$

Calcoliamo prima i parametri h_f e h_i, per cui dobbiamo imporre $v_u = 0$ (uscita cortocircuitata) ottenendo così:



ossia (essendo $i_{R3} = \frac{v_u}{R_3} = 0$)



a causa del c.c.v. $i^- = 0$ e quindi $i_{R1} = i_{in}$;

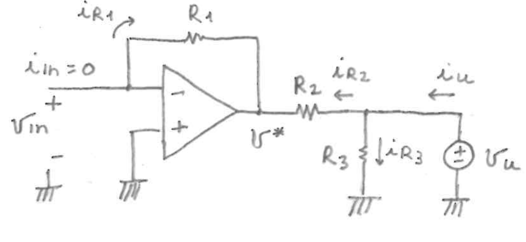
inoltre $v^- = v^+ = 0$, per cui $v^* = v^- - R_1 i_{R1} = 0 - R_1 i_{in} = -R_1 i_{in}$

quindi v^* è proporzionale al valore di i_{in} ;

allora $i_u = -\frac{v^*}{R_2} = \frac{R_1}{R_2} i_{in} \rightarrow h_f = \frac{i_u}{i_{in}} = \frac{R_1}{R_2}$;

d'altra parte essendo $v^- = 0$ anche $v_{in} = 0 \rightarrow h_i = \frac{v_{in}}{i_{in}} = 0$

Calcoliamo adesso i parametri h_o e h_r, per cui dobbiamo imporre $i_{in} = 0$ (ingresso aperto) ottenendo così:



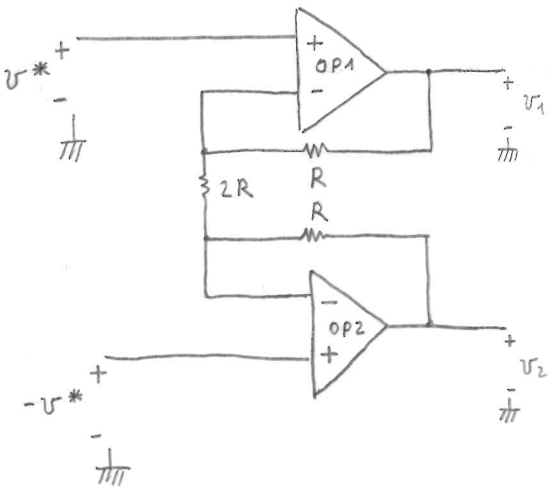
essendo in questi casi $i_{in} = 0$, per il ragionamento fatto sopra ($i^- = 0$, per cui $i_{R1} = i_{in}$ e quindi $v^* = -R_1 i_{R1}$) abbiamo che $v^* = 0$;

di conseguenza $i_u = i_{R3} + i_{R2} = \frac{v_u}{R_3} + \frac{v_u - v^*}{R_2} = \frac{v_u}{R_3} + \frac{v_u}{R_2} = \frac{v_u}{R_2 /\!/ R_3} \rightarrow$

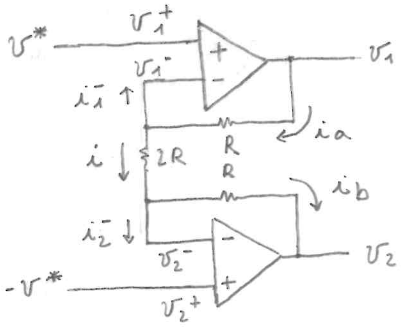
$h_o = \frac{i_u}{v_u} = \frac{1}{R_2 /\!/ R_3}$;

d'altra parte per il CCV abbiamo sempre che $v^- = v^+ = 0 \rightarrow v_{in} = 0 \rightarrow h_r = \frac{v_{in}}{v_u} = 0$

5)



abbiamo



$v_1^+ = v^*$

per il c.c.v. $v_1^- = v_1^+ = v^*$

$v_2^+ = -v$

per il c.c.v. su OP2 : $v_2^- = v_2^+ = -v^*$

quindi $i = \frac{v_1^- - v_2^-}{2R} = \frac{v^* - (-v^*)}{2R} = \frac{2v^*}{2R} = \frac{v^*}{R}$

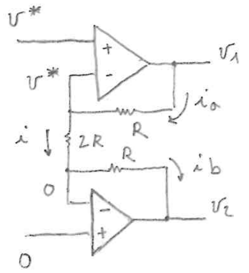
per il ccv su OP1 : $i_1^- = 0 \longrightarrow i_a = i$

per il ccv su OP2 : $i_2^- = 0 \longrightarrow i_b = i$

di conseguenza $v_1 = v_1^- + R i_a = v^* + R i = v^* + R \frac{v^*}{R} = 2v^*$

mentre $v_2 = v_2^- - R i_b = -v^* - R i = -v^* - R \frac{v^*}{R} = -2v^*$

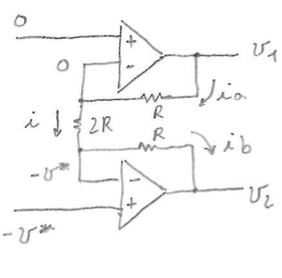
oppure usando la sovrapposizione degli effetti:



$i = \frac{v^*}{2R} = i_a = i_b$

$v_1 = v^* + R i_a = v^* + \frac{v^*}{2} = \frac{3}{2} v^*$

$v_2 = 0 - R i_b = 0 - \frac{v^*}{2} = -\frac{v^*}{2}$



$i = \frac{v^*}{2R} = i_a = i_b$

$v_1 = 0 + R i_a = 0 + \frac{v^*}{2} = \frac{v^*}{2}$

$v_2 = -v^* - R i_b = -v^* - \frac{v^*}{2} = -\frac{3}{2} v^*$

sovrapponendo, si trova

$v_1 = \frac{3}{2} v^* + \frac{v^*}{2} = 2v^*$

$v_2 = -\frac{v^*}{2} - \frac{3}{2} v^* = -2v^*$