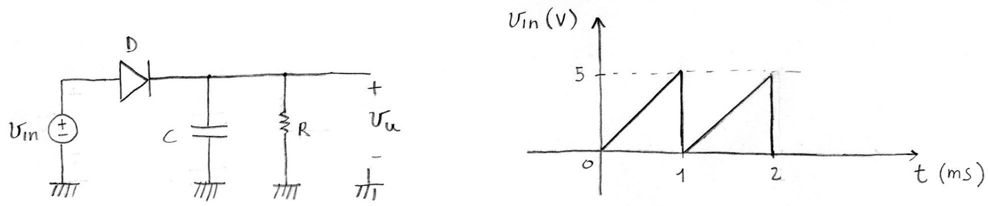
Scheda: **A21_02**	Data: **29 gennaio 2021**

Cognome	Nome	Matricola

ESERCIZIO N°1
6.5 punti (4)

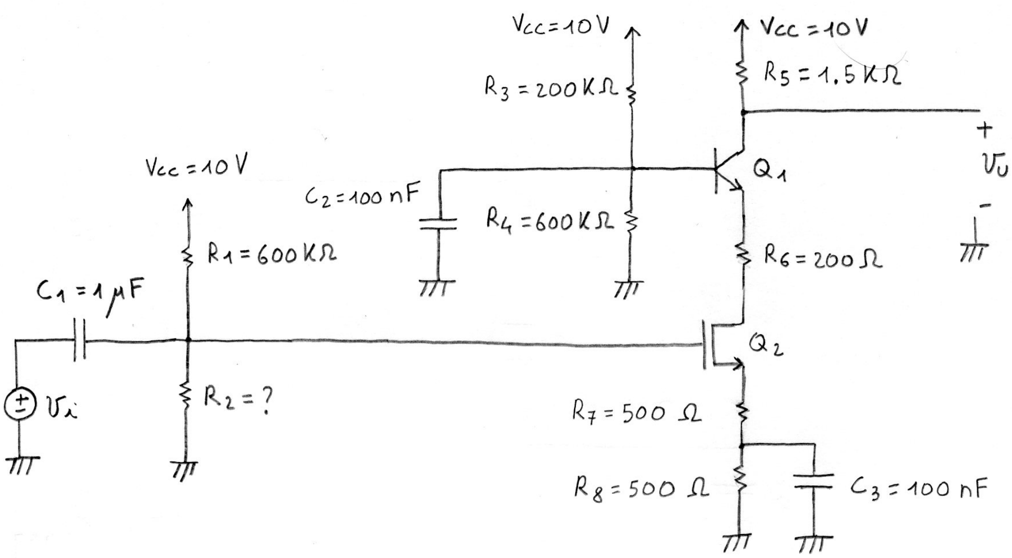
Si consideri il circuito rappresentato a sinistra in figura. Ipotizzando il condensatore inizialmente scarico, si ricavi passo passo e si disegni l'andamento nel tempo, per $0 \leq t \leq 2$ ms, della tensione $v_u(t)$ in uscita da tale circuito quando in ingresso al circuito si applica la tensione $v_{in}(t)$ il cui andamento nel tempo è rappresentato a destra in figura. In particolare, si specifichi in quali intervalli di tempo il diodo conduce e in quali è interdetto. Inoltre si scriva l'espressione analitica della tensione $v_u(t)$ in ciascuna zona di funzionamento. Qualora l'istante di tempo in cui termina una delle fasi sia complicato da calcolare numericamente, ci si limiti a dire quale equazione tale valore deve soddisfare. Si consideri il diodo ideale.



R = 800 Ω ; C = 1 μF ; D ideale

ESERCIZIO N°2
7 punti (4)

Con riferimento al circuito in figura, ipotizzando Q_1 (transistore BJT npn) in zona attiva diretta e Q_2 (transistore MOS a canale n) in saturazione e sapendo che la tensione V_U a riposo è pari a 7 V, si ricavi il valore della resistenza R_2. Si determini il punto di lavoro di Q_1 e Q_2 e si verifichino le ipotesi fatte sullo stato dei due transistori. [Per determinare la tensione sulla base del transistore Q_1 può essere utile fare un equivalente di Thevenin di ciò che è attaccato a tal base.]



per Q_1:
$h_{FE} = 200$

per Q_2:
$V_T = 0.99$ V
$\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 2.01 \frac{mA}{V^2}$

a riposo:
$V_U = 7$ V

ESERCIZIO N°3
7.5 punti (4)

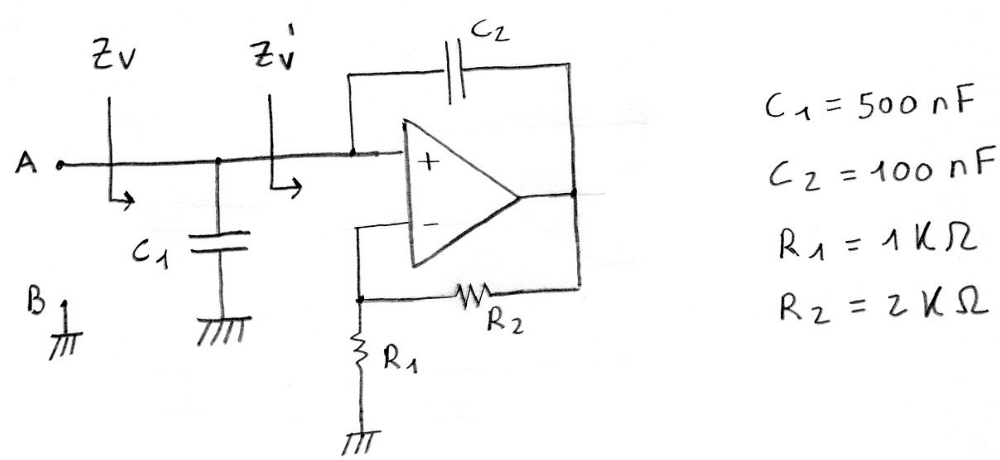
Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui però stavolta si assuma $R_2 = 500$ KΩ. Considerando per Q_1: $h_{ie1} = 5$ KΩ, $h_{fe1} = 250$ e per Q_2: $g_{m2} = 4$ mA/V, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_i$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa) e si grafichi il suo diagramma di Bode del modulo.

ESERCIZIO N°4
6 punti (4)

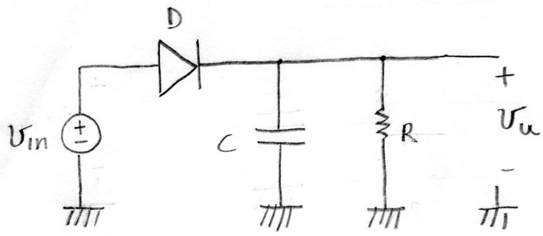
Si progetti (mettendo in cascata due filtri di ordine 1 aventi lo stesso polo) un filtro passa-basso di ordine 2 con polo pari a 1 Krad/s e guadagno in banda passante pari a -5. Si realizzi in maniera tale che la sua funzione di trasferimento sia indipendente dall'impedenza della sorgente e del carico. Dopo averne disegnato lo schema circuitale, se ne trovi la funzione di trasferimento e si dimensionino tutti i suoi componenti circuitali.

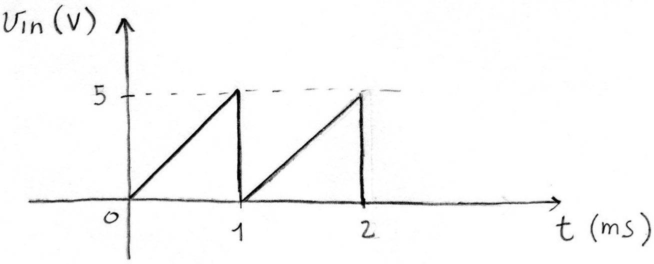
ESERCIZIO N°5
6 punti (4)

Ipotizzando l'amplificatore operazionale ideale, ricavare l'impedenza Z_V vista tra i terminali A e B del circuito guardando verso destra.
[Notare che l'impedenza Z'_V mostrata in figura è l'impedenza vista dall'ingresso di un convertitore di impedenza, valutabile semplicemente utilizzando il metodo del cortocircuito virtuale.]



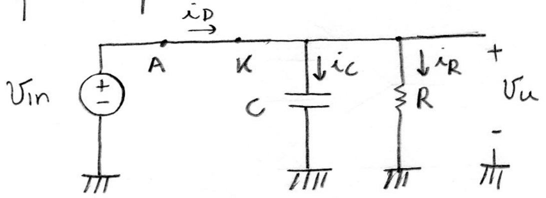
1)





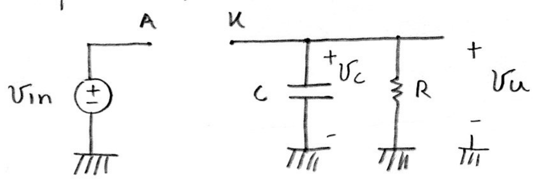
$R = 800\,\Omega$; $C = 1\,\mu F$; D ideale

assumiamo C inizialmente scarico : $v_c(0) = 0 \rightarrow v_u(0) = 0$;
partendo da $t=0$, all'inizio la v_{in} crescendo assume valori positivi, per cui presumibilmente il diodo D (avendo sull'anodo una tensione positiva e sul catodo una tensione che inizialmente era nulla) condurrà;
quindi ipotizziamo il diodo in conduzione → il circuito diventa :



$v_u = v_{in}$;
dobbiamo verificare $i_D > 0$ →
$$i_D = i_C + i_R = C\,\frac{d v_{in}}{dt} + \frac{v_{in}}{R} > 0$$

questo è sicuramente vero fino a $t = 1\,ms$ perché fino a $t = 1\,ms$ v_{in} cresce (e quindi $\frac{d v_{in}}{dt} > 0$) ed assume valori positivi (e quindi $v_{in} > 0$), quindi essendo la somma di due termini positivi la i_D è > 0 ;
per $t = 1\,ms$ abbiamo che $\frac{d v_{in}}{dt} = -\infty$, quindi la condizione $i_D > 0$ non è più verificata e quindi il diodo si interdice ;
quindi ipotizziamo il diodo interdetto → il circuito diventa :



per cui il condensatore C (partendo dalla tensione 5V a cui era arrivato alla fine della fase precedente) inizia a scaricarsi sulla resistenza R con costante di tempo
$\tau = RC = 0.8\,ms$

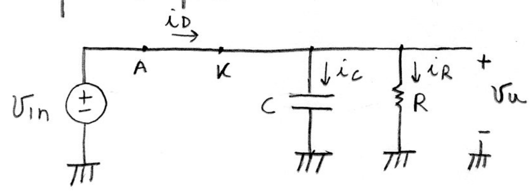
$$v_u = v_C = v_C(t = 1\,ms) \cdot e^{-\frac{t - 1ms}{\tau}} = 5V \cdot e^{-\frac{t-1ms}{0.8ms}}$$;

dobbiamo verificare $v_{AK} < 0 \rightarrow v_{in} - v_u < 0 \rightarrow v_{in} < v_u$;
questo è vero finché l'andamento della v_u (che sta scendendo esponenzialmente) non interseca l'andamento della v_{in} (che sta salendo linearmente) : nell'istante t^* in cui questo succede, cioè in cui

$$5V \cdot e^{-\frac{t^* - 1ms}{0.8ms}} = \underbrace{\frac{5V}{1ms}(t^* - 1ms)}$$

$\left[\frac{5V}{1ms}(t - 1ms) \right.$ è l'andamento rettilineo che vale 0 per $t = 1ms$ e vale 5V per $\left. t = 2ms \right]$

la condizione $v_{AK} < 0$ non è più verificata e quindi il diodo non è più interdetto cioè ricomincia a condurre ;
quindi ipotizziamo il diodo in conduzione → il circuito diventa :

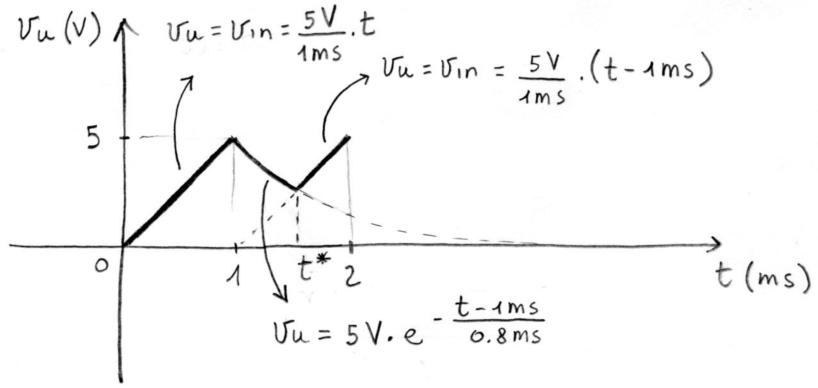


$v_u = v_{in}$;
dobbiamo verificare $i_D > 0$ →
$$i_D = i_C + i_R = C\,\frac{d v_{in}}{dt} + \frac{v_{in}}{R} > 0$$

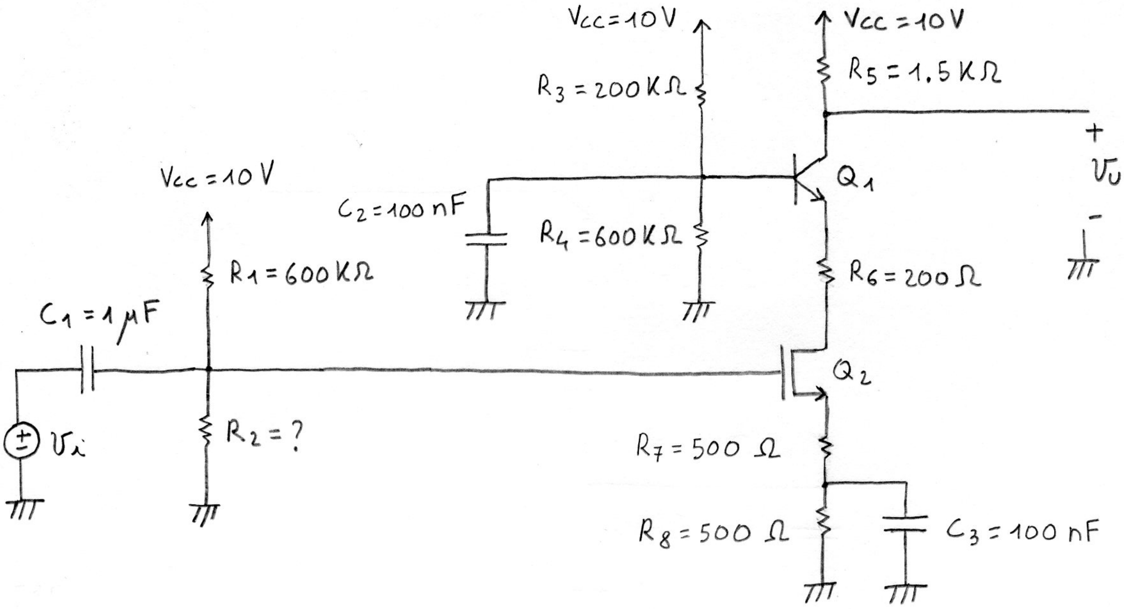
questo è sicuramente vero fino a $t = 2ms$ perché fino a $t = 2ms$ v_{in} cresce (e quindi $\frac{dv_{in}}{dt} > 0$) ed assume valori positivi (e quindi $v_{in} > 0$), quindi essendo la somma di due termini positivi la i_D è > 0;

per $t = 2ms$ abbiamo che $\frac{dv_{in}}{dt} = -\infty$, quindi la condizione $i_D > 0$ non è più verificata e quindi il diodo si interdice.

Quindi abbiamo:



2)



per Q_1:

$h_{FE} = 200$

per Q_2:

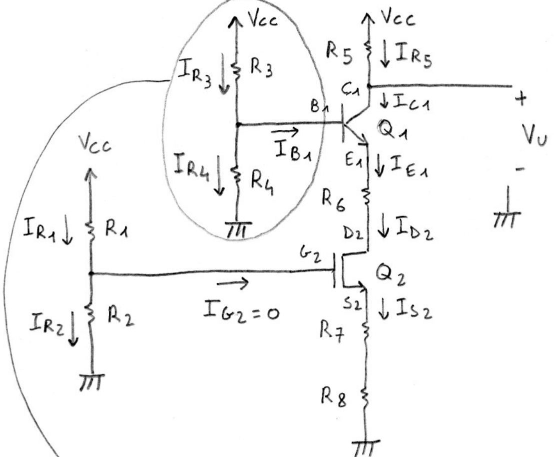
$V_T = 0.99\ V$

$\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} = 2.01\ \frac{mA}{V^2}$

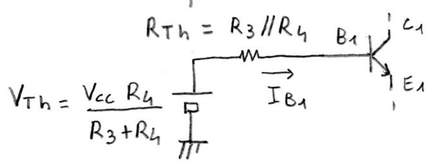
a riposo:

$V_U = 7\ V$

In continua il circuito diventa:



equivalente di Thevenin:



con $V_{Th} = V_{cc}\frac{R_4}{R_3+R_4} = 7.5\ V$

$R_{Th} = R_3 // R_4 = 150\ K\Omega$

$V_U = V_{C1} = 7\ V$

$I_{R5} = \frac{V_{cc} - V_U}{R_5} = 2\ mA = I_{C1}$

ipotesi 1: Q_1 in zona attiva diretta

$I_{B1} = \frac{I_{C1}}{h_{FE}} = 10\ \mu A > 0$

$I_{E1} = (h_{FE}+1) I_{B1} = 2.01\ mA = I_{D2} = I_{S2}$ (dato che $I_{G2}=0$)

$V_{B1} = V_{Th} - R_{Th} I_{B1} = 6\ V$

(oppure: $I_{R3} = I_{R4} + I_{B1} \rightarrow \frac{V_{cc} - V_{B1}}{R_3} = \frac{V_{B1}}{R_4} + I_{B1} \rightarrow$

$V_{B1}\underbrace{\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)}_{\frac{1}{R_3//R_4}} = \frac{V_{cc}}{R_3} - I_{B1} \rightarrow V_{B1} = (R_3//R_4)\left(\frac{V_{cc}}{R_3} - I_{B1}\right) = 6V$)

$I_{R3} = \frac{V_{cc} - V_{B1}}{R_3} = 20\ \mu A$

$I_{R4} = \frac{V_{B1}}{R_4} = 10\ \mu A$

$V_{BE1} = V_\gamma \rightarrow V_{E1} = V_{B1} - V_\gamma = 5.3\ V$

$V_{CE1} = V_{C1} - V_{E1} = 1.7\ V > V_{CEsat} \simeq 0.1\ V \longrightarrow$ ipotesi 1 verificata

$V_{D2} = V_{E1} - R_6 I_{E1} = 4.898\ V$

$V_{S2} = (R_7 + R_8) I_{S2} = 2.01\ V$

$V_{DS2} = V_{D2} - V_{S2} = 2.888\ V$

ipotesi 2: Q_2 in saturazione

$I_{D2} = K(V_{GS2} - V_T)^2$ con $K = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} = 2.01\ \frac{mA}{V^2}$

$V_{GS2} = V_T \cancel{\pm} + \sqrt{\frac{I_{D2}}{K}} = 1.99\ V > V_T$

un mos a canale n conduce se $V_{GS} > V_T$

$V_{DS2} = 2.888\ V > V_{GS2} - V_T = 1\ V \longrightarrow$ ipotesi 2 verificata

$V_{G2} = V_{S2} + V_{GS2} = 4\ V$

[$g_{m2} = 2K(V_{GS2} - V_T) = 4.02\ \frac{mA}{V}$ NON RICHIESTO]

$I_{R1} = \frac{V_{cc} - V_{G2}}{R_1} = 10\ \mu A = I_{R2}$ (dato che $I_{G2} = 0$)

$R_2 = \frac{V_{G2}}{I_{R2}} = 400\ K\Omega$

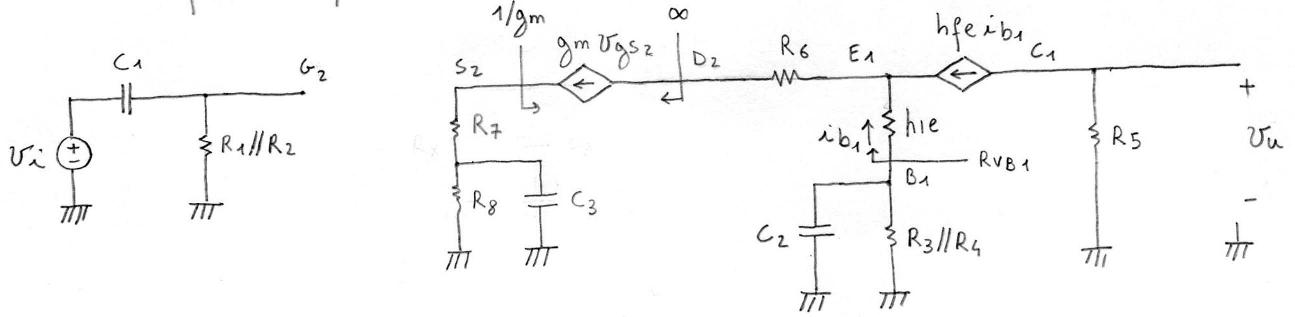
3) $R_2 = 500\,K\Omega$

$h_{ie} = 5\,K\Omega$

$h_{fe} = 250$

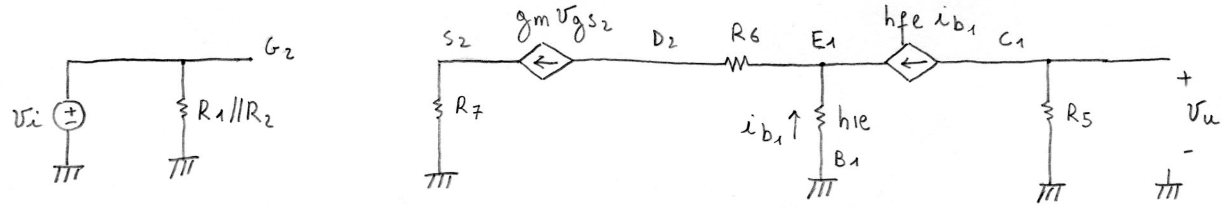
$g_m = 4\,\dfrac{mA}{V}$

Circuito equivalente per le variazioni:



3 condensatori, nessuna maglia impropria → 3 poli

Calcoliamoci $A_v(\infty)$ chiudendo i tre condensatori:



$v_u = -R_5 h_{fe} i_{b_1}$

$g_m v_{gs_2} = i_{b_1} + h_{fe} i_{b_1} \rightarrow i_{b_1} = \dfrac{g_m v_{gs_2}}{h_{fe}+1}$

$v_{gs_2} = v_{g_2} - v_{s_2} = v_{g_2} - R_7 g_m v_{gs_2} \rightarrow v_{gs_2}(1 + R_7 g_m) = v_{g_2} \rightarrow v_{gs_2} = \dfrac{v_{g_2}}{1 + R_7 g_m}$

$v_{g_2} = v_i$

$$A_v(\infty) = \frac{v_u}{v_i} = -R_5 h_{fe} \frac{g_m}{h_{fe}+1} \frac{1}{1+R_7 g_m} = -1.992 \neq 0$$

(negativo, come è giusto che sia dato che si tratta di uno stadio a source comune, invertente, e di uno stadio a base comune, non invertente, in cascata)

$|A_v(\infty)|_{dB} = 5.986\ dB$ $\quad A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow$ n° zeri = n° poli = 3

Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include C_1, C_2 e C_3)

$R_{VC1} = R_1 // R_2 = 272727.\overline{27}\ \Omega$

$\omega_{P1} = \dfrac{1}{C_1 R_{VC1}} = 3.\overline{6}\ rad/s \rightarrow f_{P1} = \dfrac{\omega_{P1}}{2\pi} = 0.5836\ Hz$

la v_u si annulla per la s per cui $\dfrac{1}{C_1 s} = \infty$ (e quindi si apre l'unico percorso che porta in uscita l'effetto della v_i) $\rightarrow s = 0 \rightarrow \omega_{Z1} = 0 \rightarrow f_{Z1} = 0$

$R_{VC3} = R_8 // \left(R_7 + \dfrac{1}{g_m}\right) = 300\ \Omega$

$\omega_{P3} = \dfrac{1}{C_3 R_{VC3}} = 33'333.\overline{3}\ rad/s \rightarrow f_{P3} = \dfrac{\omega_{P3}}{2\pi} = 5305.165\ Hz$

la v_u si annulla per la s per cui $Z_{S2} = R_7 + \left(R_8 // \dfrac{1}{C_3 s}\right) = \infty \rightarrow R_8 // \dfrac{1}{C_3 s} = \infty$ perché

$v_{gs_2} = v_{g_2} - Z_{S2} g_m v_{gs_2} \rightarrow v_{gs_2}(1 + Z_{S2} g_m) = v_{g_2} \rightarrow v_{gs_2} = \dfrac{v_{g_2}}{1 + Z_{S2} g_m}$, per cui v_{gs_2} (e quindi i_b e v_u) si annulla quando $Z_{S2} = \infty$

$$R_8 // \frac{1}{C_3 s} = \frac{R_8 \frac{1}{C_3 s}}{R_8 + \frac{1}{C_3 s}} = \frac{R_8}{1 + R_8 C_3 s} = \infty \rightarrow 1 + R_8 C_3 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_8 C_3} \rightarrow \omega_{Z3} = \frac{1}{R_8 C_3} =$$

$= 20000\ rad/s \rightarrow f_{Z3} = \dfrac{\omega_{Z3}}{2\pi} = 3183.1\ Hz$

la v_u non dipende dal valore dell'impedenza di C_2; infatti v_u dipende da i_{b1}, ma i_{b1} non dipende da ciò che sta sulla base di Q_1 perché $g_m v_{gs2} = i_{b1} + h_{fe}\, i_{b1} \rightarrow i_{b1} = \frac{g_m v_{gs2}}{h_{fe}+1}$ che non dipende da C_2;
di conseguenza C_2, non potendo comparire nella funzione di trasferimento $A_v(s) = \frac{v_u}{v_i}$, deve per forza introdurre un polo e uno zero coincidenti: $\omega_{P2} = \omega_{Z2}$

[Se non ce ne accorgessimo subito e procedessimo con i conti avremmo:

$$R_{VC2} = R_3 // R_4 // \underbrace{\left(h_{ie} + (R_6+\infty)(h_{fe}+1)\right)}_{R_{VB1}=\infty} = R_3 // R_4 = 150\ k\Omega$$

(anche se valutiamo la R_{VB1} come $\frac{v_P}{i_P}$, vediamo che $i_P = i_{b1}$ ed inoltre abbiamo che, essendo $g_m v_{gs2}$ spento, deve essere $i_{b1} = -h_{fe} i_{b1} \rightarrow i_{b1}\underbrace{(1+h_{fe})}_{\neq 0} = 0 \rightarrow i_{b1} = 0$, per cui $R_{VB1} = \frac{v_P}{i_P} = \frac{v_P}{0} = \infty$)

$$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{VC2}} = 66.\bar{6}\ rad/s \rightarrow f_{P2} = \frac{\omega_{P2}}{2\pi} = 10.61\ Hz$$

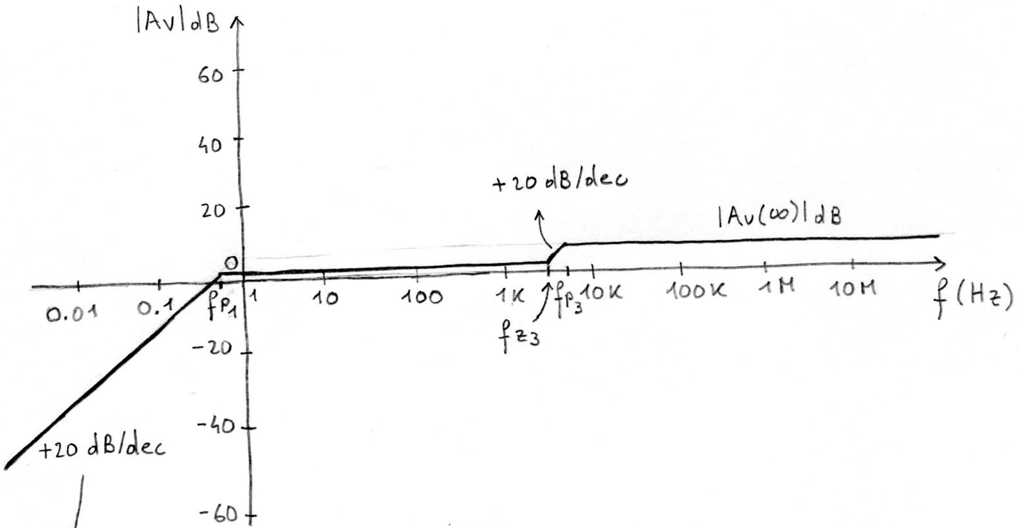
se (in modo inesatto) pensassimo di annullare la corrente i_{b1} imponendo l'impedenza $R_3 // R_4 // \frac{1}{C_2 s} = \infty \rightarrow$

$$\frac{(R_3//R_4)\frac{1}{C_2 s}}{(R_3//R_4) + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{R_3//R_4}{1+(R_3//R_4)C_2 s} = \infty \rightarrow 1+(R_3//R_4)C_2 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{(R_3//R_4)C_2} \rightarrow$$

$\omega_{Z2} = \frac{1}{(R_3//R_4)C_2} = \omega_{P2}$, il che ci dovrebbe comunque far arrivare a concludere che $\omega_{Z2} = \omega_{P2}$]

La funzione di trasferimento è

$$A_v(s) = A_v(\infty)\,\frac{s\,(s+\omega_{Z3})}{(s+\omega_{P1})(s+\omega_{P3})}$$



$$|A'| = |A_v(\infty)|\,\frac{f_{Z3}}{f_{P3}} = 1.1952$$

$$|A'|_{dB} = 1.5488\ dB$$

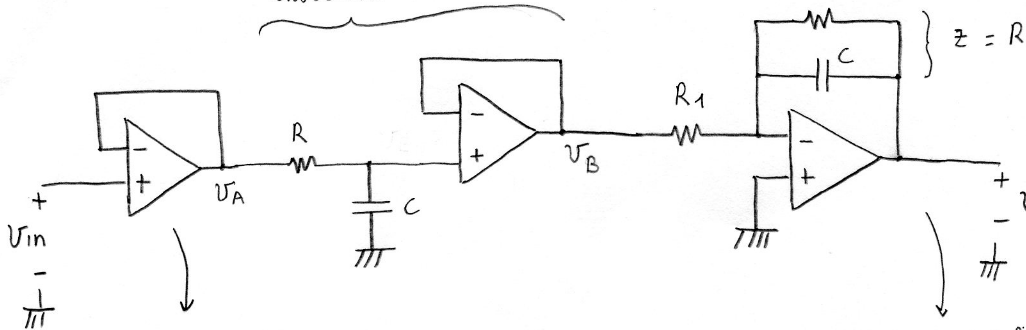
(coerentemente col fatto che abbiamo uno zero nell'origine)

4) $\omega_p = 1K\ rad/s$

$A_{vCB} = -5$

filtro passa-basso non invertente del 1° ordine

filtro passa-basso invertente del 1° ordine



$$Z = R // \frac{1}{CS} = \frac{R\frac{1}{CS}}{R+\frac{1}{CS}} = \frac{R}{1+RCS}$$

(si è scelto di concentrare tutto il guadagno nell'ultimo stadio)

buffer, per rendere la $R_{in} \approx \infty$ e quindi la funzione di trasferimento circa indipendente dall'impedenza della sorgente

qui non c'è bisogno di aggiungere un ulteriore buffer per rendere la $R_{out} \approx 0$ e quindi la funzione di trasferimento circa indipendente dall'impedenza del carico perché la R_{out} è già circa pari a 0

$$v_A = v_{in}$$

$$v_B = v_A \frac{\frac{1}{CS}}{R+\frac{1}{CS}} = v_A \frac{1}{1+RCS}$$

$$v_u = v_B\left(-\frac{Z}{R_1}\right) = v_B\left(-\frac{R}{R_1}\frac{1}{1+RCS}\right)$$

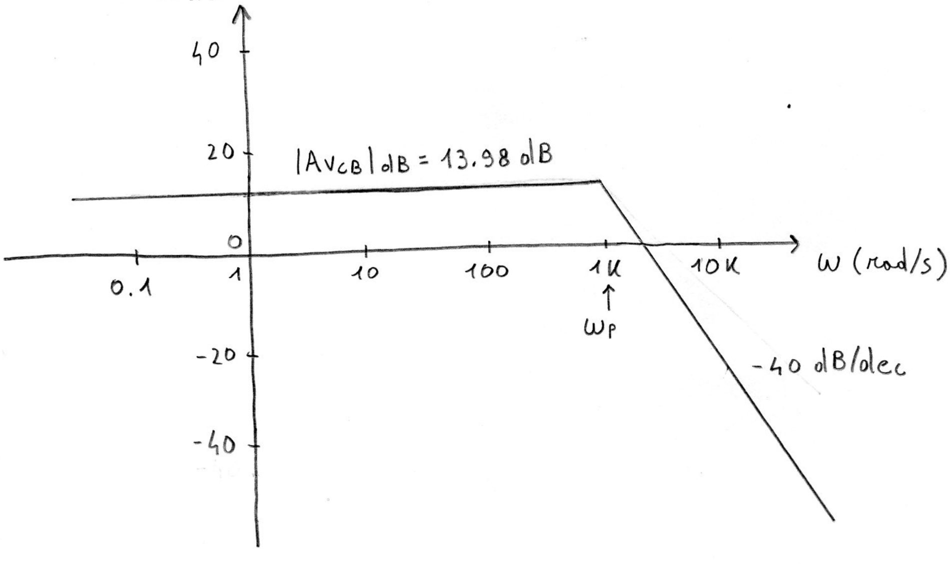
$$A_v = \frac{v_u}{v_{in}} = -\frac{R}{R_1}\frac{1}{(1+RCS)^2} = -\frac{R}{R_1}\frac{1}{\left(1+\frac{S}{\frac{1}{RC}}\right)^2} = A_{vo}\frac{1}{\left(1+\frac{S}{\omega_p}\right)^2}$$

$$A_{vo} = -\frac{R}{R_1} = A_{vCB}$$

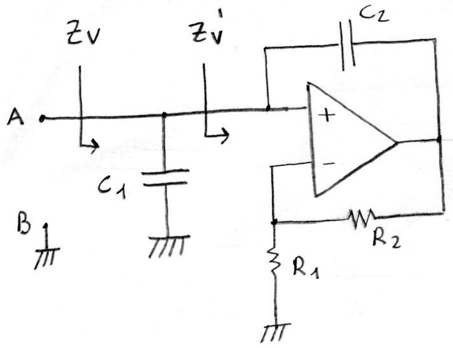
$$\omega_p = \frac{1}{RC}$$

$$\frac{1}{RC} = 1000\ rad/s \longrightarrow \text{ad es. } R = 10K\Omega,\ C = \frac{1}{R\omega_p} = 100nF$$

$$-\frac{R}{R_1} = -5 \longrightarrow \frac{R}{R_1} = 5 \longrightarrow R_1 = \frac{R}{5} = 2K\Omega$$



5)



$C_1 = 500\,nF$

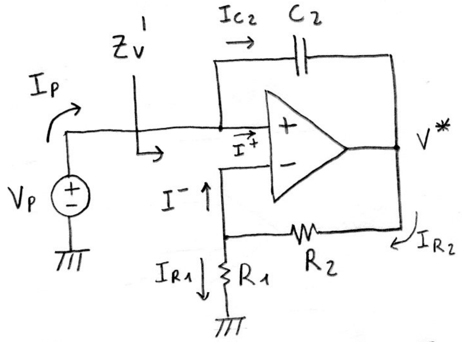
$C_2 = 100\,nF$

$R_1 = 1\,K\Omega$

$R_2 = 2\,K\Omega$

$$Z_V = \frac{1}{C_1 s} \,//\, Z_V'$$

per calcolare la Z_V' possiamo mettere un generatore di prova V_P e valutare la I_P che eroga:



per il c.c.v. $V^- = V^+ = V_P$

$$I_{R1} = \frac{V^-}{R_1} = \frac{V_P}{R_1}$$

ma per il c.c.v. $I^- = 0 \rightarrow I_{R2} = I_{R1} \rightarrow$

$$V^* = V^- + R_2 I_{R2} = V_P + R_2 \frac{V_P}{R_1} = V_P\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

per il c.c.v. $I^+ = 0 \rightarrow I_P = I_{C2} = \frac{V^+ - V^*}{Z_{C2}} = \frac{1}{Z_{C2}}\left(V_P - V_P\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\right) =$

$$= V_P \frac{1}{Z_{C2}}\left(\cancel{1} - \cancel{1} - \frac{R_2}{R_1}\right) = -\frac{R_2}{R_1 Z_{C2}} V_P \rightarrow$$

$$Z_V' = \frac{V_P}{I_P} = -\frac{R_1 Z_{C2}}{R_2} = -\frac{R_1}{R_2}\frac{1}{C_2 s} = \frac{1}{\left(-\frac{R_2}{R_1}C_2\right)s} = \frac{1}{C' s}$$

con $C' = -\frac{R_2}{R_1} C_2 = -200\,nF$

quindi $Z_V = \frac{1}{C_1 s} \,//\, \frac{1}{C' s} = \dfrac{\frac{1}{C_1 s}\,\frac{1}{C' s}}{\frac{1}{C_1 s} + \frac{1}{C' s}} = \frac{1}{C' s + C_1 s} = \frac{1}{(C_1 + C')s}$

(parallelo delle due capacità C_1 e C'), cioè una capacità di valore

$C_1 + C' = 500\,nF + (-200\,nF) = 300\,nF$