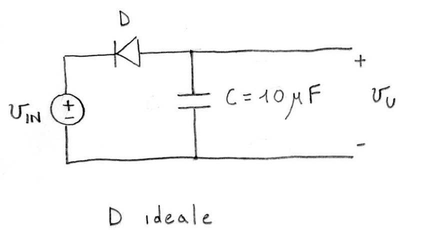
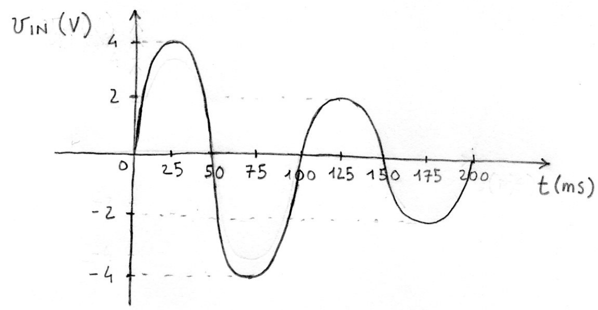
Scheda: **A21_03**	Data: **19 febbraio 2021**

Cognome	Nome	Matricola

ESERCIZIO N°1
6.5 punti (4)

Si consideri il circuito rappresentato a sinistra in figura. Ipotizzando il condensatore inizialmente scarico, si ricavi passo passo e si disegni l'andamento nel tempo, per $0 \leq t \leq 200$ ms, della tensione $v_U(t)$ in uscita da tale circuito quando in ingresso al circuito si applica la tensione $v_{IN}(t)$ il cui andamento nel tempo è rappresentato a destra in figura. In particolare, si specifichi in quali intervalli di tempo il diodo conduce e in quali è interdetto. Si consideri il diodo ideale.



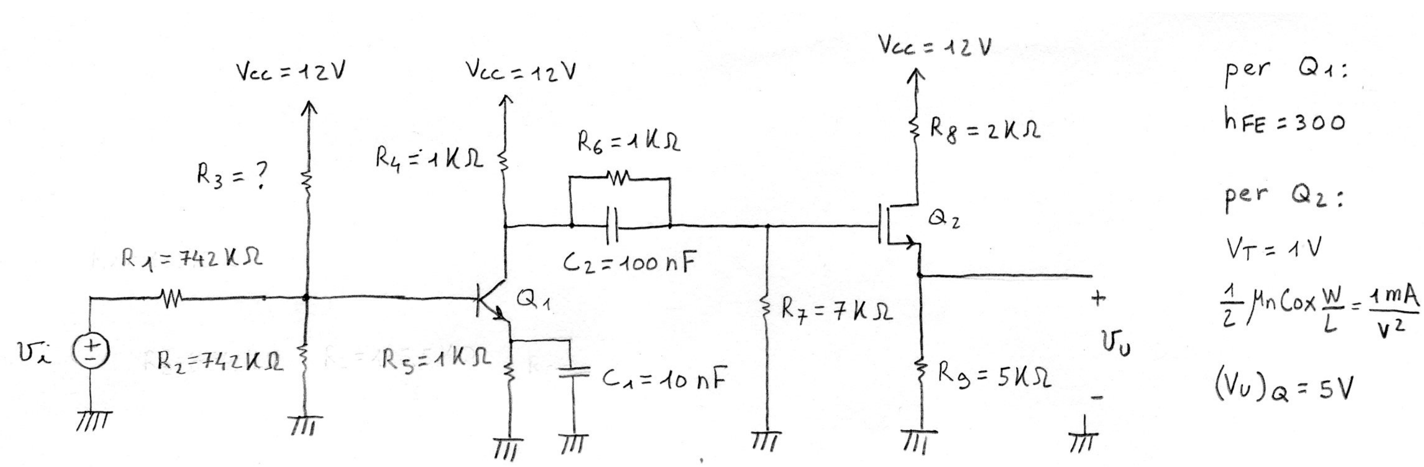


$$v_{IN}(t) = \begin{cases} 4\text{V} \cdot \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) & \text{per } 0 < t < 100\text{ ms} \\ 2\text{V} \cdot \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) & \text{per } 100\text{ ms} < t < 200\text{ ms} \end{cases}$$

con $T = 100$ ms

ESERCIZIO N°2
7 punti (4)

Con riferimento al circuito in figura, ipotizzando Q_1 (transistore BJT npn) in zona attiva diretta e Q_2 (transistore MOS a canale n) in saturazione e sapendo che la tensione V_U di uscita a riposo è pari a 5 V, si ricavi il valore della resistenza R_3. Si determini il punto di lavoro di Q_1 e Q_2 e si verifichino le ipotesi fatte sullo stato dei due transistori.

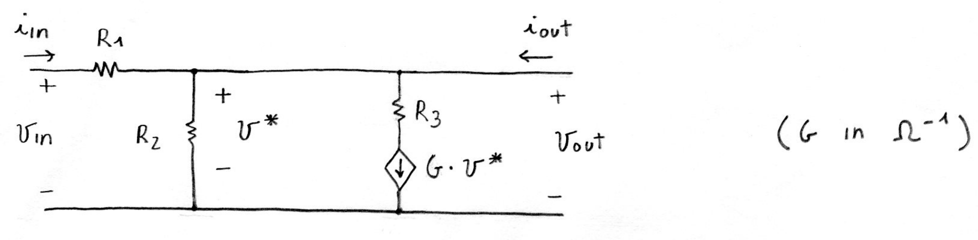


ESERCIZIO N°3
7.5 punti (4)

Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui però stavolta si assuma $R_3 = 500$ KΩ. Considerando per Q_1: $h_{ie} = 4$ KΩ, $h_{fe} = 320$ e per Q_2: $g_m = 3$ mA/V, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_i$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa). Il diagramma di Bode <u>non</u> è richiesto.

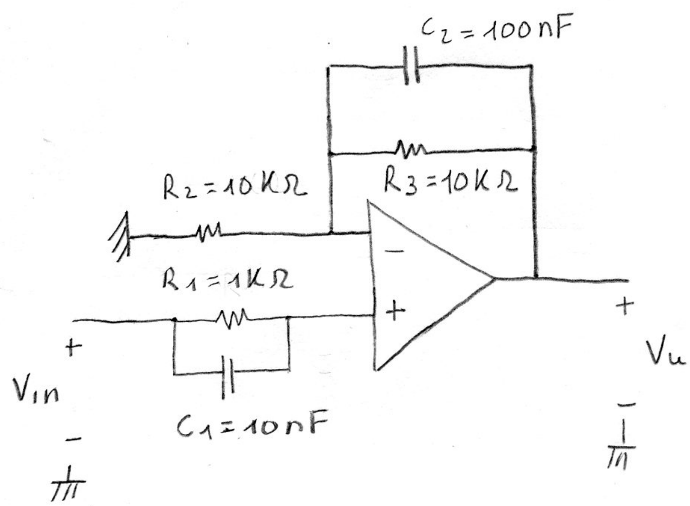
ESERCIZIO N°4
6 punti (4)

Si ricavino i parametri h del quadripolo mostrato in figura.

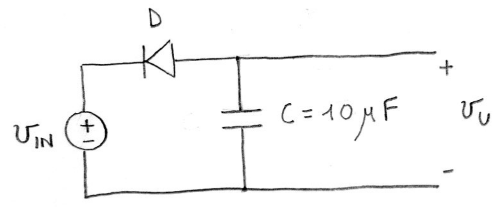


ESERCIZIO N°5
6 punti (4)

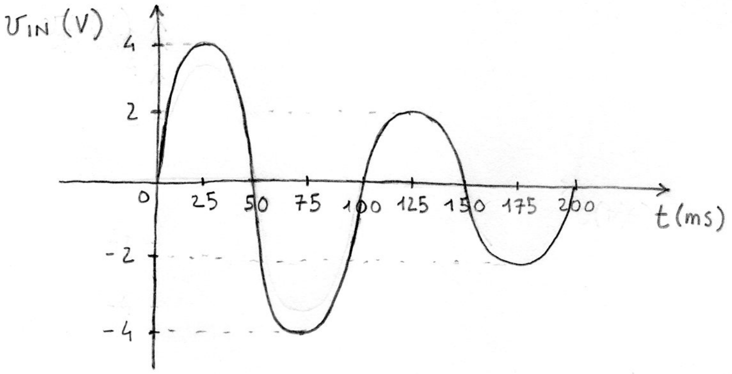
Lavorando nel dominio di Laplace, si ricavi l'espressione della funzione di trasferimento del seguente circuito. A partire dall'espressione della funzione di trasferimento, in particolare si valutino numericamente le singolarità, il guadagno in zero e all'infinito. Si consideri l'amplificatore operazionale ideale.



1)



D ideale

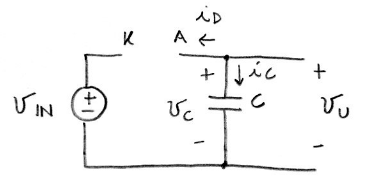


$$v_{IN}(t) = \begin{cases} 4V \cdot \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) & \text{per } 0 < t < 100\,ms \\ 2V \cdot \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) & \text{per } 100\,ms < t < 200\,ms \end{cases}$$

con $T = 100$ ms

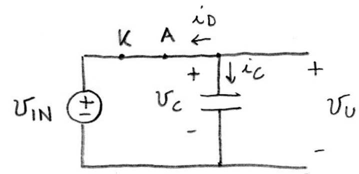
assumiamo C inizialmente scarico: $v_C(0) = 0 \rightarrow v_U(0) = 0$;

partendo da $t=0$, all'inizio la v_{IN} crescendo assume valori positivi, per cui presumibilmente il diodo D (avendo sull'anodo una tensione nulla e sul catodo una tensione positiva) sarà interdetto; quindi ipotizziamo il diodo D interdetto $\rightarrow$ il circuito diventa



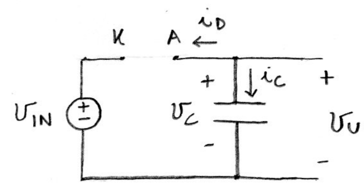
$i_C = C \frac{d v_C}{dt} = -i_D = 0 \rightarrow v_C$ costante e pari al valore che ha all'inizio di questa fase $\rightarrow v_C = 0 \rightarrow v_U = 0$;
dobbiamo verificare che $v_{AK} < 0 \rightarrow v_{AK} = v_U - v_{IN} < 0 \rightarrow$
$v_{IN} > v_U \rightarrow v_{IN} > 0$, che è sicuramente vero fino a $t = 50$ ms ;

in $t = 50$ ms l'ipotesi di D interdetto viene meno e possiamo ipotizzare D in conduzione $\rightarrow$ il circuito diventa



$v_U = v_C = v_{IN}$;
dobbiamo verificare che $i_D = -i_C = -C \frac{d v_C}{dt} = -C \frac{d v_{IN}}{dt} > 0 \rightarrow$
$\frac{d v_{IN}}{dt} < 0$, che è sicuramente vero fino a 75 ms (in quanto per $50\,ms < t < 75\,ms$ la v_{IN} diminuisce) ;

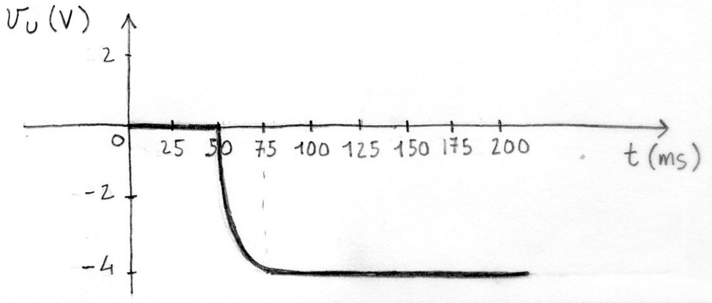
in $t = 75$ ms l'ipotesi di D in conduzione viene meno e possiamo ipotizzare D interdetto $\rightarrow$ il circuito diventa



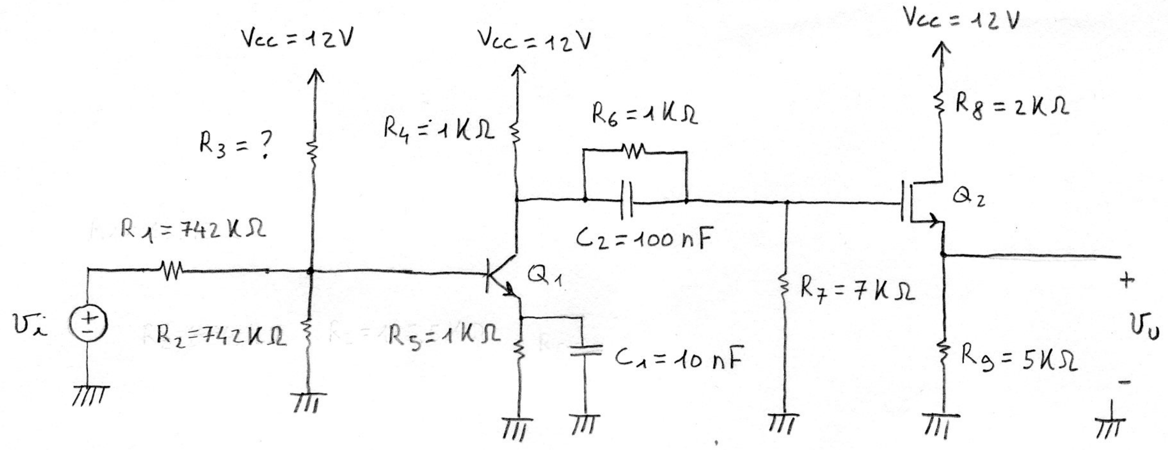
$i_C = C \frac{d v_C}{dt} = -i_D = 0 \rightarrow v_C$ costante e pari al valore che ha all'inizio di questa fase $\rightarrow v_C = -4V \rightarrow v_U = -4V$;
dobbiamo verificare che $v_{AK} < 0 \rightarrow v_{AK} = v_U - v_{IN} < 0 \rightarrow$
$v_{IN} > v_U \rightarrow v_{IN} > -4V$, che è sicuramente vero fino a 200 ms.

Quindi abbiamo:

$0 < t < 50\,ms$: D interdetto, $v_U = 0$
$50\,ms < t < 75\,ms$: D conduce, $v_U = v_{IN}$
$75\,ms < t < 200\,ms$: D interdetto, $v_U = -4V$
Il circuito è un rivelatore di picco negativo.



2)



per Q_1:

$h_{FE} = 300$

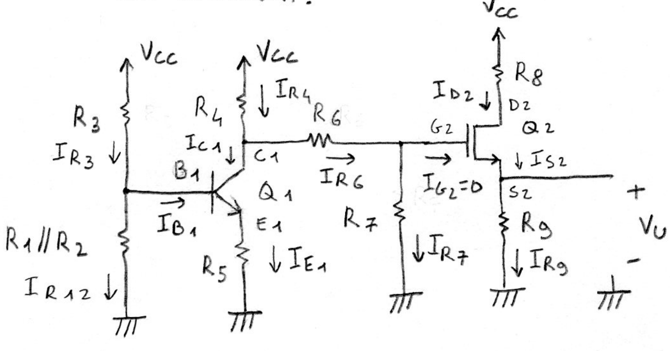
per Q_2:

$V_T = 1V$

$\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} = \frac{1mA}{V^2}$

$(V_U)_Q = 5V$

in continua:



$V_U = 5V = V_{S2}$

$I_{R9} = \frac{V_U}{R_9} = 1mA = I_{S2} = I_{D2}$

dato che $I_{G2} = 0$

$V_{D2} = V_{CC} - R_8 I_{D2} = 10V$

ipotesi 1: Q_2 in saturazione

$I_{D2} = K(V_{GS2} - V_T)^2$ con $K = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}$

$V_{GS2} = V_T \overset{+}{\cancel{-}} \sqrt{\frac{I_{D2}}{K}} = 2V > V_T$

un mos a canale n conduce se $V_{GS2} > V_T$

$V_{DS2} = V_{D2} - V_{S2} = 5V > V_{GS2} - V_T = 1V$

ipotesi 1 verificata

$V_{G2} = V_{S2} + V_{GS2} = 7V$

$I_{R7} = \frac{V_{G2}}{R_7} = 1mA = I_{R6}$

$I_{G2} = 0$

$V_{C1} = V_{G2} + R_6 I_{R6} = 8V$

$I_{R4} = \frac{V_{CC} - V_{C1}}{R_4} = 4mA$

$I_{C1} = I_{R4} - I_{R6} = 3mA$

ipotesi 2: Q_1 in zona attiva diretta

$I_{B1} = \frac{I_{C1}}{h_{FE}} = 10\mu A > 0$

$I_{E1} = I_{B1}(h_{FE} + 1) = 3.01mA$

$V_{E1} = R_5 I_{E1} = 3.01V$

$V_{CE1} = V_{C1} - V_{E1} = 4.99V > V_{CEsat} \approx 0.1V \longrightarrow$ ipotesi 2 verificata

$V_{B1} = V_{E1} + V_\gamma = 3.71V$

$I_{R12} = \frac{V_{B1}}{R_1 // R_2} = 10\mu A$

$I_{R3} = I_{R12} + I_{B1} = 20\mu A$

$R_3 = \frac{V_{CC} - V_{B1}}{I_{R3}} = 414.5K\Omega$

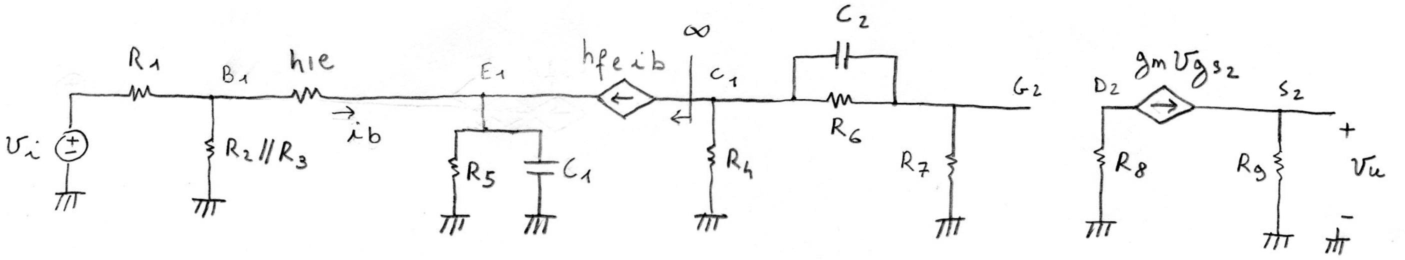
3) $R_3 = 500\,K\Omega$

$h_{ie} = 4\,K\Omega$

$h_{fe} = 320$

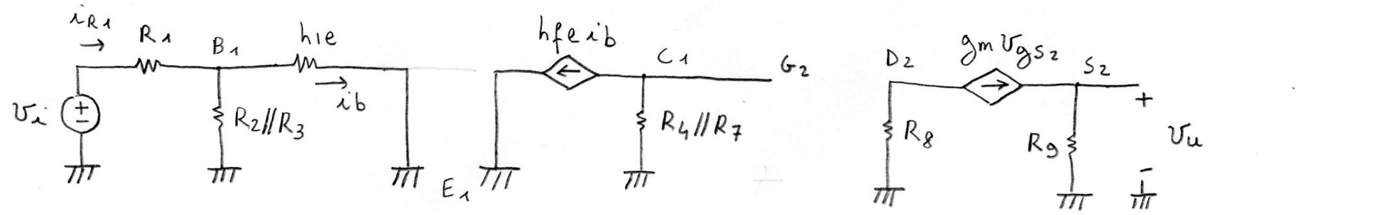
$g_m = 3\ \frac{mA}{V}$

circuito equivalente per le variazioni:



2 condensatori, nessuna maglia impropria → 2 poli

calcoliamoci $A_v(\infty)$ chiudendo i due condensatori



$v_u = R_9\, g_m\, v_{gs2}$

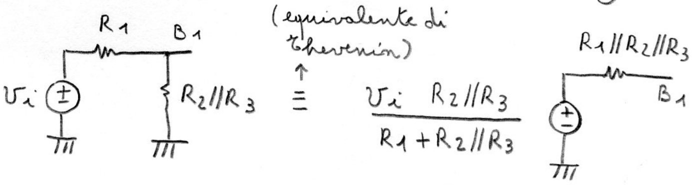
$v_{gs2} = v_{g2} - v_{s2} = v_{g2} - R_9 g_m v_{gs2} \rightarrow v_{gs2}(1 + R_9 g_m) = v_{g2} \rightarrow v_{gs2} = \frac{v_{g2}}{1 + R_9 g_m}$

$v_{g2} = -h_{fe}\, i_b\, (R_4 // R_7)$

$i_b = i_{R1} \frac{R_2 // R_3}{h_{ie} + R_2 // R_3}$

$i_{R1} = \frac{v_i}{R_1 + (R_2 // R_3 // h_{ie})}$

oppure:



$i_b = \frac{v_i\ R_2 // R_3}{R_1 + R_2 // R_3} \cdot \frac{1}{h_{ie} + (R_1 // R_2 // R_3)}$

$A_v(\infty) = -\frac{R_9 g_m}{1 + R_9 g_m} h_{fe} (R_4 // R_7) \frac{R_2 // R_3}{h_{ie} + R_2 // R_3} \frac{1}{R_1 + (R_2 // R_3 // h_{ie})} = -0.3473$ (negativo, come è giusto che sia dato che si tratta di uno stadio a emettitore comune, invertente, e di uno stadio a drain comune, non invertente, in cascata)

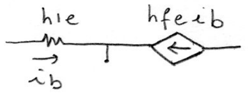
$|A_v(\infty)|_{dB} = -9.187\ dB$

$A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow$ numero zeri = numero poli $\rightarrow$ 2 zeri

$R_{vC1} = R_5 // \left(\frac{h_{ie} + R_1 // R_2 // R_3}{h_{fe} + 1} \right) = 403.316\ \Omega$

$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{vC1}} = 247'944.27\ rad/s \rightarrow f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 39'461.6\ Hz$

l'uscita si annulla per la s per cui $R_5 // \frac{1}{C_1 s} = \infty$ (in tal caso abbiamo



$i_b = -h_{fe} i_b \rightarrow \underbrace{(1 + h_{fe})}_{\neq 0} i_b = 0 \rightarrow i_b = 0$)

$R_5 // \frac{1}{C_1 s} = \frac{R_5 \frac{1}{C_1 s}}{R_5 + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{R_5}{1 + R_5 C_1 s} = \infty \rightarrow 1 + R_5 C_1 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_5 C_1} \rightarrow$

$\omega_{Z1} = \frac{1}{R_5 C_1} = 100\ Krad/s \rightarrow f_{Z1} = \frac{\omega_{Z1}}{2\pi} = 15'915.5\ Hz$

$R_{vC_2} = R_6 // (R_7 + (R_4 // \infty)) = R_6 // (R_7 + R_4) = 888.\bar{8}\ \Omega$

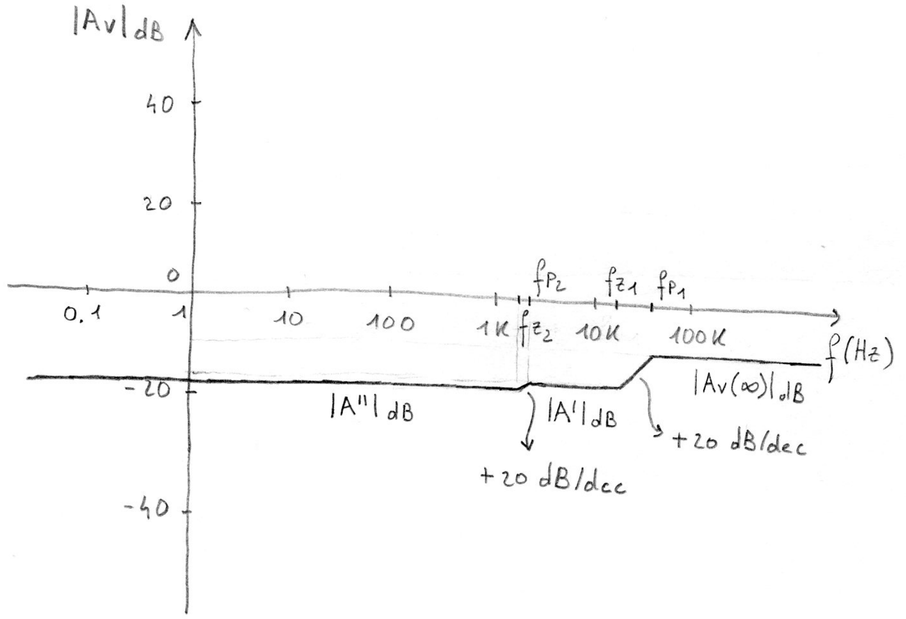
$\omega_{P2} = \dfrac{1}{C_2 R_{vC2}} = 11250\ rad/s \rightarrow f_{P2} = \dfrac{\omega_{P2}}{2\pi} = 1790.5\ Hz$

l'uscita si annulla per la s per cui $R_6 // \dfrac{1}{C_2 s} = \infty$ (e quindi si apre l'unico percorso che porta sull'uscita l'effetto dell'ingresso)

$$\frac{R_6 \frac{1}{C_2 s}}{R_6 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{R_6}{1 + R_6 C_2 s} = \infty \rightarrow 1 + R_6 C_2 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_6 C_2} \rightarrow \omega_{Z2} = \frac{1}{R_6 C_2} = 10\ Krad/s \rightarrow$$

$f_{Z2} = 1591.55\ Hz$

$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{(s + \omega_{Z1})(s + \omega_{Z2})}{(s + \omega_{P1})(s + \omega_{P2})}$$



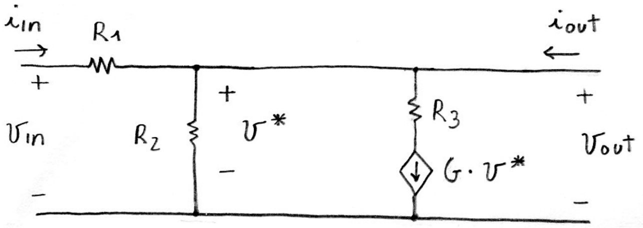
$|A'| = |A_v(\infty)| \dfrac{f_{Z1}}{f_{P1}} = 0.14007$

$|A'|_{dB} = -17.073\ dB$

$|A''| = |A'| \dfrac{f_{Z2}}{f_{P2}} = 0.1245$

$|A''|_{dB} = -18.096\ dB$

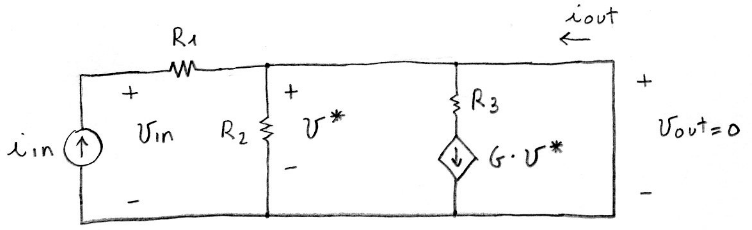
4



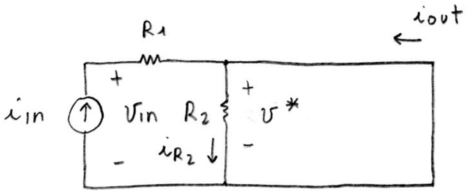
$(G \text{ in } \Omega^{-1})$

$$\begin{cases} i_{out} = h_f\, i_{in} + h_o\, v_{out} \\ v_{in} = h_i\, i_{in} + h_r\, v_{out} \end{cases}$$

$$h_f = \left.\frac{i_{out}}{i_{in}}\right|_{v_{out}=0} \quad ; \quad h_i = \left.\frac{v_{in}}{i_{in}}\right|_{v_{out}=0}$$



$v^* = v_{out} = 0 \rightarrow G \cdot v^* = 0$, per cui $G \cdot v^*$ è un ramo aperto e abbiamo

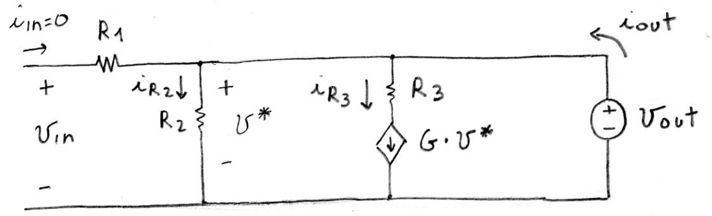


per cui $v_{in} = R_1\, i_{in} \rightarrow h_i = \dfrac{v_{in}}{i_{in}} = R_1$

$i_{R2} = \dfrac{v^*}{R_2} = \dfrac{0}{R_2} = 0 \rightarrow i_{out} = -i_{in} \rightarrow h_f = \dfrac{i_{out}}{i_{in}} = -1$

(in altre parole, facendo un partitore di corrente:
$-i_{out} = i_{in} \dfrac{R_2}{R_2 + 0} = i_{in}$)

$$h_o = \left.\frac{i_{out}}{v_{out}}\right|_{i_{in}=0} \quad ; \quad h_r = \left.\frac{v_{in}}{v_{out}}\right|_{i_{in}=0}$$



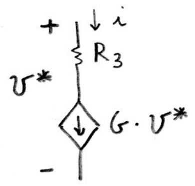
$v^* = v_{out} \longrightarrow i_{R3} = G \cdot v^* = G \cdot v_{out}$

$i_{out} = i_{R2} + i_{R3} = \dfrac{v^*}{R_2} + G \cdot v_{out} = \dfrac{v_{out}}{R_2} + G \cdot v_{out} = \left(\dfrac{1}{R_2} + G\right) v_{out} \longrightarrow$

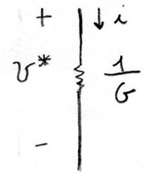
$h_o = \dfrac{i_{out}}{v_{out}} = \dfrac{1}{R_2} + G$

$v_{in} = R_1\, i_{in} + v^* = R_1 \cdot 0 + v_{out} = v_{out} \longrightarrow h_r = \dfrac{v_{in}}{v_{out}} = 1$

[Stessi risultati possono essere ottenuti notando che il ramo

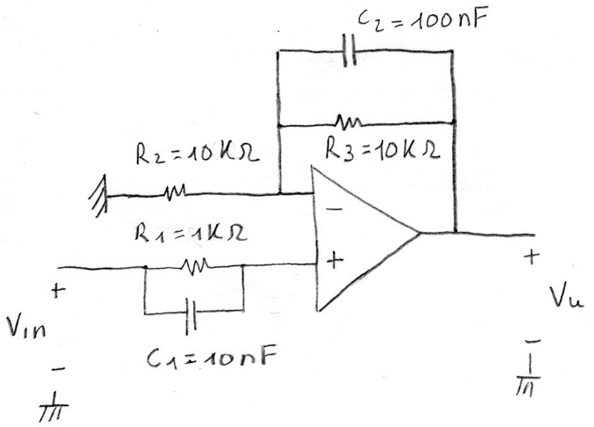


può essere sostituito con



in quanto la corrente i che scorre nel ramo, essendo pari a $G \cdot v^*$, è proporzionale alla tensione v^* presente ai capi del ramo e quindi il ramo è equivalente a una resistenza di valore $\dfrac{v^*}{i} = \dfrac{1}{G}$.]

5)



per il c.c.v. $I^+ = 0 \rightarrow$ non c'è caduta su $R_1 // \frac{1}{C_1 s} \rightarrow V^+ = V_{in}$ a prescindere dal valore di $R_1 // \frac{1}{C_1 s}$

$$R_3 // \frac{1}{C_2 s} = \frac{R_3 \frac{1}{C_2 s}}{R_3 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{R_3}{1 + R_3 C_2 s}$$

$$V_u = V^+ \left(1 + \frac{Z_3}{R_2}\right) = V_{in}\left(1 + \frac{R_3}{R_2}\,\frac{1}{1+R_3 C_2 s}\right)$$

$$H = \frac{V_u}{V_{in}} = 1 + \frac{R_3}{R_2 + R_2 R_3 C_2 s} = \frac{(R_2 + R_3) + R_2 R_3 C_2 s}{R_2 (1 + R_3 C_2 s)} = \frac{R_2 + R_3}{R_2}\;\frac{1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} C_2 s}{1 + R_3 C_2 s} =$$

$$= \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right) \frac{1 + \frac{s}{\omega_{z_2}}}{1 + \frac{s}{\omega_{p_2}}}$$

$\downarrow$

$$\omega_{z_2} = \frac{1}{(R_2 // R_3)\, C_2} = 2\,K\,rad/s$$

$$\omega_{p_2} = \frac{1}{R_3 C_2} = 1\,K\,rad/s$$

$$H(0) = 1 + \frac{R_3}{R_2} = 2$$

$$H(\infty) = \frac{R_2 R_3 C_2 s}{R_2 R_3 C_2 s} = 1$$