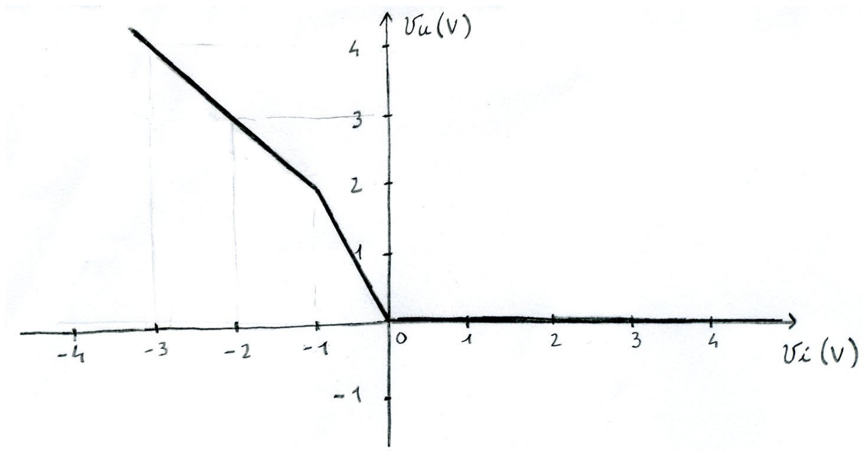
Scheda: **A21_04**		Data: **16 aprile 2021**
Cognome	Nome	Matricola

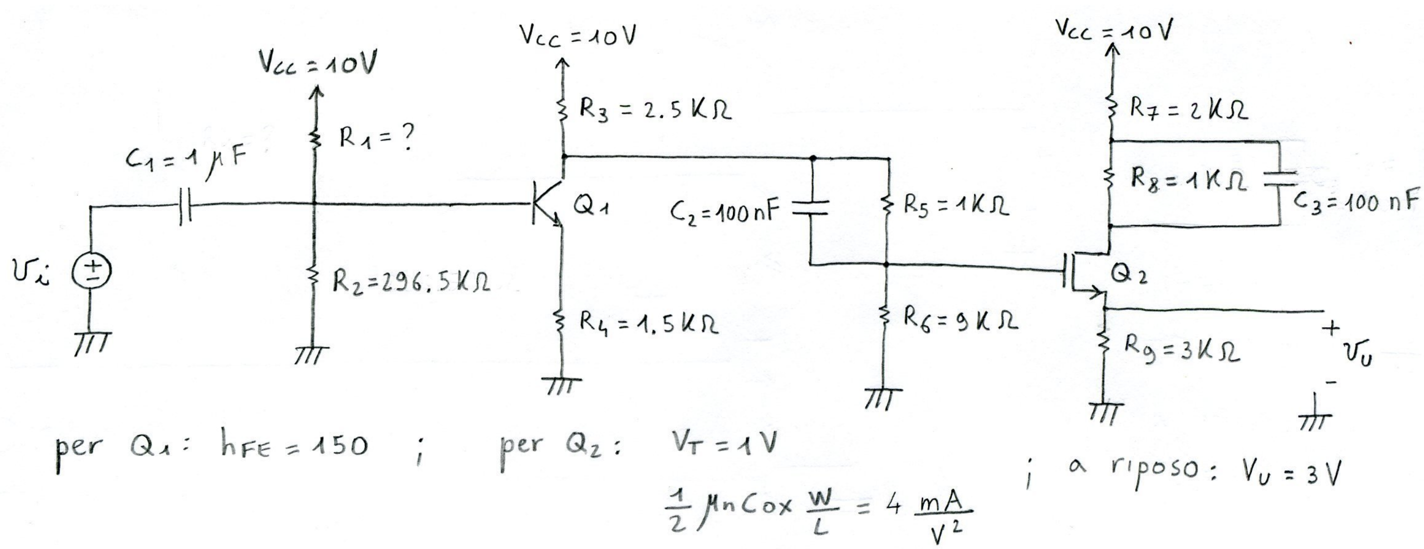
ESERCIZIO N°1
6.5 punti (4)

Si progetti e si dimensioni un circuito che possegga la caratteristica ingresso-uscita lineare a tratti mostrata in figura, indipendentemente dalla sorgente e dal carico applicati. Nello svolgimento dell'esercizio, si considerino tutti i componenti ideali.



ESERCIZIO N°2
7 punti (4)

Con riferimento al circuito in figura, ipotizzando Q_1 (transistore BJT npn) in zona attiva diretta e Q_2 (transistore MOS a canale n) in saturazione e sapendo che la tensione V_U a riposo è pari a 3 V, si ricavi il valore della resistenza R_1. Si determini il punto di lavoro di Q_1 e Q_2 e si verifichino le ipotesi fatte sullo stato dei due transistori.

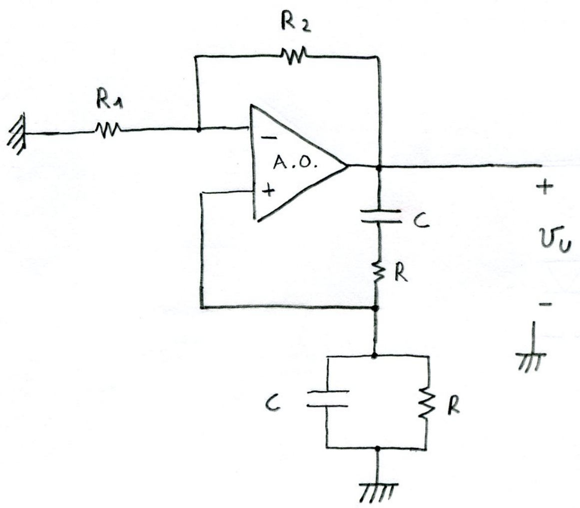


ESERCIZIO N°3
7.5 punti (4)

Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui però stavolta si assuma $R_1 = 350$ KΩ. Considerando per Q_1: $h_{ie1} = 5$ KΩ, $h_{fe1} = 200$ e per Q_2: $g_{m2} = 4$ mA/V, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_i$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa) e si grafichi il suo diagramma di Bode del modulo.

ESERCIZIO N°4
6 punti (4)

Si consideri l'oscillatore a ponte di Wien rappresentato nello schema, con i valori riportati a destra dello schema (notare che il valore della resistenza R_2 dipende dall'ampiezza $V_{U\,max}$ dell'oscillazione in uscita). Per facilitare l'esercizio, accanto alla figura è riportata anche l'espressione della funzione di trasferimento $\beta A(s)$ del circuito (che può quindi essere usata senza doverla valutare di nuovo). Determinare la frequenza e l'ampiezza dell'oscillazione a regime in uscita da tale oscillatore.



A.O. ideale

$C = 10$ nF

$R = 10$ KΩ

$R_1 = 1$ KΩ

$R_2 = R_0 \left(1 - \frac{V_{U\,max}}{V_0}\right)$

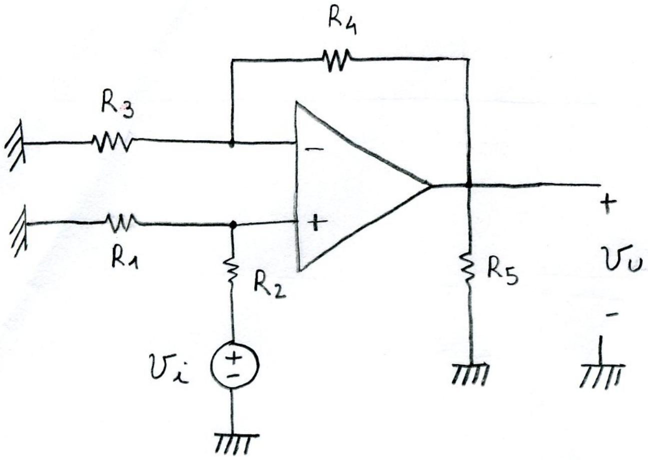
con: $R_0 = 4$ KΩ

$V_0 = 1$ V

$$\beta A(s) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{RCs}{(RCs)^2 + 3RCs + 1}$$

ESERCIZIO N°5
6 punti (4)

Ricavare il massimo sbilanciamento causato sull'uscita del circuito mostrato in figura (dove v_i è il segnale di ingresso e v_u è la tensione in uscita) dai generatori di offset dell'amplificatore operazionale. A parte la presenza dei generatori di offset (il cui valore è riportato accanto allo schema), si consideri tale amplificatore operazionale ideale.



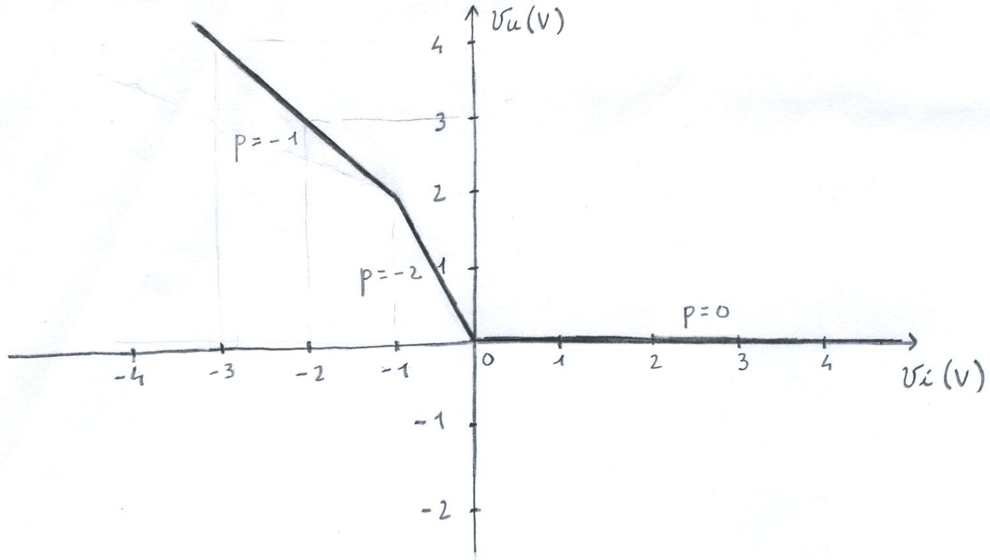
$R_1 = R_2 = R_3 = 1$ KΩ ; $R_4 = R_5 = 2$ KΩ

$|V_{io}|_{max} = 5$ mV

$I_B = \frac{I_1 + I_2}{2} = 90$ nA

$|I_{io}|_{max} = |I_1 - I_2|_{max} = 30$ nA

①

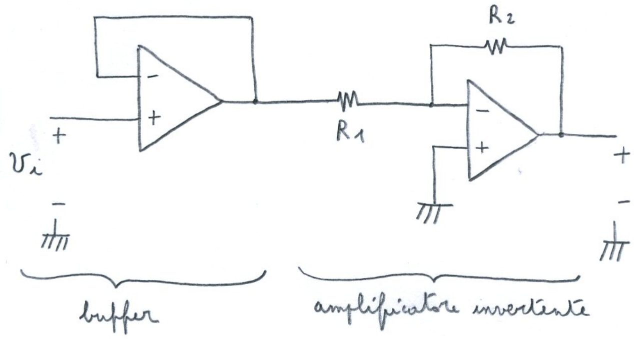


la pendenza del 1° tratto (a partire da sinistra) è $\frac{\Delta v_u}{\Delta v_i} = \frac{2-3}{-1-(-2)} = -1$,

la pendenza del 2° tratto è $\frac{\Delta v_u}{\Delta v_i} = \frac{0-2}{0-(-1)} = -2$,

la pendenza del 3° tratto è $\frac{\Delta v_u}{\Delta v_i} = \frac{0-0}{1-0} = 0$;

essendo pendenze ≤ 0 c'è bisogno di un amplificatore invertente.
la pendenza di modulo massimo è -2, quindi mettiamo un amplificatore invertente che guadagna -2:



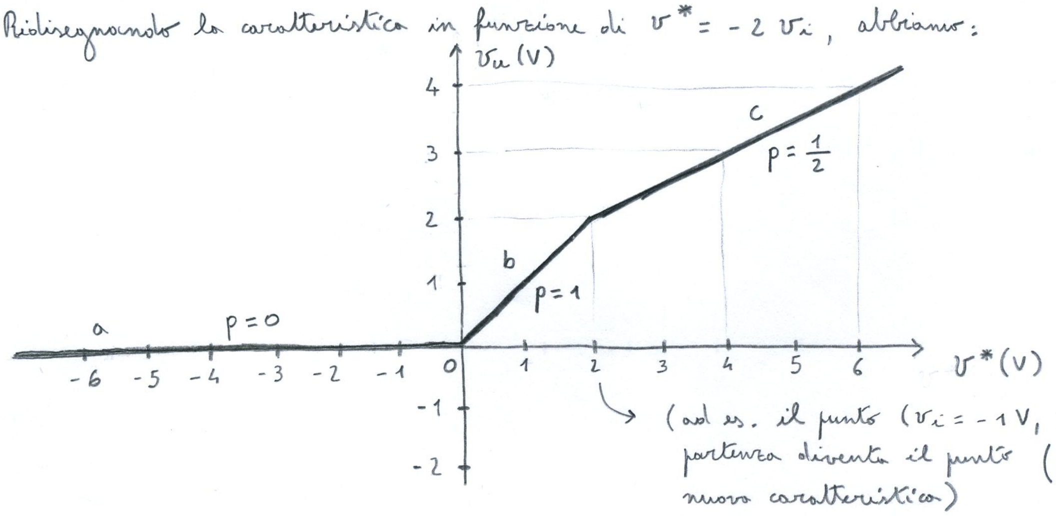
$v^* = -\frac{R_2}{R_1} v_i = -2 v_i$

$-\frac{R_2}{R_1} = -2 \rightarrow R_2 = 2R_1$

ad es. $R_1 = 1K\Omega$, $R_2 = 2K\Omega$

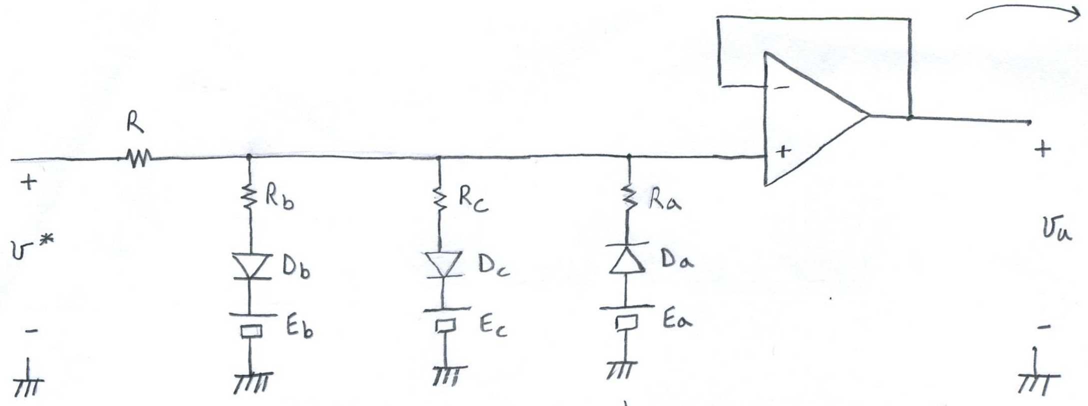
abbiamo dovuto aggiungere un buffer a monte dell'amplificatore invertente perché l'amplificatore invertente presenta una resistenza di ingresso pari a R_1, mentre noi vogliamo una $R_{in} = \infty$ per avere un comportamento del circuito indipendente dal valore della resistenza della sorgente

Ridisegnando la caratteristica in funzione di $v^* = -2v_i$, abbiamo:



(ad es. il punto ($v_i = -1V$, $v_u = 2V$) della caratteristica di partenza diventa il punto ($v^* = -2v_i = 2V$, $v_u = 2V$) della nuova caratteristica)

stavolta le pendenze sono diventate 0, 1 e $\frac{1}{2}$, quindi positive e ≤ 1, per cui questa relazione può essere realizzata con una rete di questo tipo:

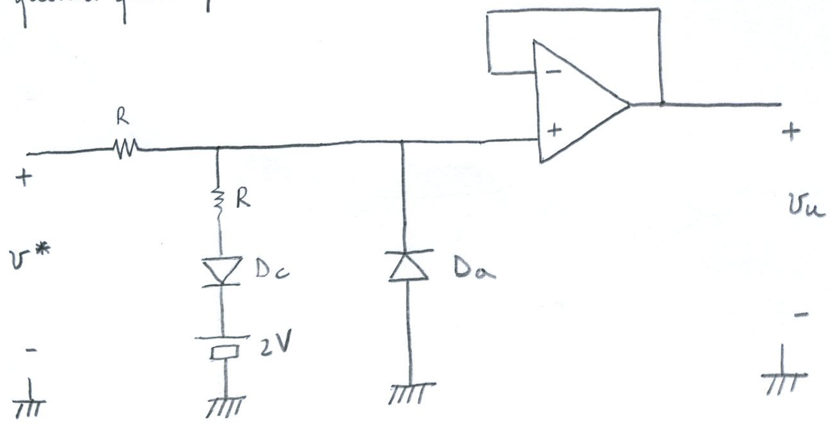


qui ci mettiamo un buffer per avere $R_{OUT} = 0$ e quindi un comportamento indipendente dal valore della resistenza di carico

rami che implementano i tratti b e c nel 1° quadrante

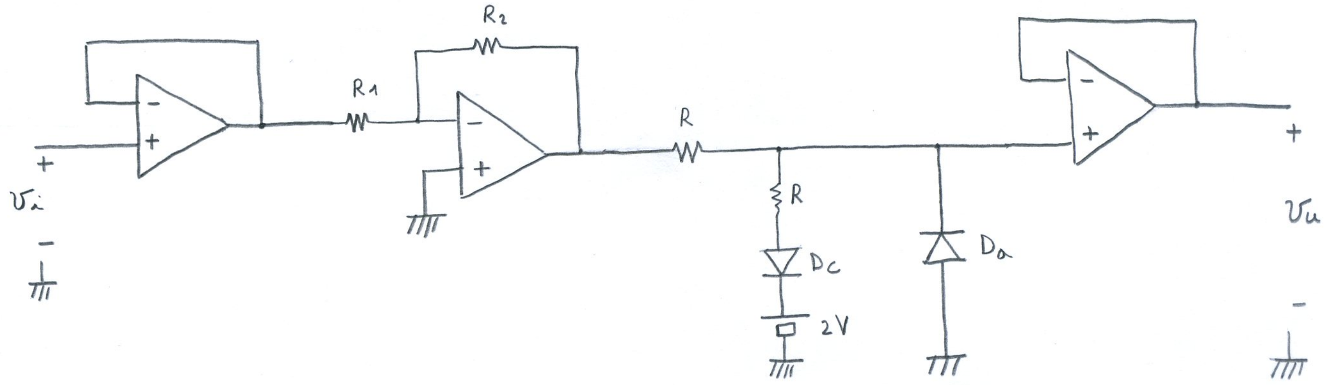
ramo che implementa il tratto a nel 3° quadrante

E_b è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto b, quindi $E_b = 0$;
E_c è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto c, quindi $E_c = 2V$;
E_a è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto a, quindi $E_a = 0$;
quando $0 < v^* < 2V$ conduce solo il 1° diodo, la $\frac{\partial v_u}{\partial v^*} = \frac{R_b}{R+R_b}$, quindi per avere pendenza 1 con $R \neq 0$ (altrimenti $v_u = v^* \; \forall v^*$) dobbiamo avere $R_b = \infty$, cioè in realtà il 1° ramo è un ramo aperto;
quando $v^* > 2V$ conduce solo il 2° diodo (in generale condurrebbe anche il 1°, ma qui è un ramo aperto), la $\frac{\partial v_u}{\partial v^*} = \frac{R_c}{R+R_c}$, quindi per avere pendenza $\frac{1}{2}$ dobbiamo avere $\frac{R_c}{R+R_c} = \frac{1}{2} \rightarrow 2R_c = R + R_c \rightarrow R_c = R$;
quando $v^* < 0$ conduce solo il 3° diodo, la $\frac{\partial v_u}{\partial v^*} = \frac{R_a}{R+R_a}$, quindi per avere pendenza nulla dobbiamo avere $R_a = 0$;
quindi questa parte del circuito diventa:



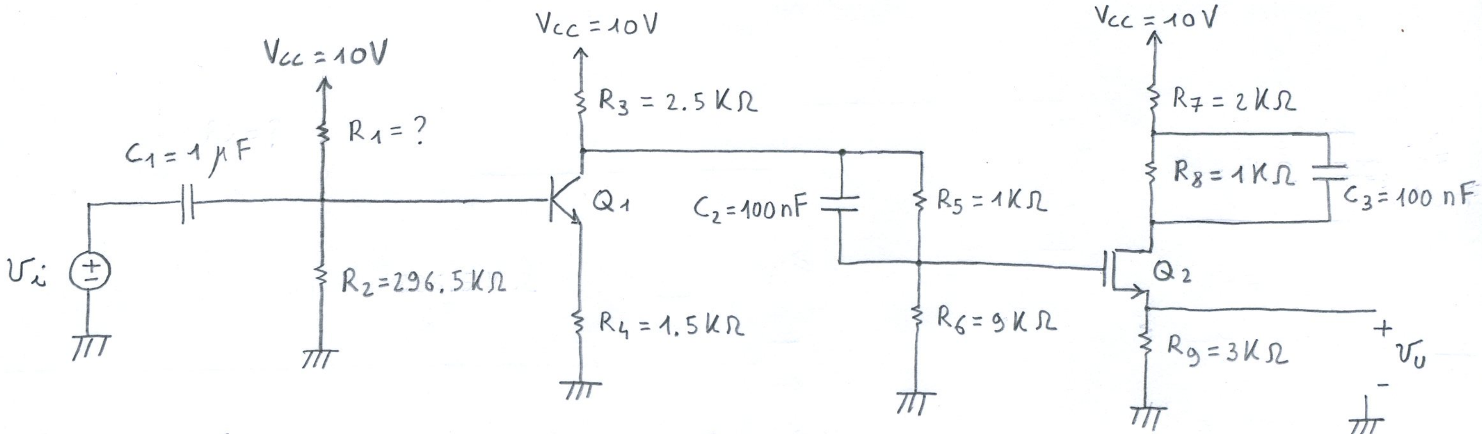
con ad esempio $R = 1K\Omega$

Complessivamente quindi avremo:



con ad esempio: $R_1 = 1K\Omega$, $R_2 = 2K\Omega$, $R = 1K\Omega$

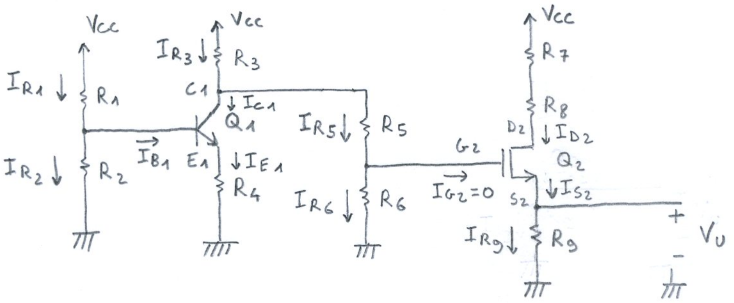
2)



per Q_1: $h_{FE} = 150$; per Q_2: $V_T = 1\,V$; a riposo: $V_U = 3\,V$

$$\frac{1}{2}\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 4 \frac{mA}{V^2}$$

In continua il circuito diventa:



$V_U = V_{S_2} = 3V$

$I_{R_9} = \dfrac{V_U}{R_9} = 1mA = I_{S_2} = I_{D_2}$

(dato che $I_{G_2} = 0$)

$V_{D_2} = V_{CC} - (R_7 + R_8) I_{D_2} = 7V$

$V_{DS_2} = V_{D_2} - V_{S_2} = 4V$

ipotesi 1: Q_2 in saturazione

$I_{D_2} = K\,(V_{GS_2} - V_T)^2$ con $K = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 4 \frac{mA}{V^2}$

$V_{GS_2} = V_T \cancel{\pm} \sqrt{\dfrac{I_{D_2}}{K}} = 1.5V > V_T$

(un mos a canale n conduce se $V_{GS} > V_T$)

$V_{DS_2} = 4V > V_{GS_2} - V_T = 0.5V$ $\longrightarrow$ ipotesi 1 verificata

$V_{G_2} = V_{GS_2} + V_{S_2} = 4.5V$

$\left[g_m = 2K(V_{GS_2} - V_T) = 4 \frac{mA}{V} \right]$ NON RICHIESTO

$I_{R_6} = \dfrac{V_{G_2}}{R_6} = 0.5\,mA = I_{R_5}$

(dato che $I_{G_2} = 0$)

$V_{C_1} = V_{G_2} + R_5 I_{R_5} = 5V$

$I_{R_3} = \dfrac{V_{CC} - V_{C_1}}{R_3} = 2mA$

$I_{C_1} = I_{R_3} - I_{R_5} = 1.5\,mA$

ipotesi 2: Q_1 in zona attiva diretta

$I_{B_1} = \dfrac{I_{C_1}}{h_{FE}} = 10\mu A > 0$

$I_{E_1} = (h_{FE} + 1)\, I_{B_1} = 1.51\,mA$

$V_{E_1} = R_4 I_{E_1} = 2.265V$

$V_{CE_1} = V_{C_1} - V_{E_1} = 2.735V > V_{CEsat} \simeq 0.1V$ $\longrightarrow$ ipotesi 2 verificata

$V_{B_1} = V_{E_1} + V_\gamma = 2.965V$

$I_{R_2} = \dfrac{V_{B_1}}{R_2} = 10\mu A$

$I_{R_1} = I_{R_2} + I_{B_1} = 20\mu A$

$R_1 = \dfrac{V_{CC} - V_{B_1}}{I_{R_1}} = 351'750\,\Omega$

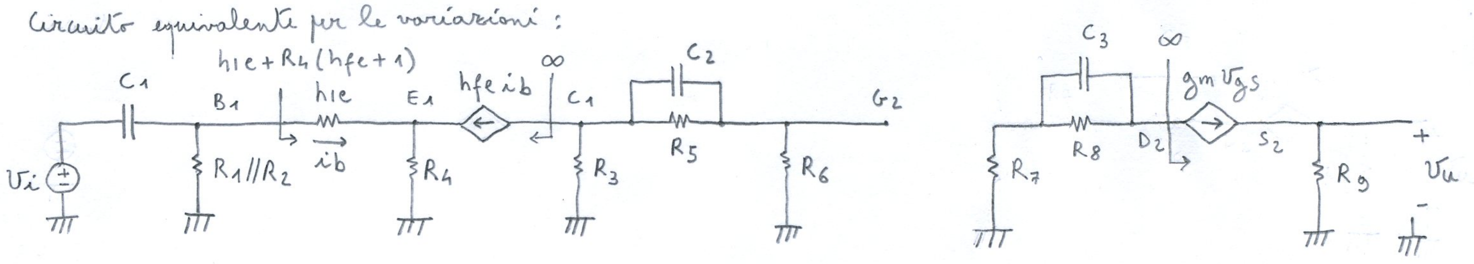
3) $R_1 = 350\,K\Omega$

$h_{ie} = 5\,K\Omega$

$h_{fe} = 200$

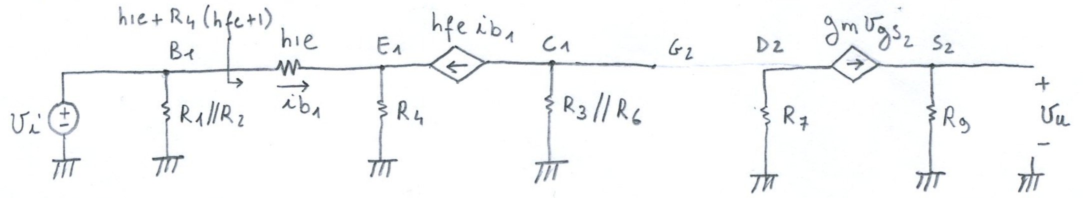
$g_m = 4\,\frac{mA}{V}$

Circuito equivalente per le variazioni:



3 condensatori, nessuna maglia impropria → 3 poli

Calcoliamoci $A_v(\infty)$ chiudendo i tre condensatori:



$V_u = R_9\, g_m\, V_{gs2}$

$V_{gs2} = V_{g2} - V_{s2} = V_{g2} - R_9\, g_m\, V_{gs2} \rightarrow V_{gs2}(1+R_9 g_m) = V_{g2} \rightarrow V_{gs2} = \frac{V_{g2}}{1+R_9 g_m}$

$V_{g2} = -(R_3//R_6)\, h_{fe}\, i_{b1}$

$V_i = h_{ie}\, i_{b1} + R_4(h_{fe}+1)\, i_{b1} \rightarrow i_{b1} = \frac{V_i}{h_{ie}+R_4(h_{fe}+1)}$

$$A_v(\infty) = \frac{V_u}{V_i} = -\frac{R_9 g_m}{1+R_9 g_m}\,\frac{(R_3//R_6)\,h_{fe}}{h_{ie}+R_4(h_{fe}+1)} = -1.1785$$

(negativo, come è giusto che sia dato che si tratta di uno stadio a emettitore comune, invertente, e di uno stadio a drain comune, non invertente, in cascata)

$|A_v(\infty)|_{dB} = 1.42644\ dB$ $\qquad A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow$ n° zeri = n° poli = 3

Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include C_1, C_2 e C_3)

$R_{VC1} = R_1//R_2//(h_{ie}+R_4(h_{fe}+1)) = 105346.7\,\Omega$

$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{VC1}} = 9.4925\ rad/s \rightarrow f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 1.5108\ Hz$

la V_u si annulla per la s per cui $\frac{1}{C_1 s} = \infty$ perché per tale s si apre l'unico percorso che porta l'effetto della V_i in uscita $\rightarrow s=0 \rightarrow \omega_{Z1}=0 \rightarrow f_{Z1}=0$

$R_{VC2} = R_5//((R_3//\infty)+R_6) = R_5//(R_3+R_6) = 920\,\Omega$

$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{VC2}} = 10869.565\ rad/s \rightarrow f_{P2} = \frac{\omega_{P2}}{2\pi} = 1729.945\ Hz$

la V_u si annulla per la s per cui $R_5//\frac{1}{C_2 s} = \infty$ perché per tale s si apre l'unico percorso che porta l'effetto della V_i in uscita $\rightarrow \frac{R_5\,\frac{1}{C_2 s}}{R_5+\frac{1}{C_2 s}} = \frac{R_5}{1+R_5 C_2 s} = \infty \rightarrow$

$1+R_5 C_2 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_5 C_2} \rightarrow \omega_{Z2} = \frac{1}{R_5 C_2} = 10'000\ rad/s \rightarrow f_{Z2} = \frac{\omega_{Z2}}{2\pi} = 1591.55\ Hz$

la V_u non dipende dal valore dell'impedenza di C_3; infatti V_u dipende da V_{gs2} e quindi da V_{g2} e da V_{s2}, ma non da ciò che sta sul drain di Q_2; di conseguenza C_3, non potendo comparire nella funzione di trasferimento $A_v(s) = \frac{V_u}{V_i}$, deve per forza introdurre un polo e uno zero coincidenti: $\omega_{P3} = \omega_{Z3}$

[Se non ce ne accorgessimo subito e procedessimo con i conti avremmo:

$R_{VC3} = R_8 // (R_7 + \infty) = R_8 = 1\,K\Omega$

$\omega_{P3} = \dfrac{1}{C_3 R_{VC3}} = 10000 \text{ rad/s} \rightarrow f_{P3} = \dfrac{\omega_{P3}}{2\pi} = 1591.55 \text{ Hz}$

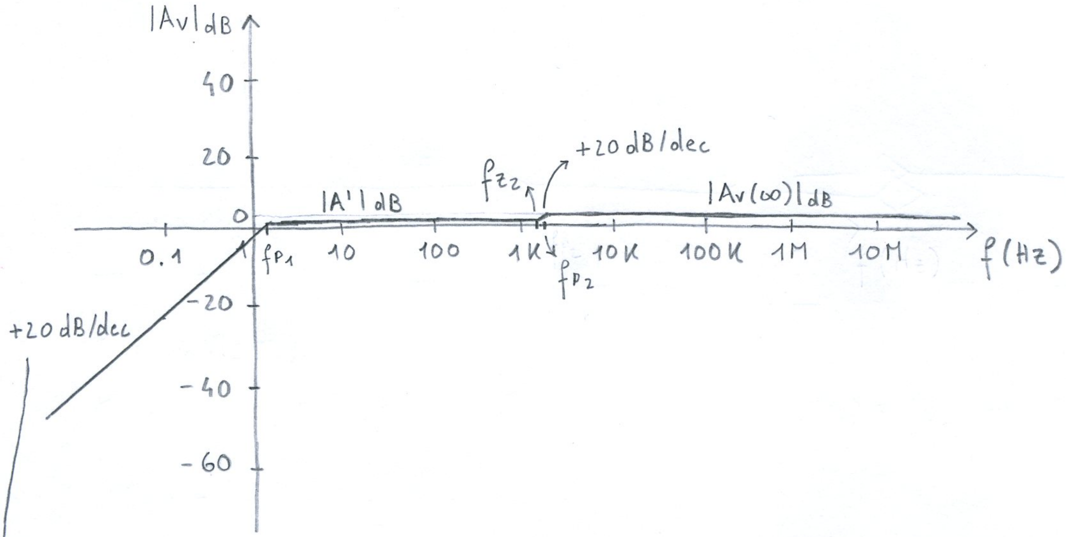
se (in modo inesatto, visto che v_u non dipende da C_3) pensassimo di annullare la $g_m v_{gs}$ (e quindi la v_u) imponendo

$R_7 + \left(R_8 // \dfrac{1}{C_3 S}\right) = \infty \rightarrow R_8 // \dfrac{1}{C_3 S} = \infty \rightarrow \dfrac{R_8 \dfrac{1}{C_3 S}}{R_8 + \dfrac{1}{C_3 S}} = \dfrac{R_8}{1 + R_8 C_3 S} = \infty \rightarrow S = -\dfrac{1}{R_8 C_3} \rightarrow$

$\omega_{Z3} = \dfrac{1}{R_8 C_3} = \omega_{P3}$, il che ci dovrebbe comunque far arrivare a concludere che $\omega_{Z3} = \omega_{P3}$]

La funzione di trasferimento è

$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{s(s + \omega_{Z2})}{(s + \omega_{P1})(s + \omega_{P2})}$$

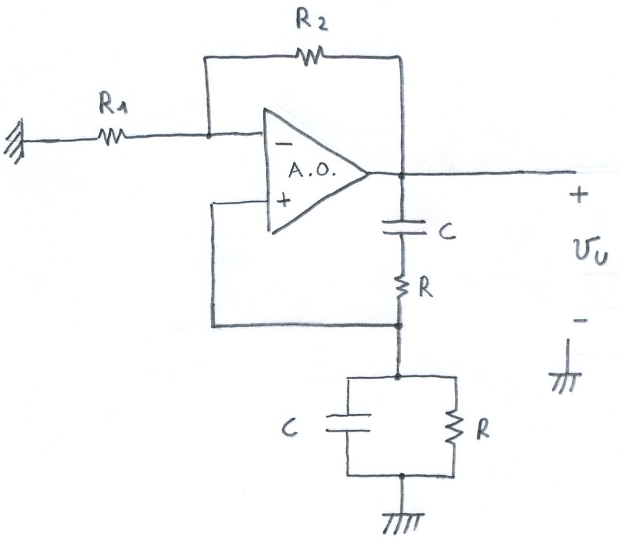


$|A'| = |A_v(\infty)| \dfrac{f_{Z2}}{f_{P2}} = 1.084$

$|A'|_{dB} = 0.702 \text{ dB}$

(coerentemente col fatto che abbiamo uno zero nell'origine)

4)



A.O. ideale

$C = 10\ nF$

$R = 10\ K\Omega$

$R_1 = 1 K\Omega$

$R_2 = R_0 \left(1 - \frac{V_{Umax}}{V_0}\right)$

con: $R_0 = 4 K\Omega$

$V_0 = 1V$

$$\beta A(s) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{RCs}{(RCs)^2 + 3RCs + 1}$$

A partire dalla funzione di trasferimento $\beta A(s)$, ricaviamo la risposta in frequenza $\beta A(j\omega)$:

$$\beta A(j\omega) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{RCj\omega}{(RCj\omega)^2 + 3RCj\omega + 1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{j\omega RC}{(1 - \omega^2 R^2 C^2) + j3\omega RC}$$

All'innesco deve esistere una ω_I tale che $\begin{cases} \angle \beta A(j\omega_I) = 0 \\ |\beta A(j\omega_I)| > 1 \end{cases}$;

a regime deve esistere una ω_0 tale che $\begin{cases} \angle \beta A(j\omega_0) = 0 \\ |\beta A(j\omega_0)| = 1 \end{cases}$

(condizioni di Barkhausen)

Poiché il numeratore di $\beta A(j\omega)$ è immaginario puro, per avere $\angle \beta A(j\omega) = 0$ dobbiamo imporre che anche il denominatore sia immaginario puro e verificare che in quella condizione il βA venga un numero reale positivo.

Perché il denominatore sia immaginario puro dobbiamo annullare la sua parte reale:

$$1 - \omega^2 R^2 C^2 = 0 \rightarrow \omega^2 = \frac{1}{R^2 C^2} \rightarrow \omega = \frac{1}{RC} = 10000\ rad/s \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 1591.55\ Hz$$

(dato che $\omega > 0$)

Poiché nel caso in esame lo schema e i valori di R e C rimangono i soliti all'innesco e a regime, questa è sia la ω_I (all'innesco) che la ω_0 (a regime).

All'innesco $V_{Umax} = 0$, per cui $R_2 = R_0 = 4 K\Omega$ e per $\omega = \omega_I$ si ha che

$\beta A(j\omega_I) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{j\omega_I RC}{j3\omega_I RC} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$, per cui $|\beta A(j\omega_I)| = \frac{5}{3} > 1$, come deve essere all'innesco.

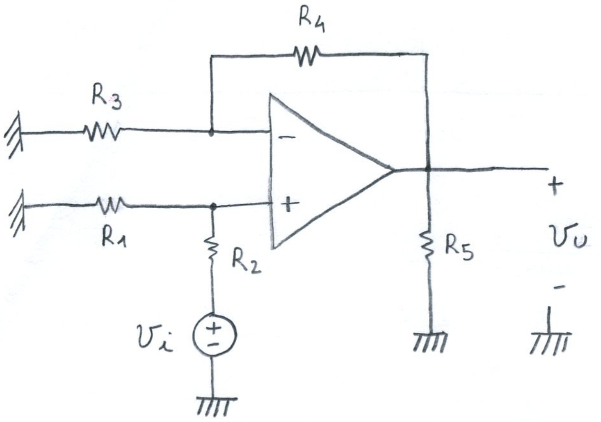
A regime dobbiamo avere che $|\beta A(j\omega_0)| = 1$; poiché

$|\beta A(j\omega_0)| = \left|\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{j\omega_0 RC}{j3\omega_0 RC}\right| = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{3}$ dobbiamo imporre che

$$\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{3} = 1 \rightarrow 1 + \frac{R_2}{R_1} = 3 \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 2 \rightarrow \frac{R_0}{R_1}\left(1 - \frac{V_{Umax}}{V_0}\right) = 2 \rightarrow 4\left(1 - \frac{V_{Umax}}{V_0}\right) = 2 \rightarrow$$

$$1 - \frac{V_{Umax}}{V_0} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{V_{Umax}}{V_0} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{V_{Umax}}{V_0} = \frac{1}{2} \rightarrow V_{Umax} = \frac{V_0}{2} = 0.5\ V$$

5



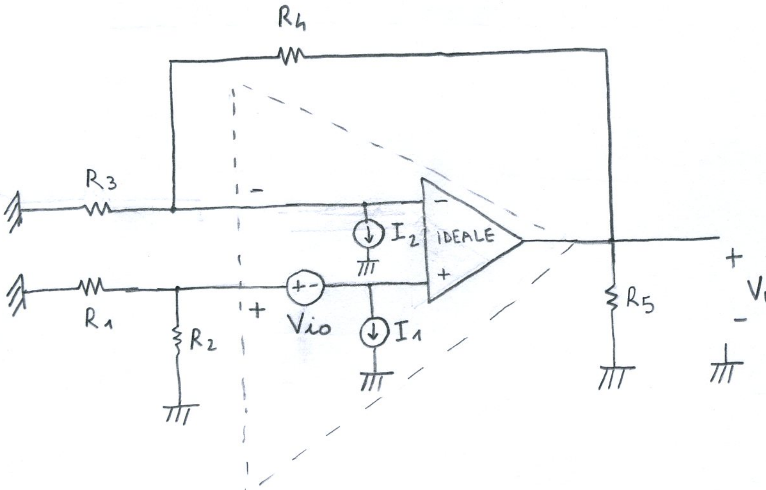
$R_1 = R_2 = R_3 = 1\,K\Omega$; $R_4 = R_5 = 2\,K\Omega$

$|V_{io}|_{max} = 5\,mV$

$I_B = \frac{I_1 + I_2}{2} = 90\,nA$

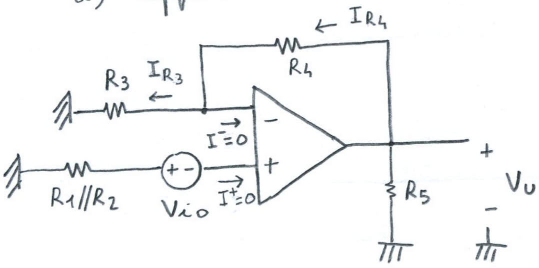
$|I_{io}|_{max} = |I_1 - I_2|_{max} = 30\,nA$

Per valutare l'effetto a regime sulla v_U dei soli generatori di offset, lavoriamo in continua, disattiviamo v_i e sostituiamo all'amplificatore operazionale reale lo schema equivalente in cui compaiono un amplificatore operazionale ideale e i generatori di offset:



dopodiché calcoliamo l'effetto sull'uscita dei generatori di offset facendo la sovrapposizione degli effetti e sfruttando il metodo del cortocircuito virtuale per l'amplificatore operazionale ideale:

a) effetto di V_{io}

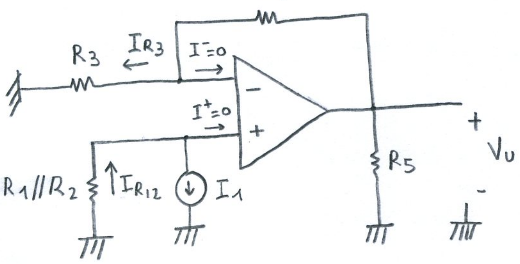


per il c.c.v. $I^+ = 0 \rightarrow$ la caduta su $R_1 // R_2$ è nulla $\rightarrow V^+ = -V_{io}$; dopodiché c'è un amplificatore non invertente, per cui

$$V_U = V^+\left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) = -V_{io}\left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right)$$

(perché $I_{R3} = \frac{V^-}{R_3} = -\frac{V_{io}}{R_3} = I_{R4} \rightarrow V_u = (R_3 + R_4) I_{R3} = -V_{io}\frac{R_3 + R_4}{R_3}$)

b) effetto di I_1

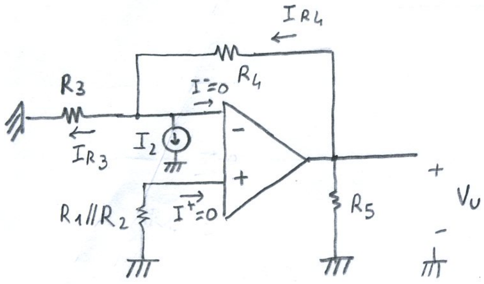


per il c.c.v. $I^+ = 0 \rightarrow I_{R12} = I_1 \rightarrow V^+ = -(R_1 // R_2) I_1$; dopodiché c'è un amplificatore non invertente, per cui

$$V_U = V^+\left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) = -(R_1 // R_2) I_1 \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right)$$

(perché $I_{R3} = \frac{V^-}{R_3} = \frac{V^+}{R_3} = I_{R4} \rightarrow V_u = (R_3 + R_4) I_{R3} = V^+ \frac{R_3 + R_4}{R_3}$)

c) effetto di I_2



per il c.c.v. $I^+=0 \rightarrow$ la caduta su $R_1//R_2$ è nulla $\rightarrow V^+=0 \rightarrow$

per il c.c.v. $V^-=V^+=0 \rightarrow I_{R3}=\frac{V^-}{R_3}=\frac{0}{R_3}=0 \rightarrow$

$I_{R4}=I_{R3}+I_2+I^-=0+I_2+0=I_2 \rightarrow$

$V_U=V^-+R_4 I_{R4}=0+R_4 I_2=R_4 I_2$

Complessivamente abbiamo che

$$V_U=-V_{io}\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)-(R_1//R_2)I_1\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)+R_4 I_2 \underset{\downarrow}{=} -V_{io}\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)+$$

$$\left[\begin{cases} I_B=\frac{I_1+I_2}{2} \\ I_{io}=I_1-I_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_1+I_2=2I_B \\ I_1-I_2=I_{io} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2I_1=2I_B+I_{io} \\ 2I_2=2I_B-I_{io} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_1=I_B+\frac{I_{io}}{2} \\ I_2=I_B-\frac{I_{io}}{2} \end{cases}\right]$$

$$=-V_{io}\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)-\left(I_B+\frac{I_{io}}{2}\right)(R_1//R_2)\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)+\left(I_B-\frac{I_{io}}{2}\right)R_4=$$

$$=-V_{io}\underbrace{\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)}_{3}+\underbrace{I_B\left(-(R_1//R_2)\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)+R_4\right)}_{\substack{(-500\,\Omega\cdot 3+2\,K\Omega)\cdot 90\,nA= \\ =500\,\Omega\cdot 90\,nA=45\,\mu V}}-\frac{I_{io}}{2}\underbrace{\left((R_1//R_2)\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)+R_4\right)}_{500\,\Omega\cdot 3+2\,K\Omega=3.5\,K\Omega}=$$

$$=-3V_{io}+45\,\mu V-(1.75\,K\Omega)\cdot I_{io}$$

Poiché l'unico addendo il cui valore è noto (cioè $I_B\left(-(R_1//R_2)\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)+R_4\right)$) è positivo, per ottenere la V_U di modulo massimo dobbiamo scegliere per gli altri due addendi (cioè $-V_{io}\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)$ e $-\frac{I_{io}}{2}\left((R_1//R_2)\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)+R_4\right)$) il valore di modulo massimo e positivo, quindi scegliere

$V_{io}=-5\,mV$ e $I_{io}=-30\,nA$, ottenendo così

$$|V_U|_{max}=|15\,mV+45\,\mu V+52.5\,\mu V|=15.0975\,mV$$