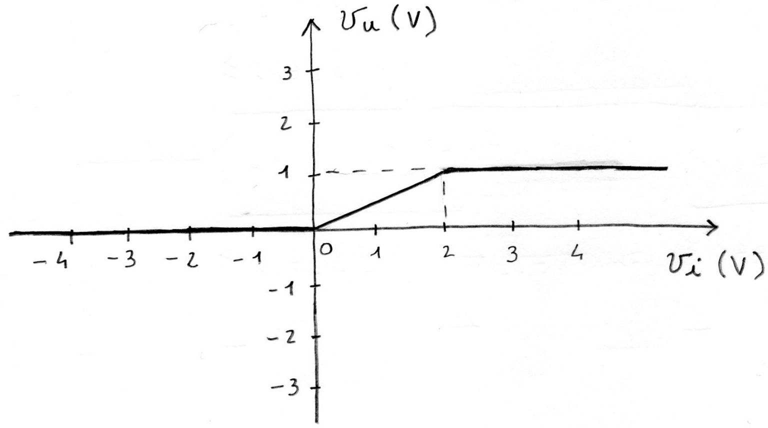
Scheda: **A21_05**	Data: **11 giugno 2021**

Cognome	Nome	Matricola

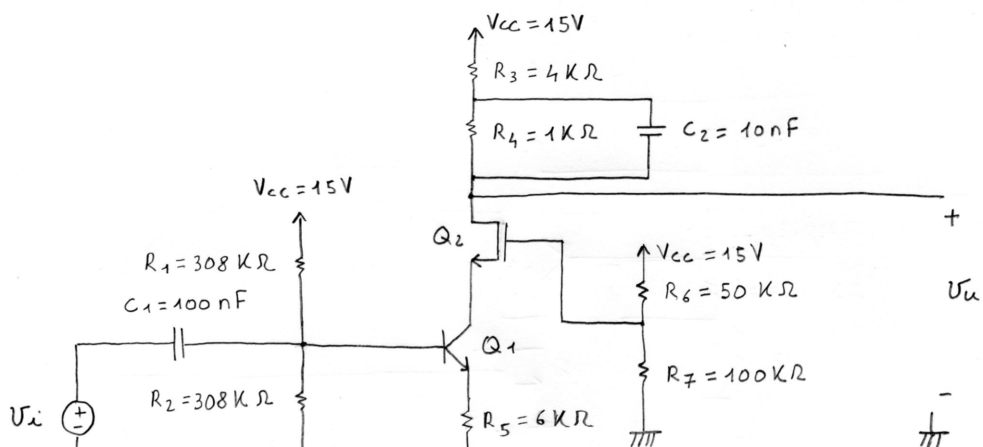
ESERCIZIO N°1
6.5 punti (4)

Si progetti e si dimensioni un circuito che possegga la caratteristica ingresso-uscita lineare a tratti mostrata in figura, indipendentemente dalla sorgente e dal carico applicati. Nello svolgimento dell'esercizio, si considerino tutti i componenti ideali.



ESERCIZIO N°2
7 punti (4)

Si studi in continua il circuito in figura. In particolare, si determini il punto di lavoro di Q_1 e Q_2.
[Si consiglia di iniziare lo studio del circuito da Q_1; a tal fine può convenire fare un equivalente di Thevenin della parte di circuito a sinistra della base di Q_1.]



per Q_1: $h_{FE} = 200$

per Q_2: $\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1 \frac{mA}{V^2}$

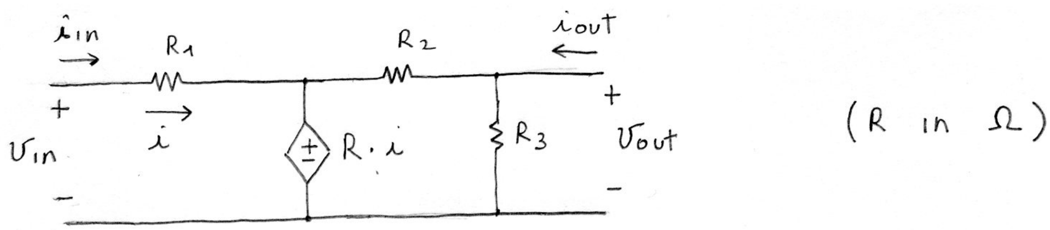
$V_T = 1\,V$

ESERCIZIO N°3
7.5 punti (4)

Considerando il circuito mostrato nell'esercizio precedente, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_i$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa). Si consideri per Q_1: $h_{ie} = 5$ KΩ, $h_{fe} = 250$ e per Q_2: $g_m = 2$ mA/V. Il diagramma di Bode non è richiesto.

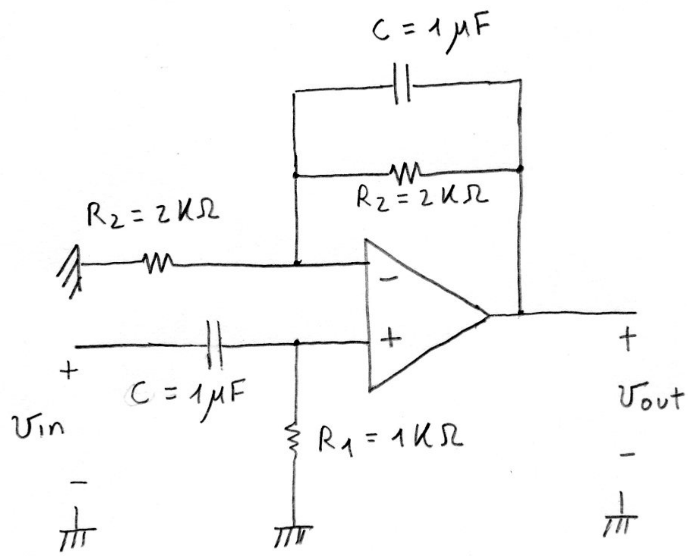
ESERCIZIO N°4
6 punti (4)

Si ricavino i parametri r del quadripolo mostrato in figura (le porte di ingresso e di uscita del quadripolo sono quelle alle quali in figura sono prese, rispettivamente, le tensioni v_{in} e v_{out}). R è un coefficiente moltiplicativo espresso in Ω.

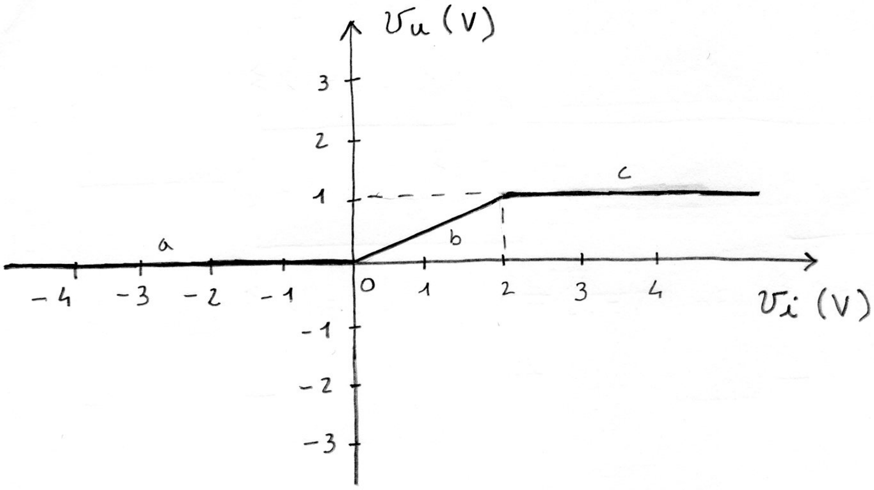


ESERCIZIO N°5
6 punti (4)

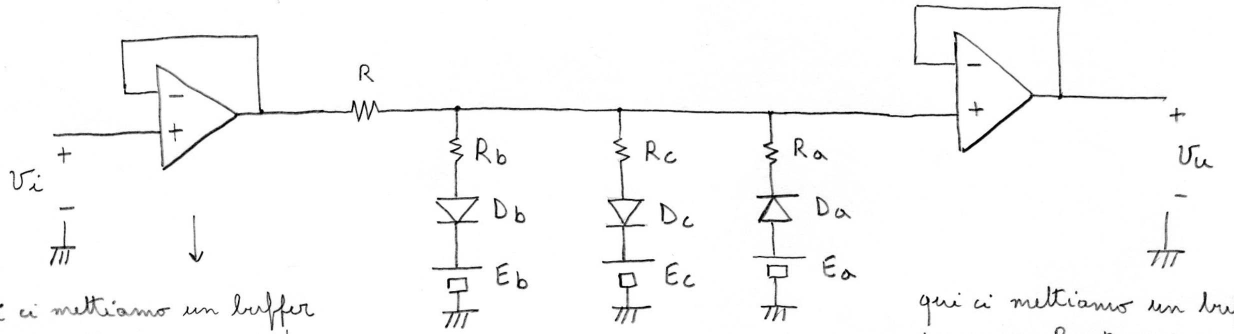
Lavorando nel dominio di Laplace, si ricavi l'espressione della funzione di trasferimento del seguente circuito. Si trovino i valori numerici delle singolarità e del guadagno a centrobanda di tale funzione di trasferimento. Si dica a che tipo di filtro tale circuito corrisponde e si indichino il/i limite/i di banda di tale filtro. Si consideri l'amplificatore operazionale ideale.
[Possono verificarsi cancellazioni tra qualche singolarità introdotta da un condensatore e qualche singolarità introdotta dall'altro.]



1)



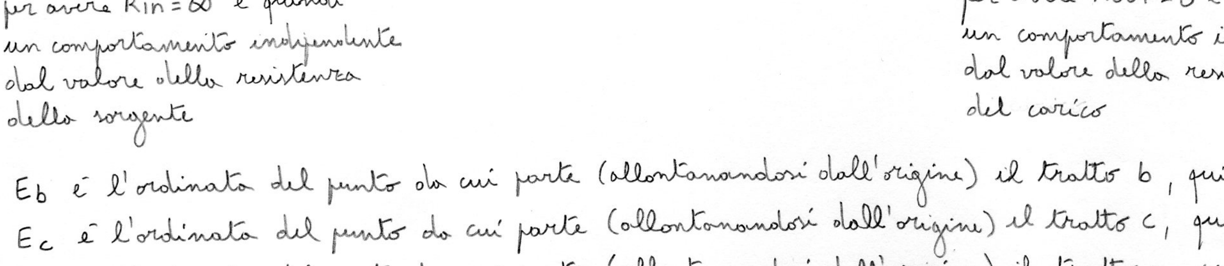
le pendenze dei tratti a, b e c sono pari rispettivamente a: $p=0$, $p=\frac{1-0}{2-0}=\frac{1}{2}$ e $p=0$;
è una caratteristica ingresso-uscita lineare a tratti con pendenze tutte positive, minori o uguali a 1 e decrescenti allontanandosi dall'origine;
quindi questa relazione può essere realizzata con una rete di questo tipo:



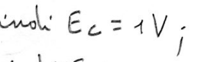
qui ci mettiamo un buffer per avere $R_{IN}=\infty$ e quindi un comportamento indipendente dal valore della resistenza della sorgente

qui ci mettiamo un buffer per avere $R_{OUT}=0$ e quindi un comportamento indipendente dal valore della resistenza del carico

E_b è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto b, quindi $E_b=0$;
E_c è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto c, quindi $E_c=1V$;
E_a è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto a, quindi $E_a=0$;
quando $0<v_i<2V$ conduce solo il diodo D_b, la $\frac{\partial v_u}{\partial v_i}=\frac{R_b}{R+R_b}$, quindi per avere pendenza $\frac{1}{2}$ dobbiamo avere $\frac{R_b}{R+R_b}=\frac{1}{2} \rightarrow 2R_b=R+R_b \rightarrow R_b=R$;
quando $v_i>2V$ conducono i diodi D_b e D_c, la $\frac{\partial v_u}{\partial v_i}=\frac{R_b//R_c}{R+R_b//R_c}$, quindi per avere pendenza 0 dobbiamo avere $R_b//R_c=0$ cioè (essendo $R_b\neq 0$) $R_c=0$;
quando $v_i<0$ conduce solo il diodo D_a, la $\frac{\partial v_u}{\partial v_i}=\frac{R_a}{R+R_a}$, quindi per avere pendenza 0 dobbiamo avere $R_a=0$;
quindi il circuito è questo:



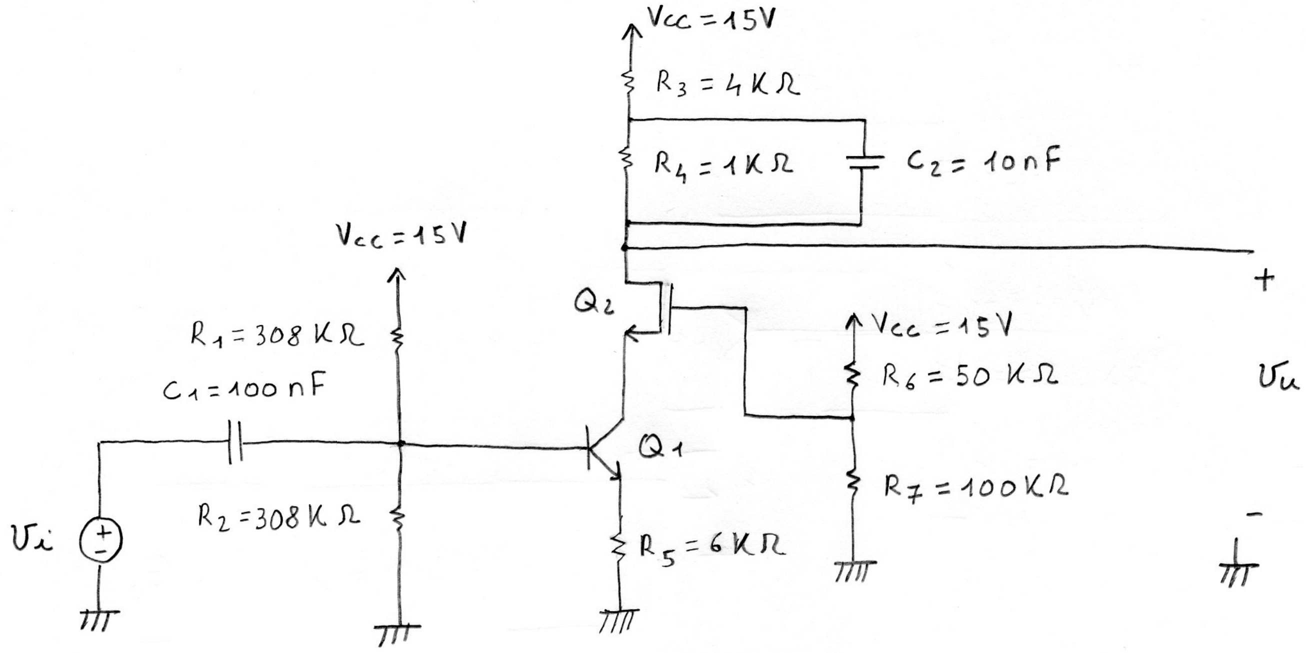
[infatti la parte centrale si può anche vedere come un partitore tra due resistenze identiche di valore R (per ottenere pendenza 1/2), seguito da 2 rami che tagliano a 0 e a 1 V:



]

con ad esempio $R=1K\Omega$. [Volendo, in questo caso si può anche non mettere D_b cioè sostituirlo con un cortocircuito, dato che per $v_i<0$ il suo ramo va a finire in parallelo al corto costituito dal diodo D_a in conduzione e quindi la presenza o meno della resistenza R in parallelo al corto non altera il funzionamento.]

2)

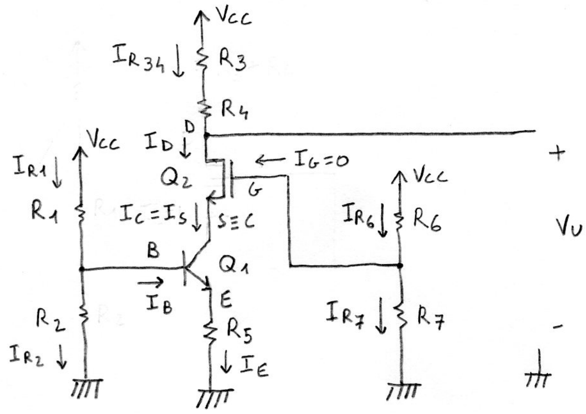


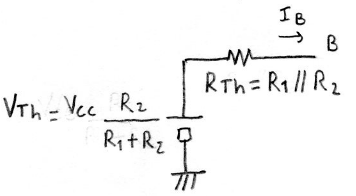
per Q_1: $h_{FE} = 200$

per Q_2: $\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1 \frac{mA}{V^2}$

$V_T = 1V$

In continua il circuito diventa:





(equivalente di Thevenin)

$V_{Th} = 15 \cdot \frac{1}{2} = 7.5V$; $R_{Th} = \frac{R_1}{2} = 154 K\Omega$

ipotesi 1: Q_1 in zona attiva diretta

$I_C = h_{FE} I_B$

$I_E = I_B + I_C = (1 + h_{FE}) I_B$

imponendo l'equilibrio delle tensioni alla maglia $V_{Th}, R_{Th}, V_{BE}, R_5$ abbiamo:

$V_{Th} = R_{Th} I_B + V_\gamma + R_5 (1 + h_{FE}) I_B \rightarrow$

$I_B = \frac{V_{Th} - V_\gamma}{R_{Th} + R_5 (1 + h_{FE})} = 5\mu A > 0$

$I_C = h_{FE} I_B = 1 mA = I_S = I_D = I_{R34}$ (dato che $I_G = 0$)

$I_E = I_B + I_C = (1 + h_{FE}) I_B = 1.005 \ mA$

$V_E = R_5 I_E = 6.03V$; $V_B = V_E + V_\gamma = 6.73V$;

$I_{R1} = \frac{V_{cc} - V_B}{R_1} = 26.85 \mu A$; $I_{R2} = \frac{V_B}{R_2} = 21.85 \mu A$

$V_D = V_{cc} - (R_3 + R_4) I_{R34} = 10V = V_U$

$I_G = 0 \rightarrow I_{R6} = I_{R7} = \frac{V_{cc}}{R_6 + R_7} = 0.1 mA$,

$V_G = V_{cc} \frac{R_7}{R_6 + R_7} = 10V$

ipotesi 2: Q_2 in saturazione

$I_D = K (V_{GS} - V_T)^2$ con $K = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1 \frac{mA}{V^2}$

$V_{GS} = V_T \cancel{\pm} \sqrt{\frac{I_D}{K}} = 2V > V_T$

(un mos a canale n conduce se $V_{GS} > V_T$)

$V_S = V_G - V_{GS} = 8V = V_C$

$V_{DS} = V_D - V_S = 2V > V_{GS} - V_T = 1V$

$V_{CE} = V_C - V_E = 1.97V > V_{CE\,sat} \approx 0.1V$

ipotesi 2 verificata

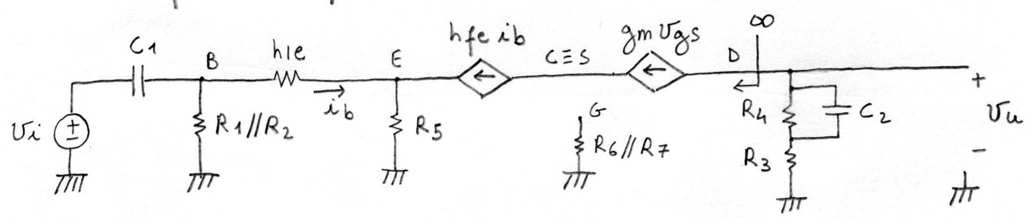
ipotesi 1 verificata

3) $h_{ie} = 5\,K\Omega$

$h_{fe} = 250$

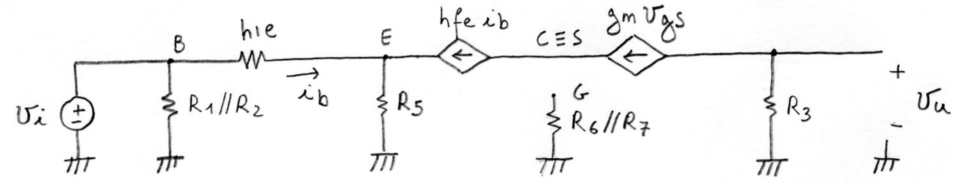
$g_m = 2\ \frac{mA}{V}$

Circuito equivalente per le variazioni:



2 condensatori, nessuna maglia impropria → 2 poli

Calcoliamoci $A_v(\infty)$ chiudendo i due condensatori:



$v_u = -R_3\, g_m v_{gs}$

$g_m v_{gs} = h_{fe}\, i_b$

$v_i = h_{ie}\, i_b + R_5 (h_{fe}+1)\, i_b \rightarrow i_b = \dfrac{v_i}{h_{ie} + R_5(h_{fe}+1)}$

$A_v(\infty) = \dfrac{v_u}{v_i} = -\dfrac{R_3 h_{fe}}{h_{ie} + R_5(h_{fe}+1)} = -0.6618$ (negativo, come deve essere visto che si tratta di uno stadio a emettitore comune, invertente, e di uno stadio a gate comune, non invertente, in cascata)

$|A_v(\infty)|_{dB} = -3.5853\ dB$

$A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow$ n° zeri = n° poli = 2

Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include C_1 e C_2)

$R_{vC1} = R_1 // R_2 // (h_{ie} + R_5(h_{fe}+1)) = 139'756.16\ \Omega$

$\omega_{P1} = \dfrac{1}{C_1 R_{vC1}} = 71.5532\ \dfrac{rad}{s} \rightarrow f_{P1} = \dfrac{\omega_{P1}}{2\pi} = 11.388\ Hz$

la v_u si annulla per la s per cui $\dfrac{1}{C_1 s} = \infty \rightarrow s = 0 \rightarrow \omega_{z1} = 0 \rightarrow f_{z1} = 0$ perché C_1 si trova in serie sull'unico percorso che porta in uscita l'effetto del segnale (per cui quando si apre v_u va a zero)

$R_{vC2} = R_4 // (R_3 + \infty) = R_4 = 1\,K\Omega$

$\omega_{P2} = \dfrac{1}{C_2 R_{vC2}} = 100'000\ \dfrac{rad}{s} \rightarrow f_{P2} = \dfrac{\omega_{P2}}{2\pi} = 15'915.49\ Hz$

la v_u si annulla per la s per cui $R_3 + R_4 // \dfrac{1}{C_2 s} = 0$ perché in tali condizioni la porta di uscita è cortocircuitata

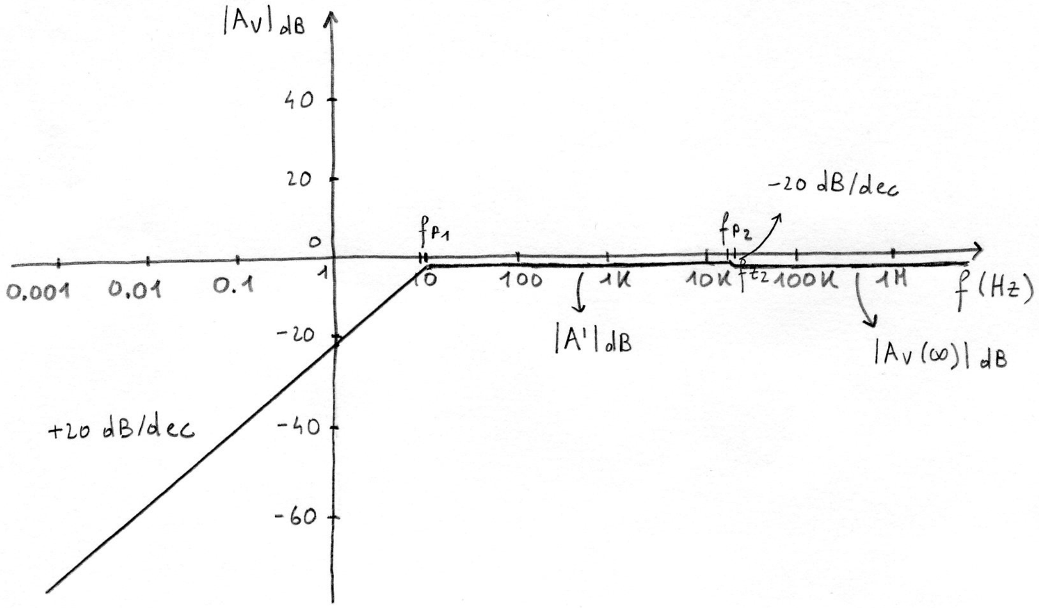
$$R_3 + R_4 // \frac{1}{C_2 s} = R_3 + \frac{R_4 \frac{1}{C_2 s}}{R_4 + \frac{1}{C_2 s}} = R_3 + \frac{R_4}{1 + R_4 C_2 s} = \frac{R_3 + R_3 R_4 C_2 s + R_4}{1 + R_4 C_2 s} = 0 \rightarrow$$

$$R_3 + R_4 + R_3 R_4 C_2 s = 0 \rightarrow s = -\frac{R_3 + R_4}{R_3 R_4 C_2} = -\frac{1}{C_2 \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}} = -\frac{1}{C_2 (R_3 // R_4)} \rightarrow$$

$$\omega_{z2} = \frac{1}{C_2 (R_3 // R_4)} = 125'000\ \frac{rad}{s} \rightarrow f_{z2} = \frac{\omega_{z2}}{2\pi} = 19'894.37\ Hz$$

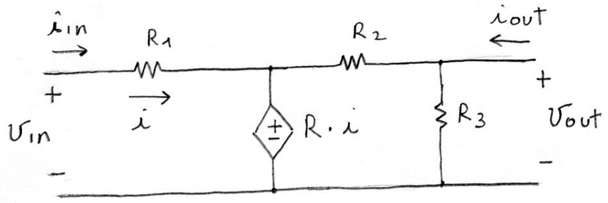
La funzione di trasferimento è

$$A_v(s) = A_v(\infty)\ \frac{s\,(s + \omega_{z2})}{(s + \omega_{P1})(s + \omega_{P2})}$$



$$|A'| = |A_v(\infty)| \frac{f_{Z2}}{f_{P2}} = 0.827 \longrightarrow |A'|_{dB} = -1.6473 \text{ dB}$$

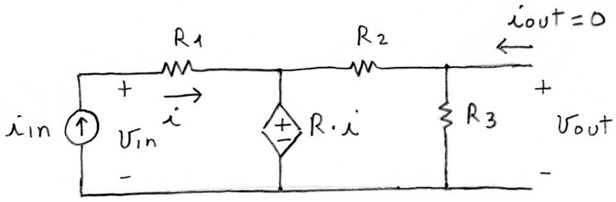
4)



(R in Ω)

$$\begin{cases} v_{out} = r_f\, i_{in} + r_o\, i_{out} \\ v_{in} = r_i\, i_{in} + r_r\, i_{out} \end{cases}$$

$r_f = \left.\dfrac{v_{out}}{i_{in}}\right|_{i_{out}=0}$; $r_i = \left.\dfrac{v_{in}}{i_{in}}\right|_{i_{out}=0}$ ($i_{out}=0$ significa porta di uscita aperta)



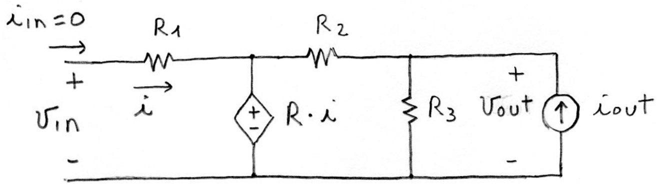
$i = i_{in} \rightarrow R\cdot i = R\cdot i_{in}$

$i_{out}=0 \rightarrow R_2$ e R_3 sono in serie $\rightarrow v_{out} = \dfrac{R_3}{R_2+R_3}(R\cdot i) = \dfrac{R_3\,R}{R_2+R_3}\, i_{in} \rightarrow$

$r_f = \dfrac{v_{out}}{i_{in}} = \dfrac{R_3\cdot R}{R_2+R_3}$

$v_{in} = R_1\cdot i + (R\cdot i) = (R_1+R)\cdot i = (R_1+R)\cdot i_{in} \rightarrow r_i = \dfrac{v_{in}}{i_{in}} = R_1+R$

$r_o = \left.\dfrac{v_{out}}{i_{out}}\right|_{i_{in}=0}$; $r_r = \left.\dfrac{v_{in}}{i_{out}}\right|_{i_{in}=0}$ ($i_{in}=0$ significa porta di ingresso aperta)



$i = i_{in} = 0 \rightarrow R\cdot i = 0$

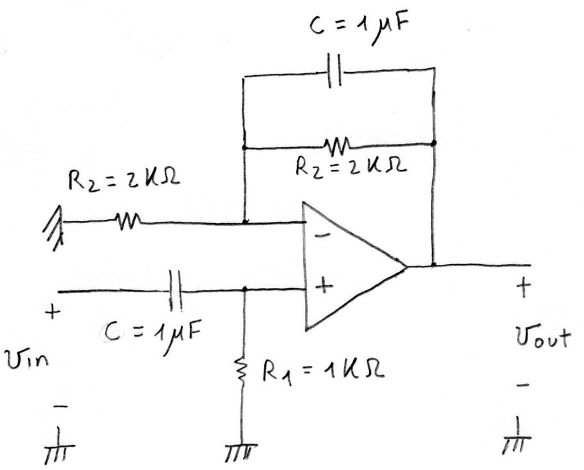
$v_{in} = R_1\cdot i + (R\cdot i) = (R_1+R)\, i = 0 \rightarrow r_r = \dfrac{v_{in}}{i_{out}} = 0$

poiché $(R\cdot i)=0$ R_2 è in parallelo a R_3 $\rightarrow v_{out} = i_{out}\,(R_2 // R_3) \rightarrow$

$r_o = \dfrac{v_{out}}{i_{out}} = R_2 // R_3$

(infatti $i_{out} = \dfrac{v_{out}}{R_3} + \dfrac{v_{out}}{R_2} = \left(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_2}\right) v_{out} \rightarrow \dfrac{v_{out}}{i_{out}} = \dfrac{1}{\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_2}} = R_3 // R_2$)

5)



$$Z = R_2 \,//\, \frac{1}{CS} = \frac{R_2 \frac{1}{CS}}{R_2 + \frac{1}{CS}} = \frac{R_2}{1 + R_2 CS}$$

per il c.c.v. $i^+ = 0 \rightarrow R_1$ e $\frac{1}{CS}$ sono in serie $\rightarrow v^+ = \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{CS}} v_{in} = \frac{R_1 CS}{1 + R_1 CS} v_{in}$

sempre come conseguenza del c.c.v. abbiamo che

$$v_{out} = v^+ \left(1 + \frac{Z}{R_2}\right) = v^+ \left(1 + \frac{1}{1 + R_2 CS}\right) = v^+ \frac{1 + R_2 CS + 1}{1 + R_2 CS} = v^+ \frac{2 + R_2 CS}{1 + R_2 CS} =$$

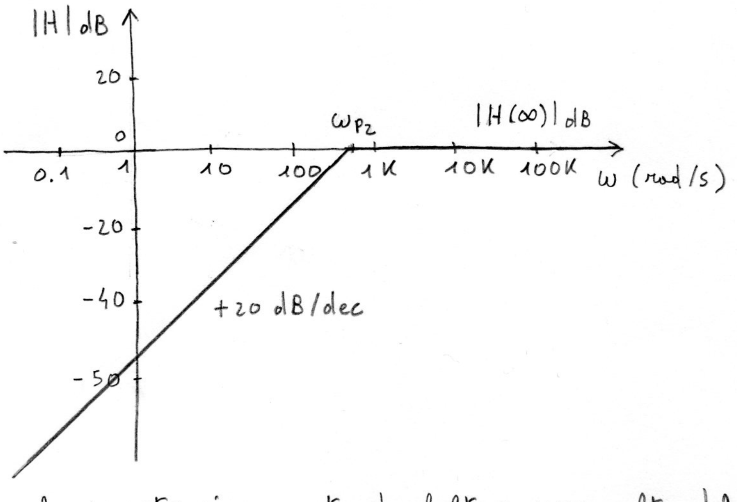
$$= v^+ \cdot 2 \, \frac{1 + \frac{R_2}{2} CS}{1 + R_2 CS} = v_{in} \cdot 2 \cdot \frac{R_1 CS}{1 + R_1 CS} \cdot \frac{1 + \frac{R_2}{2} CS}{1 + R_2 CS}$$

che è una funzione di trasferimento con uno zero nell'origine, uno zero per $S_{Z2} = -\frac{2}{R_2 C} \rightarrow$ $\omega_{Z2} = \frac{2}{R_2 C} = 1000$ rad/s, un polo per $S_{P1} = -\frac{1}{R_1 C} \rightarrow \omega_{P1} = \frac{1}{R_1 C} = 1000$ rad/s e un polo in $S_{P2} = -\frac{1}{R_2 C} \rightarrow \omega_{P2} = \frac{1}{R_2 C} = 500$ rad/s ; essendo $\omega_{Z2} = \omega_{P1}$ il binomio a numeratore si elide con uno a denominatore (si elide il polo introdotto dal condensatore inferiore con lo zero introdotto dal condensatore superiore) e quindi rimane

$$v_{out} = \frac{2 R_1 CS}{1 + R_2 CS} v_{in} = 2 R_1 C \frac{S}{1 + \frac{S}{\left(\frac{1}{R_2 C}\right)}} v_{in} \rightarrow H(S) = \frac{v_{out}}{v_{in}} = 2 R_1 C \frac{S}{1 + \frac{S}{\left(\frac{1}{R_2 C}\right)}}$$

che ha un polo in $\omega_{P2} = \frac{1}{R_2 C} = 500$ rad/s , uno zero nell'origine e un guadagno per $\omega \rightarrow \infty$ pari a $\lim_{S \to \infty} H(S) = 2 R_1 C \frac{1}{R_2 C} = \frac{2 R_1}{R_2} = 1 \rightarrow |H(\infty)|_{dB} = 0$ dB ;

il suo diagramma di Bode del modulo è questo:



il circuito si comporta da filtro passa-alto del 1° ordine con limite inferiore di banda ω_{P2} e guadagno in banda passante $H(\infty) = 1$