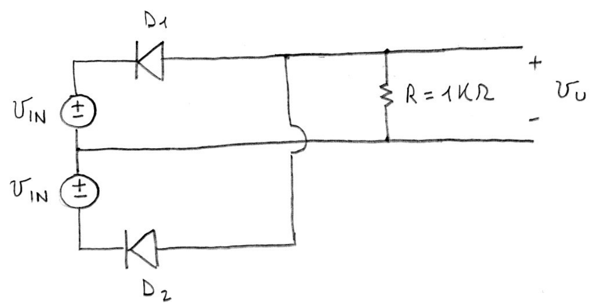
Scheda: **A21_06**	Data: **30 giugno 2021**

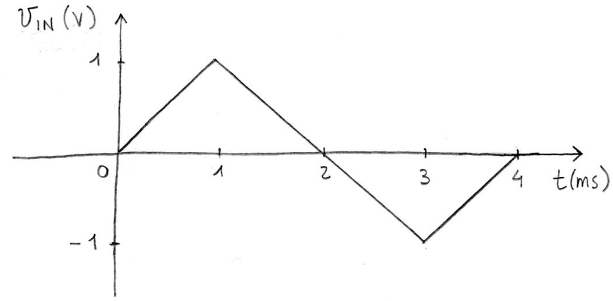
Cognome	Nome	Matricola

ESERCIZIO N°1

6 punti (4)

Si consideri il circuito rappresentato a sinistra in figura, avente ingresso v_{IN} e uscita v_U. Si ricavi e si grafichi la caratteristica ingresso-uscita di tale circuito, specificando (e verificando) per ciascun intervallo di valori di v_{IN} lo stato dei due diodi. Si disegni l'andamento nel tempo, per $0 \leq t \leq 4$ ms, della tensione $v_U(t)$ che otteniamo in uscita se in ingresso si applica la tensione $v_{IN}(t)$ graficata a destra in figura. Si considerino i diodi D_1 e D_2 ideali (e si faccia attenzione a come sono orientati).



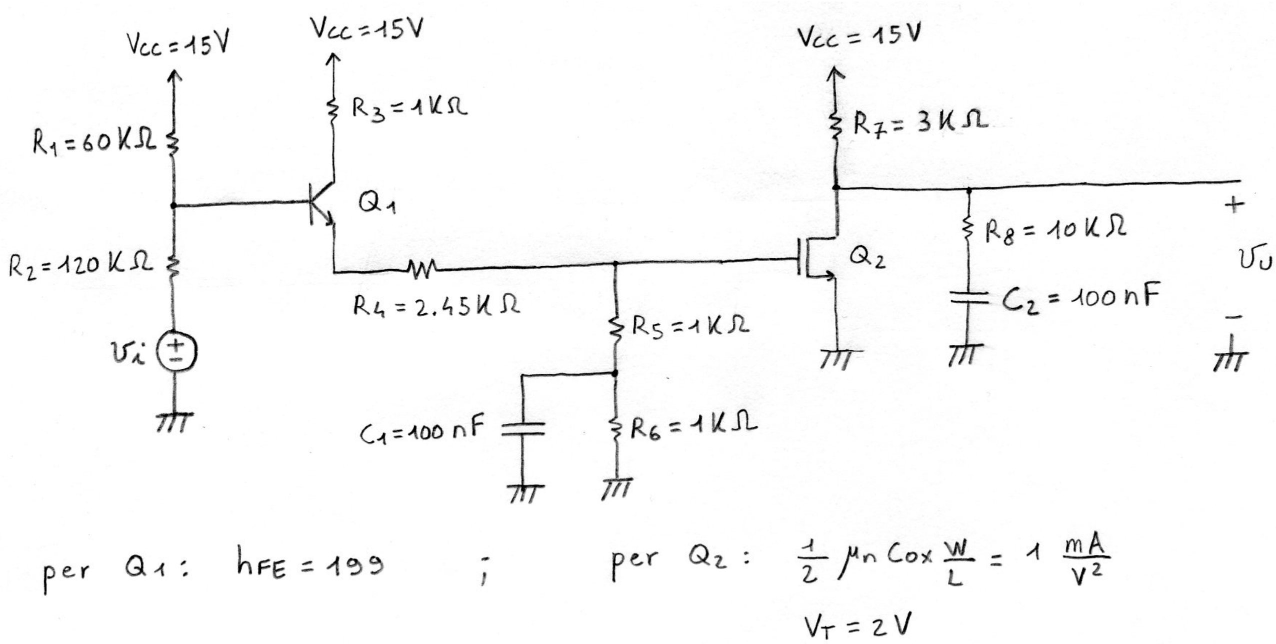


ESERCIZIO N°2

7 punti (4)

Si studi in continua il circuito in figura. In particolare, si determini il punto di lavoro di Q_1 e Q_2.

[Si consiglia di iniziare lo studio del circuito da Q_1 e di fare un equivalente di Thevenin della parte di circuito che sta sulla base di Q_1.]

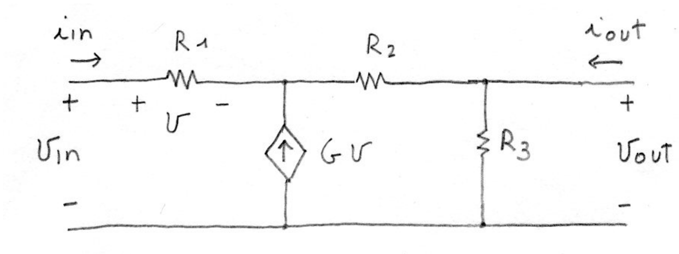


ESERCIZIO N°3
7.5 punti (4)

Considerando il circuito mostrato nell'esercizio precedente, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_i$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa). Si consideri per Q_1: $h_{ie} = 5$ KΩ, $h_{fe} = 220$ e per Q_2: $g_m = 4$ mA/V. Il diagramma di Bode <u>non</u> è richiesto.

ESERCIZIO N°4
6 punti (4)

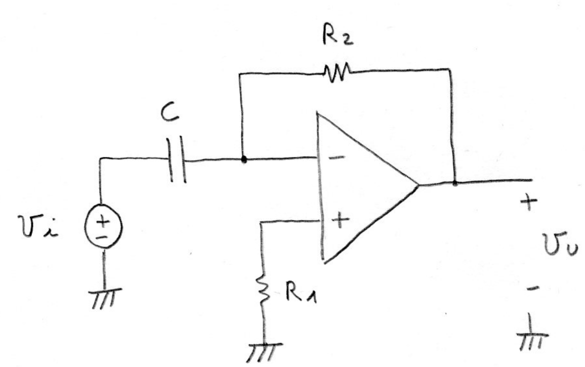
Si ricavino i parametri g_f e g_i del quadripolo mostrato in figura (le porte di ingresso e di uscita del quadripolo sono quelle alle quali in figura sono prese, rispettivamente, le tensioni v_{in} e v_{out}). G è un coefficiente moltiplicativo espresso in Ω^{-1}.



(G in Ω^{-1})

ESERCIZIO N°5
6.5 punti (4)

Ricavare il massimo sbilanciamento causato sull'uscita del circuito mostrato in figura (dove v_i è il segnale di ingresso e v_u è la tensione in uscita) dai generatori di offset dell'amplificatore operazionale. A parte la presenza dei generatori di offset (il cui valore è riportato accanto allo schema), si consideri tale amplificatore operazionale ideale.



$C = 1 \mu F$

$R_1 = 1 K\Omega$

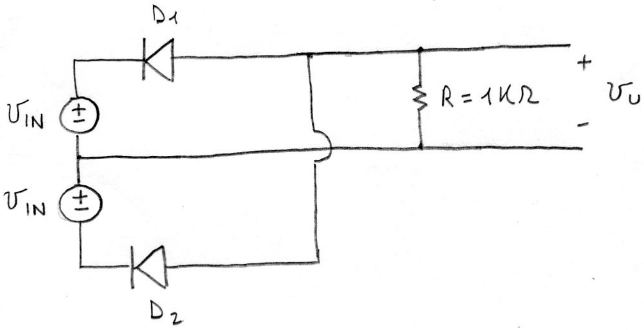
$R_2 = 2 K\Omega$

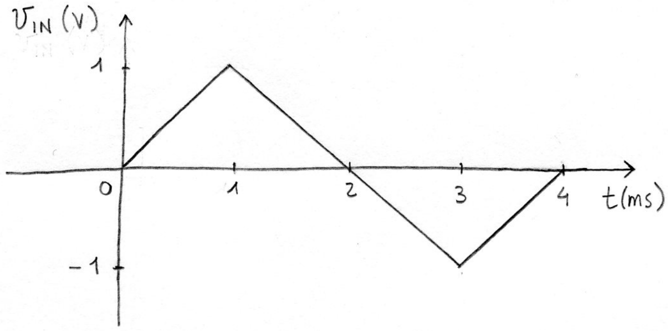
$|V_{io}|_{max} = 4$ mV

$I_B = \frac{I_1 + I_2}{2} = 60$ nA

$|I_{io}|_{max} = |I_1 - I_2|_{max} = 10$ nA

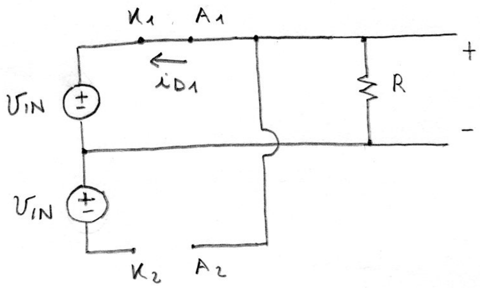
1)





Caratteristica ingresso-uscita : ipotizziamo di partire nell'analisi da v_{IN} molto negative.
Per v_{IN} molto bassa presumibilmente D_1 conduce e D_2 è interdetto perché (prendendo come riferimento il nodo centrale) D_1 ha sul catodo una tensione v_{IN} molto bassa, mentre D_2 ha sul catodo una tensione $-v_{IN}$ molto alta

ipotesi : D_1 conduce, D_2 interdetto



sotto queste ipotesi, $v_U = v_{IN}$

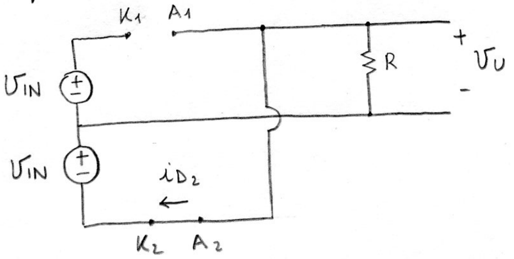
verifica delle ipotesi: $i_{D1} = -\dfrac{v_{IN}}{R} > 0$ vero se $v_{IN} < 0$,

$v_{AK2} = v_{IN} - (-v_{IN}) = 2\,v_{IN} < 0$ vero se $v_{IN} < 0$,

quindi queste ipotesi sono verificate se $v_{IN} < 0$

Per $v_{IN} > 0$ invece avendo una tensione (rispetto al nodo centrale) positiva sul catodo di D_1 e negativa sul catodo di D_2, presumibilmente D_1 è interdetto e D_2 conduce

ipotesi: D_1 interdetto, D_2 conduce



sotto queste ipotesi, $v_U = -v_{IN}$

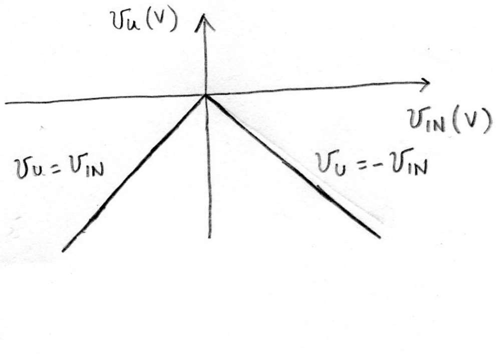
verifica delle ipotesi: $v_{AK1} = -v_{IN} - v_{IN} = -2\,v_{IN} < 0$, vero se $v_{IN} > 0$,

$i_{D2} = \dfrac{v_{IN}}{R} > 0$ vero se $v_{IN} > 0$,

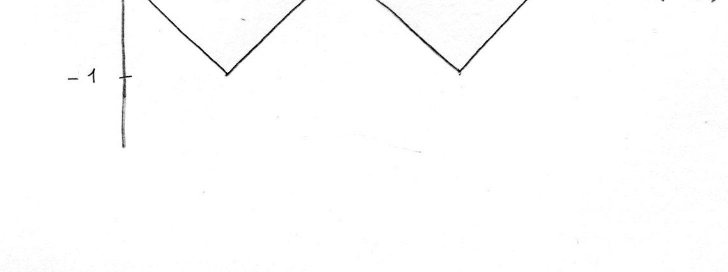
quindi queste ipotesi sono verificate se $v_{IN} < 0$

Quindi : per $v_{IN} < 0$: $v_U = v_{IN}$

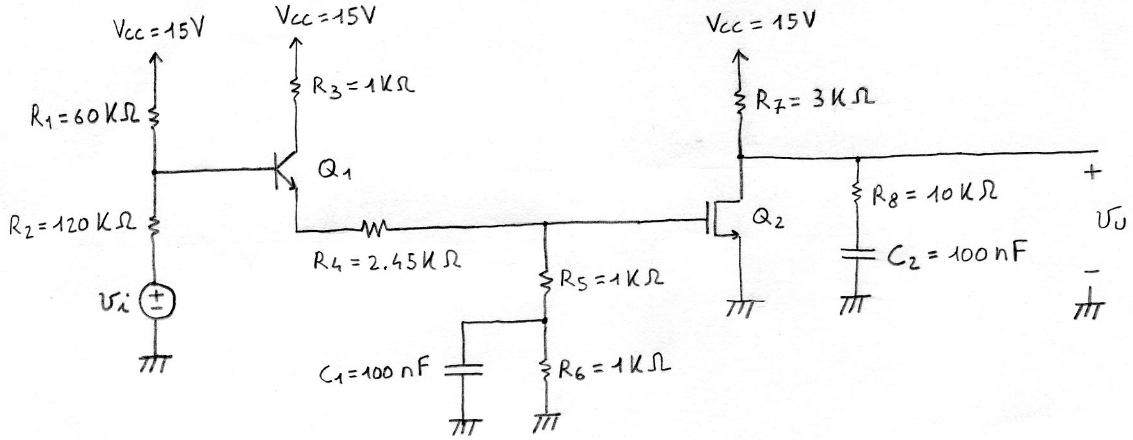
per $v_{IN} > 0$: $v_U = -v_{IN}$



L'uscita corrispondente all'ingresso $v_{IN}(t)$ assegnato quindi è



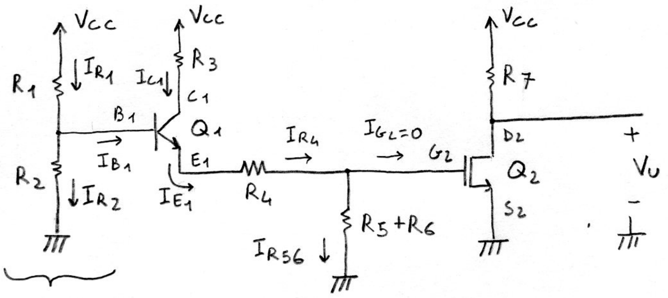
2)

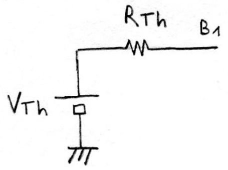


per Q_1: $h_{FE} = 199$; per Q_2: $\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} = 1\ \frac{mA}{V^2}$

$V_T = 2V$

In continua il circuito diventa:





con $V_{Th} = V_{cc}\frac{R_2}{R_1+R_2} = 10V$

$R_{Th} = R_1 // R_2 = 40 K\Omega$

(equivalente di Thevenin)

ipotesi 1: Q_1 in zona attiva diretta

$V_{BE1} = 0.7V$

$I_{C1} = h_{FE} I_{B1}$

$I_{E1} = I_{B1} + I_{C1} = (h_{FE}+1) I_{B1}$

$I_{G2} = 0 \rightarrow I_{R56} = I_{R4} = I_{E1}$

equilibrio delle tensioni alla maglia V_{Th}, R_{Th}, V_{BE1}, R_4, R_5+R_6:

$$V_{Th} = R_{Th} I_{B1} + V_\gamma + (R_4+R_5+R_6) I_{E1} =$$
$$= R_{Th} I_{B1} + V_\gamma + (R_4+R_5+R_6)(h_{FE}+1) I_{B1} \rightarrow$$

$$I_{B1} = \frac{V_{Th} - V_\gamma}{R_{Th} + (R_4+R_5+R_6)(h_{FE}+1)} = 10\mu A > 0$$

$I_{C1} = h_{FE} I_{B1} = 1.99\ mA$

$I_{E1} = (h_{FE}+1) I_{B1} = 2mA$

$V_{C1} = V_{cc} - R_3 I_{C1} = 13.01V$

$V_{E1} = (R_4+R_5+R_6) I_{E1} = 8.9V$

$V_{CE1} = 4.11V > V_{CEsat} \simeq 0.1V \longrightarrow$ ipotesi 1 verificata

$V_{B1} = V_{E1} + V_\gamma = 9.6V$

$I_{R1} = \frac{V_{cc} - V_{B1}}{R_1} = 90\mu A$

$I_{R2} = \frac{V_{B1}}{R_2} = 80\mu A$

$V_{G2} = (R_5+R_6) I_{E1} = 4V = V_{GS2} > V_T = 2V$

ipotesi 2: Q_2 in saturazione

$I_{D2} = K(V_{GS2} - V_T)^2$ con $K = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} = 1\ \frac{mA}{V^2}$

$I_{D2} = 4\ mA = I_{S2}$ (dato che $I_{G2} = 0$)

$V_{D2} = V_{cc} - R_7 I_{D2} = 3V = V_U$

$V_{DS2} = V_{D2} = 3V > V_{GS2} - V_T = 2V \longrightarrow$ ipotesi 2 verificata

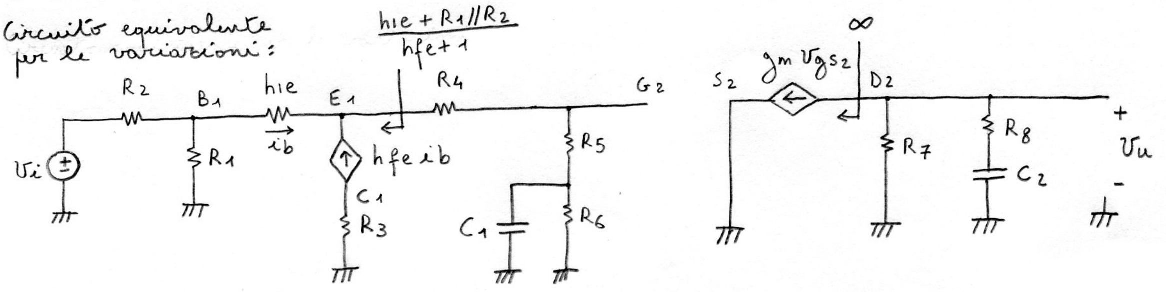
$$\left[g_m = \left.\frac{\partial I_{D2}}{\partial V_{GS2}}\right|_Q = 2K(V_{GS2} - V_T) = 4\ \frac{mA}{V} \right]$$ NON RICHIESTO

3) $h_{ie} = 5\,K\Omega$

$h_{fe} = 220$

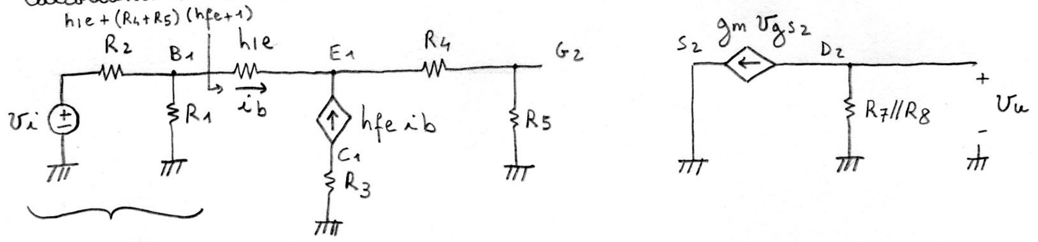
$g_m = 4\ \frac{mA}{V}$

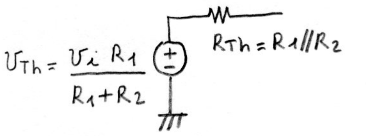
Circuito equivalente per le variazioni:



2 condensatori, nessuna maglia impropria → 2 poli

Calcoliamoci $A_v(\infty)$ chiudendo i due condensatori:





(equivalente di Thevenin)

$v_u = -g_m v_{gs_2} (R_7 /\!/ R_8)$

$v_{gs_2} = v_{g_2} - v_{s_2} = v_{g_2}$

$v_{g_2} = R_5 (h_{fe}+1)\, i_b$

$v_{Th} = R_{Th}\, i_b + h_{ie}\, i_b + (R_4+R_5)(h_{fe}+1)\, i_b \rightarrow i_b = \frac{v_{Th}}{R_{Th} + h_{ie} + (R_4+R_5)(h_{fe}+1)} =$

$= v_i \frac{R_1}{R_1+R_2} \frac{1}{(R_1/\!/R_2) + h_{ie} + (R_4+R_5)(h_{fe}+1)}$

$A_v(\infty) = \frac{v_u}{v_i} = -g_m (R_7/\!/R_8)\, R_5 (h_{fe}+1) \frac{R_1}{R_1+R_2} \frac{1}{(R_1/\!/R_2) + h_{ie} + (R_4+R_5)(h_{fe}+1)} = -0.84216$

(negativo, come deve essere visto che si tratta di uno stadio a collettore comune, non invertente, e di uno stadio a source comune, invertente, in cascata)

$|A_v(\infty)|_{dB} = -1.4921$ dB

$A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow$ n° zeri = n° poli = 2

Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include C_1 e C_2)

$R_{vC1} = R_6 /\!/ \left(R_5 + R_4 + \frac{h_{ie} + R_1/\!/R_2}{h_{fe}+1}\right) = 785.1135\ \Omega$

$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{vC1}} = 12737.01\ \frac{rad}{s} \rightarrow f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 2027.16$ Hz

la v_u si annulla per la s per cui $R_5 + R_6 /\!/ \frac{1}{C_1 s} = 0$ perché in questa condizione $v_{g_2} = 0 \rightarrow v_{gs_2} = 0 \rightarrow v_u = 0$

$R_5 + R_6 /\!/ \frac{1}{C_1 s} = R_5 + \frac{R_6 \frac{1}{C_1 s}}{R_6 + \frac{1}{C_1 s}} = R_5 + \frac{R_6}{1 + R_6 C_1 s} = \frac{R_5 + R_6 + R_5 R_6 C_1 s}{1 + R_6 C_1 s} = 0 \rightarrow$

$R_5 + R_6 + R_5 R_6 C_1 s = 0 \rightarrow s = -\frac{R_5+R_6}{R_5 R_6 C_1} = -\frac{1}{C_1 (R_5/\!/R_6)} \longrightarrow \omega_{z1} = \frac{1}{C_1(R_5/\!/R_6)} = 20'000\ \frac{rad}{s} \rightarrow$

$f_{z1} = \frac{\omega_{z1}}{2\pi} = 3183.1$ Hz

$R_{vC2} = R_8 + (R_7 /\!/ \infty) = R_8 + R_7 = 13\,K\Omega$

$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{vC2}} = 769.23\ \frac{rad}{s} \rightarrow f_{P2} = \frac{\omega_{P2}}{2\pi} = 122.427$ Hz

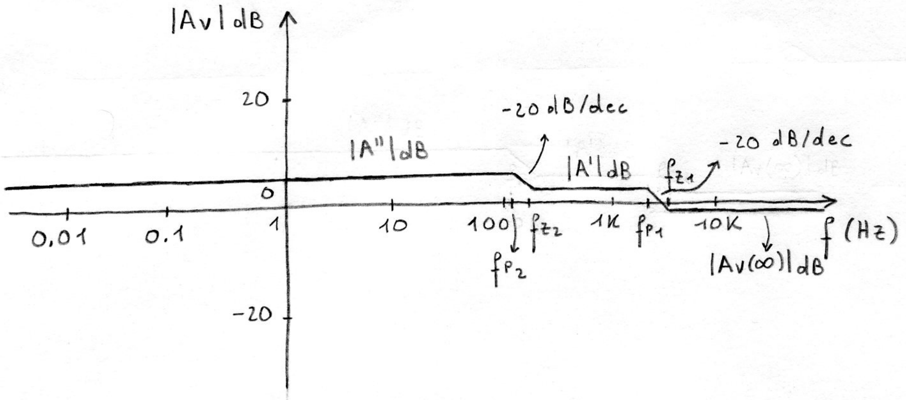
la v_u si annulla per la s per cui $R_8 + \frac{1}{C_2 s} = 0$ perché in tale condizione l'uscita è cortocircuitata

$R_8 + \frac{1}{C_2 s} = \frac{R_8 C_2 s + 1}{C_2 s} = 0 \rightarrow R_8 C_2 s + 1 = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_8 C_2} \rightarrow \omega_{z2} = \frac{1}{R_8 C_2} = 1000\ \frac{rad}{s} \rightarrow$

$f_{z2} = \frac{\omega_{z2}}{2\pi} = 159.155\ Hz$

La funzione di trasferimento è

$$A_v(s) = A_v(\infty)\ \frac{(s+\omega_{z1})(s+\omega_{z2})}{(s+\omega_{p1})(s+\omega_{p2})}$$



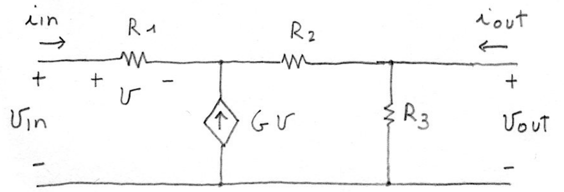
$$|A'| = |A_v(\infty)|\ \frac{f_{z1}}{f_{p1}} = 1.3224$$

$|A'|_{dB} = 2.4271\ dB$

$$|A''| = |A'|\ \frac{f_{z2}}{f_{p2}} = 1.7191$$

$|A''|_{dB} = 4.7060\ dB$

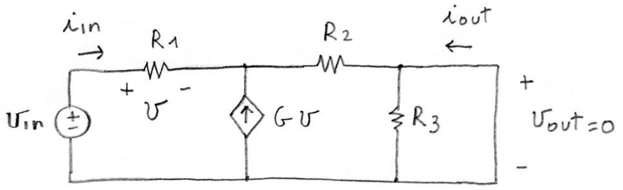
4)



(G in Ω^{-1})

$$\begin{cases} i_{out} = g_f\, v_{in} + g_o\, v_{out} \\ i_{in} = g_i\, v_{in} + g_r\, v_{out} \end{cases}$$

$g_f = \left.\dfrac{i_{out}}{v_{in}}\right|_{v_{out}=0}$; $g_i = \left.\dfrac{i_{in}}{v_{in}}\right|_{v_{out}=0}$ ($v_{out}=0$ significa porta di uscita cortocircuitata)



(R_3, essendo in parallelo ad un cortocircuito e quindi essendo attraversata da corrente nulla, non svolge qui alcuna funzione e volendo può essere eliminata)

$v = R_1 i_{in} \to Gv = GR_1 i_{in}$

$v_{in} = R_1 i_{in} + R_2(i_{in} + (Gv)) = R_1 i_{in} + R_2(i_{in} + GR_1 i_{in}) \to i_{in} = \dfrac{v_{in}}{R_1 + R_2(1+GR_1)} \to$

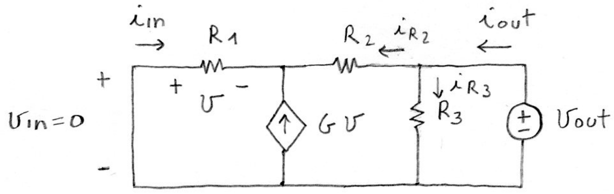
$g_i = \dfrac{i_{in}}{v_{in}} = \dfrac{1}{R_1 + R_2(1+GR_1)} = \dfrac{1}{R_1 + R_2 + R_2 G R_1}$

$i_{out} = -(i_{in} + (Gv)) = -(i_{in} + GR_1 i_{in}) = -i_{in}(1+GR_1) = -\dfrac{1+GR_1}{R_1 + R_2 G R_1}$

(per quanto trovato sopra)

$$g_f = \frac{i_{out}}{v_{in}} = -\frac{1+GR_1}{R_1 + R_2(1+GR_1)} = -\frac{1+GR_1}{R_1 + R_2 + R_2 G R_1}$$

$g_o = \left.\dfrac{i_{out}}{v_{out}}\right|_{v_{in}=0}$; $g_r = \left.\dfrac{i_{in}}{v_{out}}\right|_{v_{in}=0}$ ($v_{in}=0$ significa porta di ingresso cortocircuitata)



$v = R_1 i_{in} \to Gv = GR_1 i_{in}$

$v_{out} = -R_1 i_{in} - R_2(i_{in} + (Gv)) = -R_1 i_{in} - R_2(i_{in} + GR_1 i_{in}) = -(R_1 + R_2 + R_2 G R_1) i_{in} \to$

$g_r = \dfrac{i_{in}}{v_{out}} = -\dfrac{1}{R_1 + R_2 + R_2 G R_1}$

(per quanto trovato sopra)

$i_{out} = i_{R3} + i_{R2} = \dfrac{v_{out}}{R_3} - (i_{in} + (Gv)) = \dfrac{v_{out}}{R_3} - (i_{in} + GR_1 i_{in}) = \dfrac{v_{out}}{R_3} - (1+GR_1) i_{in} =$

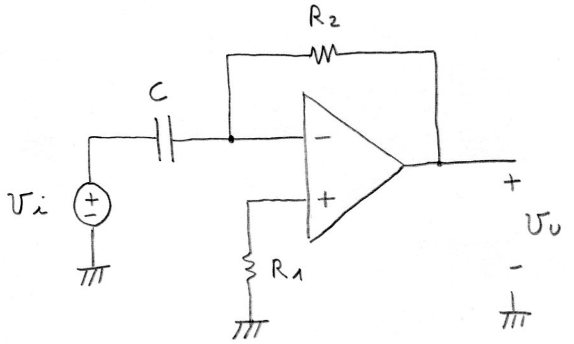
$= \dfrac{v_{out}}{R_3} + \dfrac{1+GR_1}{R_1 + R_2 + R_2 G R_1} v_{out} \to$

$$g_o = \frac{i_{out}}{v_{out}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1+GR_1}{R_1 + R_2 + R_2 G R_1}$$

(d'altra parte g_o è il reciproco della resistenza di uscita di questo circuito, che a sua volta è chiaramente il parallelo di R_3 e della resistenza vista a monte di R_3, che è pari a $\dfrac{v_{out}}{i_{R2}} = \dfrac{R_1 + R_2 + R_2 G R_1}{1+GR_1}$; di conseguenza $g_o = \dfrac{1}{R_3 /\!/ \left(\dfrac{R_1 + R_2 + R_2 G R_1}{1+GR_1}\right)} =$

$= \dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{\dfrac{R_1 + R_2 + R_2 G R_1}{1+GR_1}} = \dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1+GR_1}{R_1 + R_2 + R_2 G R_1}$)

5)



$C = 1\,\mu F$

$R_1 = 1\,K\Omega$

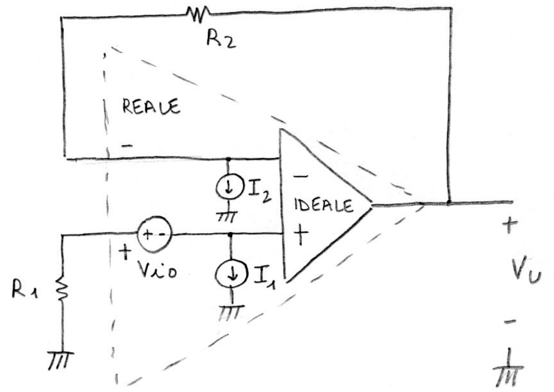
$R_2 = 2\,K\Omega$

$|V_{io}|_{max} = 4\ mV$

$I_B = \dfrac{I_1 + I_2}{2} = 60\ nA$

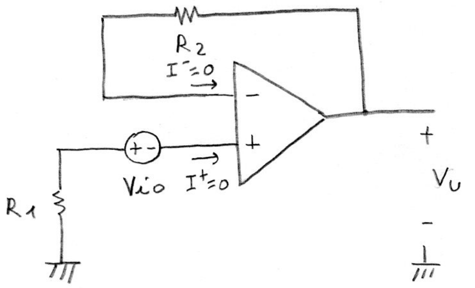
$|I_{io}|_{max} = |I_1 - I_2|_{max} = 10\ nA$

Per valutare l'effetto a regime sulla v_u dei soli generatori di offset (che sono generatori in continua) lavoriamo in continua (quindi sostituiamo il condensatore C con un ramo aperto), disattiviamo v_i e sostituiamo all'amplificatore operazionale reale lo schema equivalente in cui compaiono un amplificatore operazionale ideale e i generatori di offset:



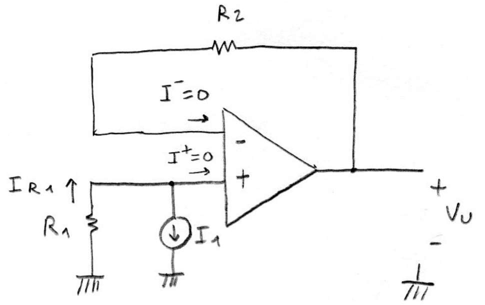
dopodiché calcoliamo l'effetto sull'uscita dei generatori di offset usando la sovrapposizione degli effetti e sfruttando il metodo del cortocircuito virtuale per l'amplificatore operazionale ideale:

a) effetto di V_{io}:



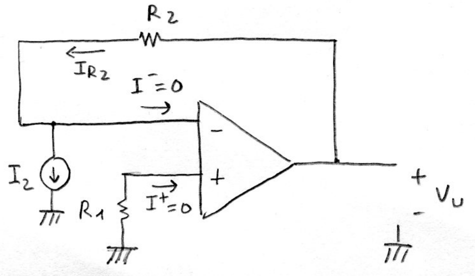
per il c.c.v. $I^+ = 0$ → non c'è caduta su R_1 →
$V^+ = -V_{io}$;
per il c.c.v. $V^- = V^+ = -V_{io}$;
per il c.c.v. $I^- = 0$ → non c'è caduta su R_2 →
$V_U = V^- = -V_{io}$

b) effetto di I_1:



per il c.c.v. $I^+ = 0$ → $I_{R1} = I_1$ → $V^+ = -R_1 I_1$;
per il c.c.v. $V^- = V^+ = -R_1 I_1$;
per il c.c.v. $I^- = 0$ → non c'è caduta su R_2 →
$V_U = V^- = -R_1 I_1$

c) effetto di I_2:



per il c.c.v. $I^+ = 0$ → non c'è caduta su R_1 →
$V^+ = 0$;
per il c.c.v. $V^- = V^+ = 0$
per il c.c.v. $I^- = 0$ → $I_{R2} = I_2$
$V_U = V^- + R_2 I_{R2} = R_2 I_2$

Complessivamente abbiamo che

$$V_U = -V_{io} - R_1 I_1 + R_2 I_2 \underset{\uparrow}{=} -V_{io} - R_1\left(I_B + \frac{I_{io}}{2}\right) + R_2\left(I_B - \frac{I_{io}}{2}\right) = -V_{io} + \overbrace{I_B\,(R_2 - R_1)}^{60\,\mu V} - \frac{I_{io}}{2}(R_1 + R_2) =$$

$$\left[\begin{cases} I_B = \dfrac{I_1 + I_2}{2} \\ I_{io} = I_1 - I_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_1 + I_2 = 2 I_B \\ I_1 - I_2 = I_{io} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2 I_1 = 2 I_B + I_{io} \\ 2 I_2 = 2 I_B - I_{io} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_1 = I_B + \dfrac{I_{io}}{2} \\ I_2 = I_B - \dfrac{I_{io}}{2} \end{cases}\right]$$

$$= -V_{io} + 60\,\mu V - 1.5\,K\Omega \cdot I_{io}$$

Poiché l'unico addendo il cui valore è noto (cioè $I_B\,(R_2 - R_1)$) è positivo, per ottenere la V_U di modulo massimo dobbiamo scegliere per gli altri due addendi (cioè $-V_{io}$ e $-\frac{I_{io}}{2}(R_1 + R_2)$) il valore di modulo massimo e positivo, quindi scegliere $V_{io} = -4\,mV$ e $I_{io} = -10\,nA$, ottenendo così:

$$|V_U|_{max} = |\,4\,mV + 60\,\mu V + 15\,\mu V\,| = 4.075\,mV$$