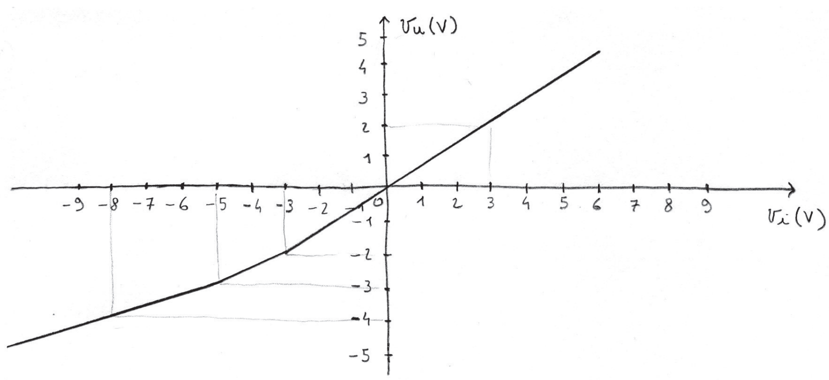
Scheda: **A21_08**	Data: **14 settembre 2021**

Cognome	Nome	Matricola

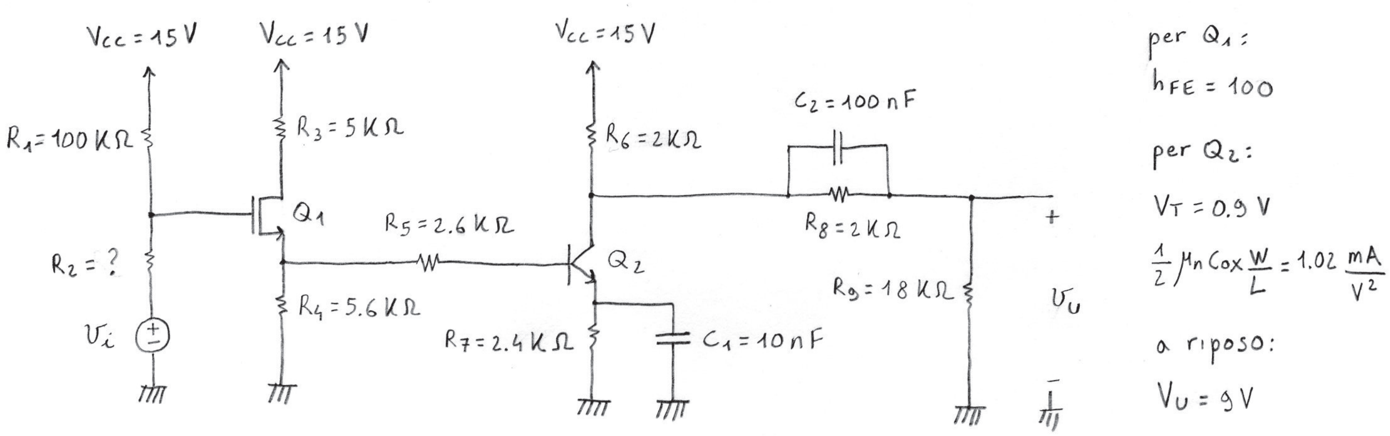
ESERCIZIO N°1
6.5 punti (4)

Si progetti e si dimensioni un circuito che possegga la caratteristica ingresso-uscita lineare a tratti mostrata nella figura sottostante, indipendentemente dalla sorgente e dal carico applicati. Nello svolgimento dell'esercizio, si considerino tutti i componenti ideali.



ESERCIZIO N°2
7 punti (4)

Con riferimento al circuito in figura, ipotizzando Q_1 (transistore MOS a canale n) in saturazione e Q_2 (transistore BJT npn) in zona attiva diretta e sapendo che la tensione V_U di uscita a riposo è pari a 9 V, si ricavi il valore della resistenza R_2. Si determini il punto di lavoro di Q_1 e Q_2 e si verifichino le ipotesi fatte sullo stato dei due transistori.



ESERCIZIO N°3
7.5 punti (4)

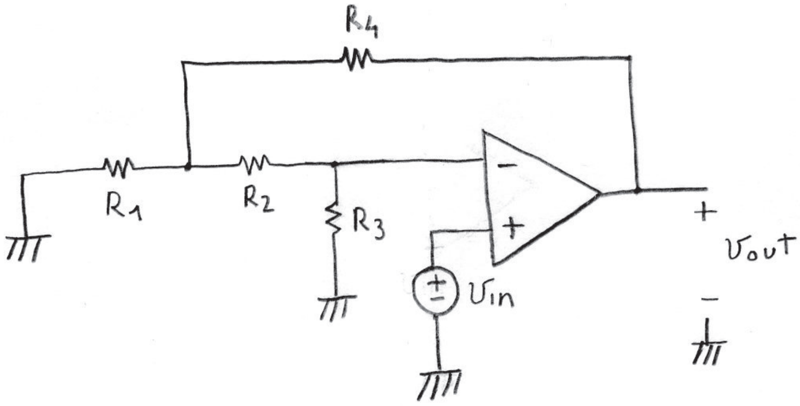
Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui però stavolta si assuma $R_2 = 90$ KΩ. Considerando per Q_1: $g_m = 2$ mA/V e per Q_2: $h_{ie} = 5$ KΩ, $h_{fe} = 110$, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_i$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa). Il diagramma di Bode non è richiesto.

ESERCIZIO N°4
6 punti (4)

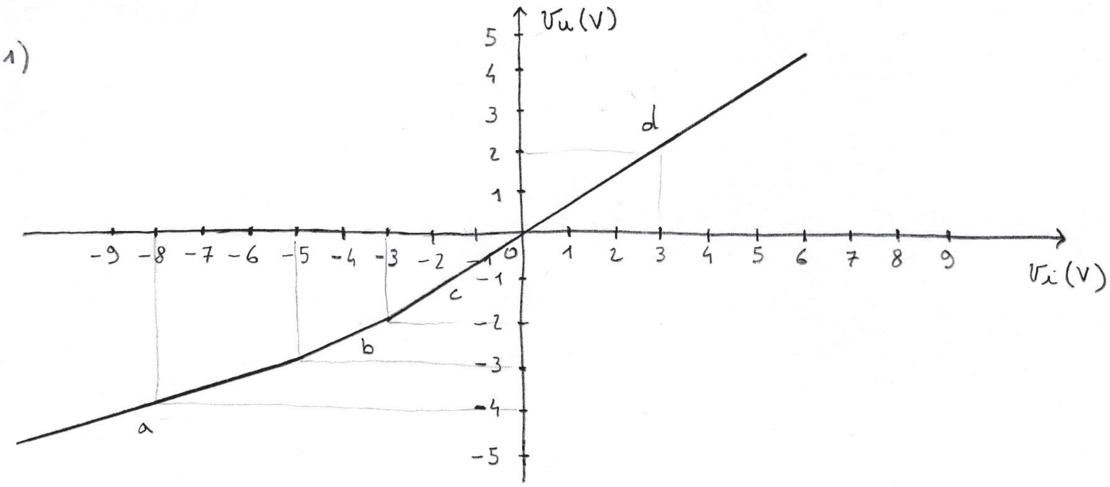
Si progetti (mettendo in cascata due filtri di ordine 1 aventi lo stesso polo) un filtro passa-basso di ordine 2 con polo pari a 1 Krad/s e guadagno in banda passante pari a +10. Si realizzi in maniera tale che la sua funzione di trasferimento sia indipendente dall'impedenza della sorgente e del carico. Dopo averne disegnato lo schema circuitale, se ne trovi la funzione di trasferimento e si dimensionino tutti i suoi componenti circuitali.

ESERCIZIO N°5
6 punti (4)

Ipotizzando l'amplificatore operazionale ideale, ricavare v_{out} in funzione di v_{in} nel seguente circuito.
[Partendo da v_{in}, sfruttando il cortocircuito virtuale e le leggi di Kirchhoff si ricavino passo passo le varie grandezze elettriche fino ad arrivare a v_{out}.]



1)

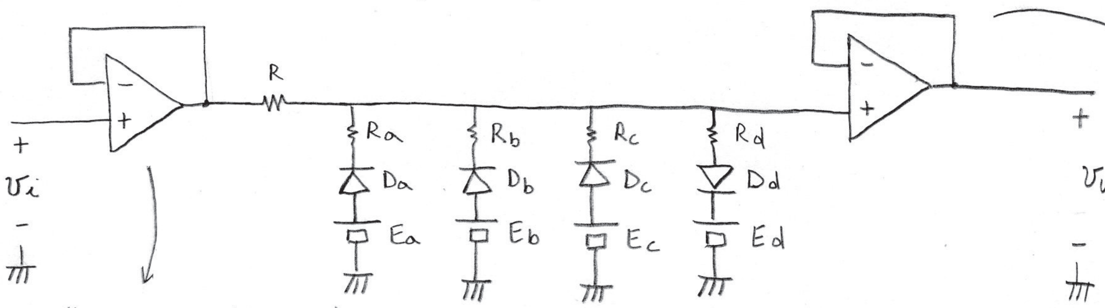


la pendenza del 1° tratto (a partire da sinistra) è $\frac{\Delta v_u}{\Delta v_i} = \frac{-3-(-4)}{-5-(-8)} = \frac{1}{3}$ (chiamiamo "a" questo tratto),

la pendenza del 2° tratto è $\frac{\Delta v_u}{\Delta v_i} = \frac{-2-(-3)}{-3-(-5)} = \frac{1}{2}$ (chiamiamo "b" questo tratto),

la pendenza del 3° tratto è $\frac{\Delta v_u}{\Delta v_i} = \frac{0-(-2)}{0-(-3)} = \frac{2}{3}$ (chiamiamo questo tratto "c" nel 3° quadrante, "d" nel 1° quadrante)

essendo le pendenze positive, ≤ 1 e decrescenti allontanandosi dall'origine, questa relazione può essere realizzata con una rete di questo tipo:



qui ci mettiamo un buffer per avere $R_{OUT}=0$ e quindi un comportamento indipendente dal valore della resistenza di carico

qui ci mettiamo un buffer per avere $R_{IN}=\infty$ e quindi un comportamento indipendente dalla resistenza della sorgente

rami che implementano i tratti "a", "b" e "c" nel 3° quadrante

ramo che implementa il tratto "d" nel 1° quadrante

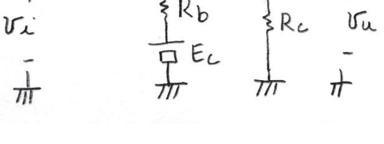
E_a è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto a, quindi $E_a = -3V$;
E_b è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto b, quindi $E_b = -2V$;
E_c è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto c, quindi $E_c = 0$;
E_d è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto d, quindi $E_d = 0$;

quando $v_i > 0$ conduce solo il 4° diodo, la $\frac{\partial v_u}{\partial v_i} = \frac{R_d}{R+R_d}$, quindi per avere pendenza $\frac{2}{3}$ dobbiamo avere $\frac{R_d}{R+R_d} = \frac{2}{3} \rightarrow 3R_d = 2R + 2R_d \rightarrow R_d = 2R$;

quando $-3V < v_i < 0$ conduce solo il 3° diodo, la $\frac{\partial v_u}{\partial v_i} = \frac{R_c}{R+R_c}$, quindi per avere pendenza $\frac{2}{3}$ dobbiamo avere $\frac{R_c}{R+R_c} = \frac{2}{3} \rightarrow 3R_c = 2R + 2R_c \rightarrow R_c = 2R$;

questi due rami (il 3° e il 4°), che differiscono solo per l'orientazione del diodo, possono essere condensati in un unico ramo che differisce da essi solo per l'assenza del diodo;

quando $-5V < v_i < -3V$ conducono il 2° e il 3° diodo, quindi abbiamo

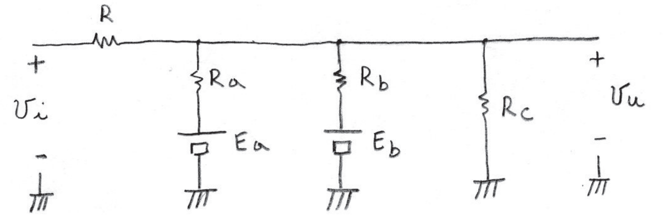


per cui $v_u = v_i \frac{R_b /\!/ R_c}{R + R_b /\!/ R_c} + E_c \frac{R /\!/ R_c}{R_b + R /\!/ R_c} \rightarrow \frac{\partial v_u}{\partial v_i} = \frac{R_b /\!/ R_c}{R + R_b /\!/ R_c}$

quindi per avere pendenza $\frac{1}{2}$ dobbiamo avere $\frac{R_b//R_c}{R+R_b//R_c} = \frac{1}{2} \rightarrow 2(R_b//R_c) = R + (R_b//R_c) \rightarrow$

$R_b//R_c = R \rightarrow \frac{R_b R_c}{R_b + R_c} = R \rightarrow \frac{2\cancel{R} R_b}{2R + R_b} = \cancel{R} \rightarrow 2R_b = 2R + R_b \rightarrow R_b = 2R$;

quando $v_i < -5V$ conducono il 1°, 2° e 3° diodo, quindi abbiamo



per cui: $v_u = v_i \frac{R_a//R_b//R_c}{R+R_a//R_b//R_c} +$

$+ E_a \frac{R//R_b//R_c}{R_a + R//R_b//R_c} + E_b \frac{R//R_a//R_c}{R_b + R//R_a//R_c} \rightarrow$

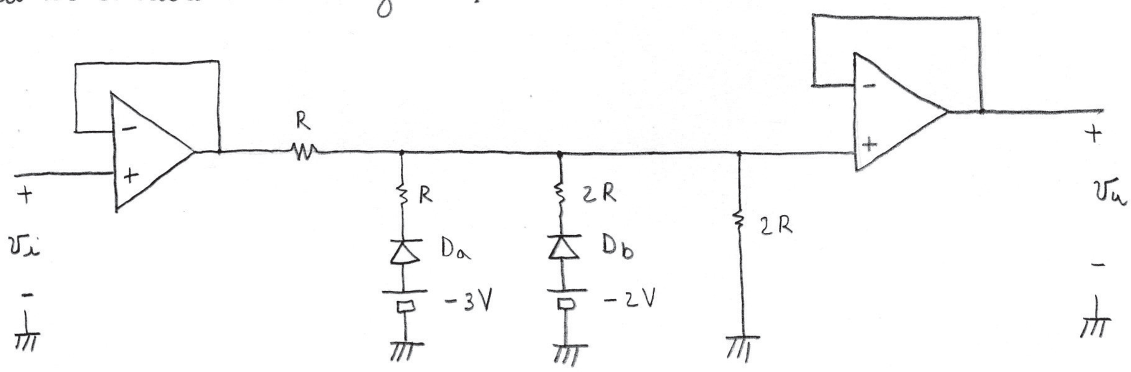
$\frac{\partial v_u}{\partial v_i} = \frac{R_a//R_b//R_c}{R + R_a//R_b//R_c}$, quindi per avere pendenza $\frac{1}{3}$ dobbiamo avere

$$\frac{R_a//R_b//R_c}{R+R_a//R_b//R_c} = \frac{1}{3} \rightarrow 3(R_a//R_b//R_c) = R + (R_a//R_b//R_c) \rightarrow 2(R_a//\underbrace{R_b//R_c}) = R \rightarrow$$

$$R_b//R_c = (2R)//(2R) = R$$

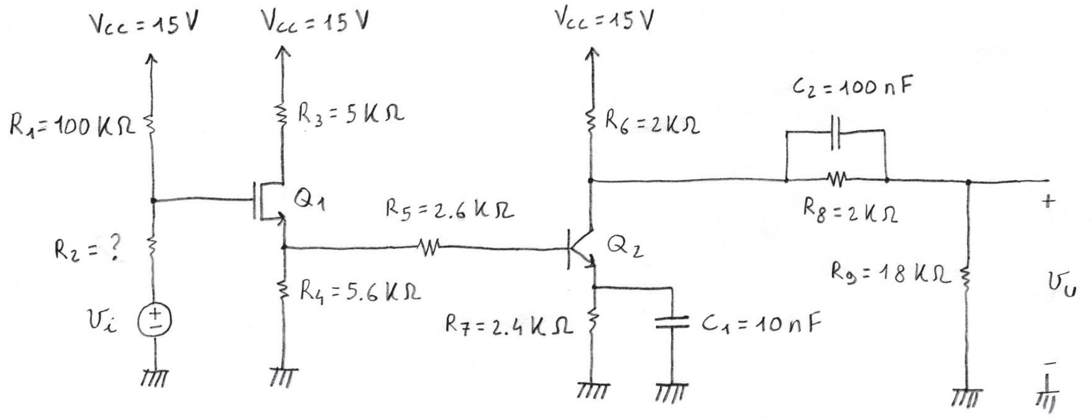
$$2(R//R_a) = R \rightarrow 2\frac{\cancel{R}R_a}{R+R_a} = \cancel{R} \rightarrow 2R_a = R + R_a \rightarrow R_a = R$$

Quindi il circuito sarà il seguente:



con ad esempio $R = 1K\Omega$, $2R = 2K\Omega$

2)



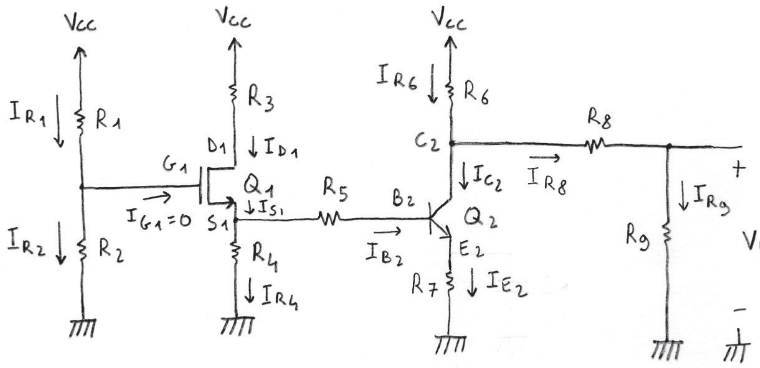
per Q_1:
$h_{FE} = 100$

per Q_2:
$V_T = 0.9\,V$

$\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} = 1.02\,\frac{mA}{V^2}$

a riposo:
$V_U = 9\,V$

In continua il circuito diventa:



$I_{R9} = \frac{V_U}{R_9} = 0.5\,mA = I_{R8}$

$V_{C2} = V_U + R_8 I_{R8} = 10\,V$

$I_{R6} = \frac{V_{CC} - V_{C2}}{R_6} = 2.5\,mA$

$I_{C2} = I_{R6} - I_{R8} = 2\,mA$

ipotesi 1: Q_2 in zona attiva diretta

$I_{B2} = \frac{I_{C2}}{h_{FE}} = 20\,\mu A > 0$

$I_{E2} = I_{B2} + I_{C2} = 2.02\,mA$

$V_{E2} = R_7 I_{E2} = 4.848\,V$

$V_{CE2} = V_{C2} - V_{E2} = 5.152\,V > V_{CE_{sat}} = 0.1\,V \longrightarrow$ ipotesi 1 verificato

$V_{B2} = V_{E2} + V_\gamma = 5.548\,V$

$V_{S1} = V_{B2} + R_5 I_{B2} = 5.6\,V$

$I_{R4} = \frac{V_{S1}}{R_4} = 1\,mA$

$I_{S1} = I_{R4} + I_{B2} = 1.02\,mA = I_{D1}$ (dato che $I_{G1} = 0$)

$V_{D1} = V_{CC} - R_3 I_{D1} = 9.9\,V$

$V_{DS1} = V_{D1} - V_{S1} = 4.3\,V$

ipotesi 2: Q_1 in saturazione

$I_{D1} = K(V_{GS1} - V_T)^2$ con $K = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} = 1.02\,\frac{mA}{V^2}$

$V_{GS1} = V_T \pm \sqrt{\frac{I_{D1}}{K}} = 1.9\,V > V_T = 0.9\,V$

(un mos a canale n conduce se $V_{GS} > V_T$)

$V_{DS1} = 4.3\,V > V_{GS1} - V_T = 1\,V \longrightarrow$ ipotesi 2 verificata

$V_{G1} = V_{S1} + V_{GS1} = 7.5\,V$

$I_{R1} = \frac{V_{CC} - V_{G1}}{R_1} = 75\,\mu A = I_{R2}$ (dato che $I_{G1} = 0$)

$R_2 = \frac{V_{G1}}{I_{R2}} = 100\,K\Omega$

$\left[g_{m1} = \left.\frac{\partial I_{D1}}{\partial V_{GS1}}\right|_Q = 2K(V_{GS1} - V_T) = 2.04\,\frac{mA}{V} \right]$ NON RICHIESTO

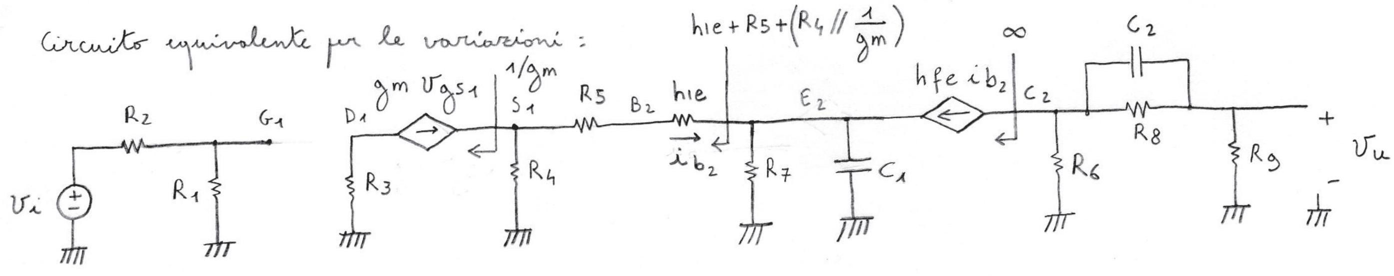
3) $R_2 = 90\ K\Omega$

$g_m = 2\ \frac{mA}{V}$

$h_{ie} = 5\ K\Omega$

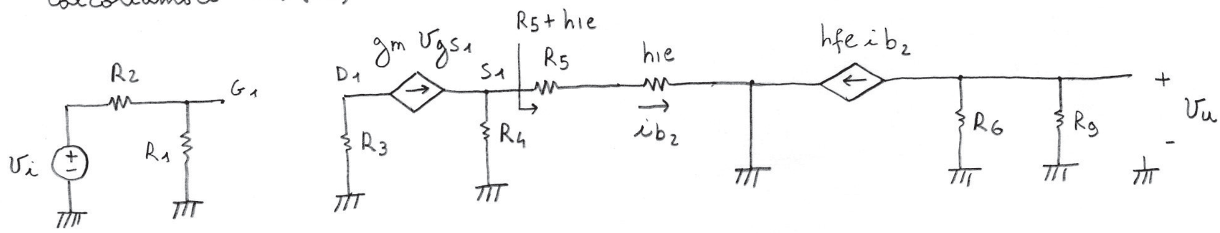
$h_{fe} = 110$

Circuito equivalente per le variazioni:



2 condensatori, nessuna maglia impropria $\rightarrow$ 2 poli

Calcoliamoci $A_v(\infty)$ chiudendo i due condensatori:



$$v_u = -h_{fe}\, i_b\, (R_6 // R_9)$$

$$i_b = g_m v_{gs1} \frac{R_4}{R_4+R_5+h_{ie}}$$

$$v_{gs1} = v_{g1} - v_{s1} = v_{g1} - g_m v_{gs1} (R_4 // (R_5+h_{ie})) \rightarrow v_{gs1}\left(1+g_m (R_4 // (R_5+h_{ie}))\right) = v_{g1} \rightarrow$$

$$v_{gs1} = \frac{v_{g1}}{1+g_m (R_4 // (R_5+h_{ie}))}$$

$$v_{g1} = v_i \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

$$A_v(\infty) = \frac{v_u}{v_i} = -h_{fe} (R_6 // R_9)\, g_m \frac{R_4}{R_4+R_5+h_{ie}} \frac{1}{1+g_m (R_4 // (R_5+h_{ie}))} \frac{R_1}{R_1+R_2} = -11.871$$

(negativo, come deve essere visto che si tratta di uno stadio a drain comune, non invertente, e di uno stadio a emettitore comune, invertente, in cascata)

$$|A_v(\infty)|_{dB} = 21.49\ dB$$

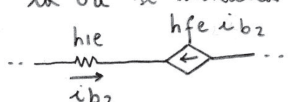
$A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow$ n° zeri = n° poli = 2

Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include C_1 e C_2).

$$R_{vC1} = R_7 // \left(\frac{h_{ie}+R_5+R_4 // \frac{1}{g_m}}{h_{fe}+1}\right) = 70.4719\ \Omega$$

$$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{vC1}} = 1'419'006\ rad/s \rightarrow f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 225'841.8\ Hz$$

la v_u si annulla per la s per cui $R_7 // \frac{1}{C_1 s} = \infty$ (perché in tali condizioni abbiamo



e quindi $i_{b2} = -h_{fe} i_{b2} \rightarrow i_{b2} \underbrace{(1+h_{fe})}_{\neq 0} = 0 \rightarrow i_{b2} = 0 \rightarrow v_u = 0$)

$$R_7 // \frac{1}{C_1 s} = \frac{R_7 \frac{1}{C_1 s}}{R_7 + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{R_7}{1+R_7 C_1 s} = \infty \rightarrow 1+R_7 C_1 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_7 C_1} \rightarrow \omega_{Z1} = \frac{1}{R_7 C_1} =$$

$$= 41'666.\overline{6}\ rad/s \rightarrow f_{Z1} = 6631.456\ Hz$$

$$R_{VC2} = R_8 // \left(R_9 + (R_6 // \infty) \right) = R_8 // (R_9 + R_6) = 1818.\overline{18}\ \Omega$$

$$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{VC2}} = 5500 \text{ rad/s} \rightarrow f_{P2} = \frac{\omega_{P2}}{2\pi} = 875.352 \text{ Hz}$$

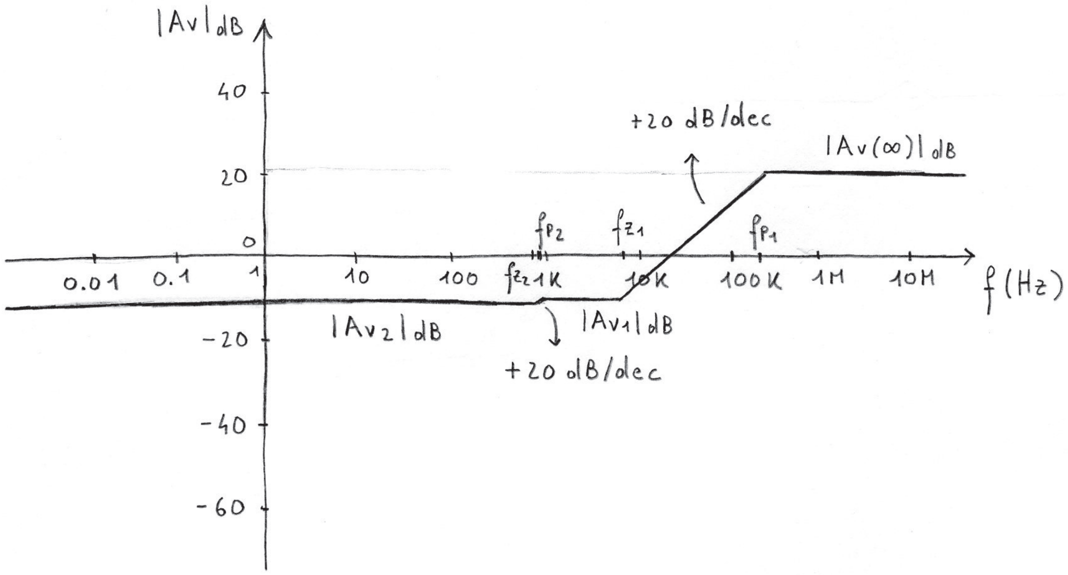
la V_u si annulla per la s per cui $R_8 // \frac{1}{C_2 s} = \infty$ (perché in tali condizioni si interrompe l'unico percorso che porta in uscita l'effetto del segnale di ingresso)

$$R_8 // \frac{1}{C_2 s} = \frac{R_8 \frac{1}{C_2 s}}{R_8 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{R_8}{1 + R_8 C_2 s} = \infty \rightarrow 1 + R_8 C_2 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_8 C_2} \rightarrow$$

$$\omega_{z2} = \frac{1}{R_8 C_2} = 5000 \text{ rad/s} \rightarrow f_{z2} = 795.775 \text{ Hz}$$

La funzione di trasferimento è

$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{(s + \omega_{z1})(s + \omega_{z2})}{(s + \omega_{p1})(s + \omega_{p2})}$$



$$|A_{v1}| = |A_v(\infty)| \frac{f_{z1}}{f_{p1}} = 0.3486$$

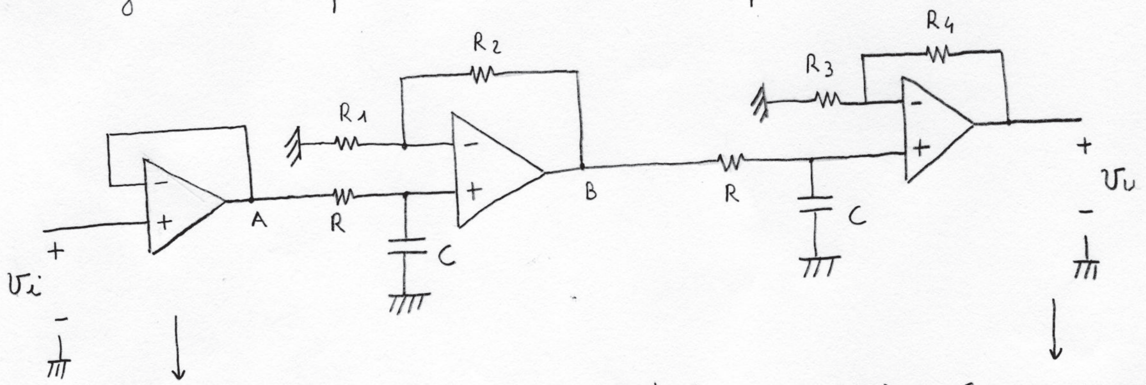
$$|A_{v1}|_{dB} = -9.154 \text{ dB}$$

$$|A_{v2}| = |A_{v1}| \frac{f_{z2}}{f_{p2}} = 0.3169$$

$$|A_{v2}|_{dB} = -9.982 \text{ dB}$$

4) Per ottenere un filtro passa-basso di ordine 2 con guadagno in banda passante positivo si possono mettere in cascata due filtri passa-basso di ordine 1 non invertenti oppure due filtri passa-basso di ordine 1 invertenti. Il guadagno complessivo in banda passante sarà pari al prodotto dei guadagni in banda passante dei due filtri di ordine 1.

Scegliamo ad esempio di mettere in cascata due filtri di ordine 1 non invertenti:



buffer, che consente di rendere la $R_{IN} \simeq \infty$ e quindi la funzione di trasferimento del filtro indipendente dalla resistenza della sorgente

qui non è necessario mettere un buffer per rendere la $R_{OUT} \simeq 0$ e quindi la funzione di trasferimento indipendente dalla resistenza del carico perché la R_{OUT} è già circa nulla

$$v_A = v_i$$

$$v_B = v_A \frac{\frac{1}{CS}}{R + \frac{1}{CS}} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = v_A \frac{1}{1+RCS} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$v_U = v_B \frac{\frac{1}{CS}}{R + \frac{1}{CS}} \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) = v_B \frac{1}{1+RCS} \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right)$$

$$H = \frac{v_u}{v_i} = \underbrace{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right)}_{H_0} \frac{1}{(1+\underbrace{RCS}_{\frac{S}{\frac{1}{RC}} = \frac{S}{\omega_P}})^2} = \frac{H_0}{\left(1 + \frac{S}{\omega_P}\right)^2}$$

con $H_0 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right)$

$\omega_P = \frac{1}{RC}$ (RC è stato scelto identico per i due filtri di ordine 1 affinché essi avessero lo stesso polo)

Dimensionamento dei vari componenti:

$\omega_P = 1 \frac{Krad}{s} \rightarrow$ se scegliamo ad es. $R = 10K\Omega$, $C = \frac{1}{R\omega_P} = 100\,nF$

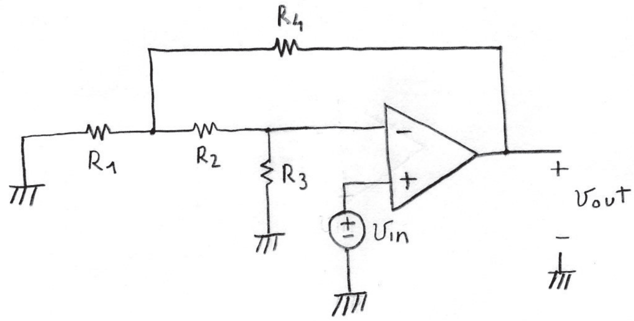
Possiamo scegliere come distribuire il guadagno tra i due filtri di ordine 1 purché:

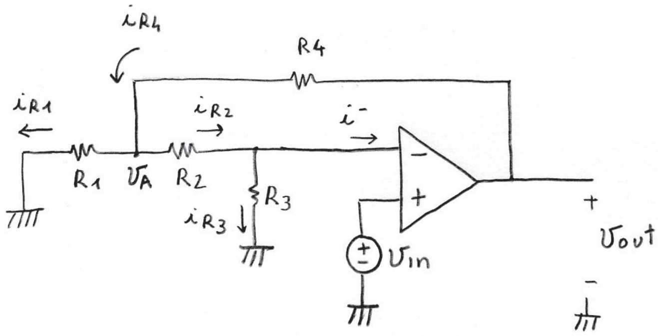
$H_0 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) = 10$; ad esempio:

$1 + \frac{R_2}{R_1} = 2 \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 1 \rightarrow$ ad es. $R_1 = 1K\Omega$, $R_2 = 1K\Omega$

$1 + \frac{R_4}{R_3} = 5 \rightarrow \frac{R_4}{R_3} = 4 \rightarrow$ ad es. $R_3 = 1K\Omega$, $R_4 = 4K\Omega$

5





per il c.c.v. $v^- = v^+ = v_{in}$

$$i_{R3} = \frac{v^-}{R_3} = \frac{v_{in}}{R_3}$$

per il c.c.v. $i^- = 0 \rightarrow i_{R2} = i_{R3} = \frac{v_{in}}{R_3}$

$$v_A = R_2 i_{R2} + R_3 i_{R3} = \frac{R_2+R_3}{R_3} v_{in}$$

$$i_{R1} = \frac{v_A}{R_1} = \frac{R_2+R_3}{R_1 R_3} v_{in}$$

$$i_{R4} = i_{R1} + i_{R2} = \left(\frac{R_2+R_3}{R_1 R_3} + \frac{1}{R_3}\right) v_{in} = \frac{R_1+R_2+R_3}{R_1 R_3} v_{in}$$

$$v_{out} = v_A + R_4 i_{R4} = \frac{R_2+R_3}{R_3} v_{in} + \frac{R_4}{R_1 R_3}(R_1+R_2+R_3) v_{in} =$$

$$= \frac{R_1(R_2+R_3) + R_4(R_1+R_2+R_3)}{R_1 R_3} v_{in}$$