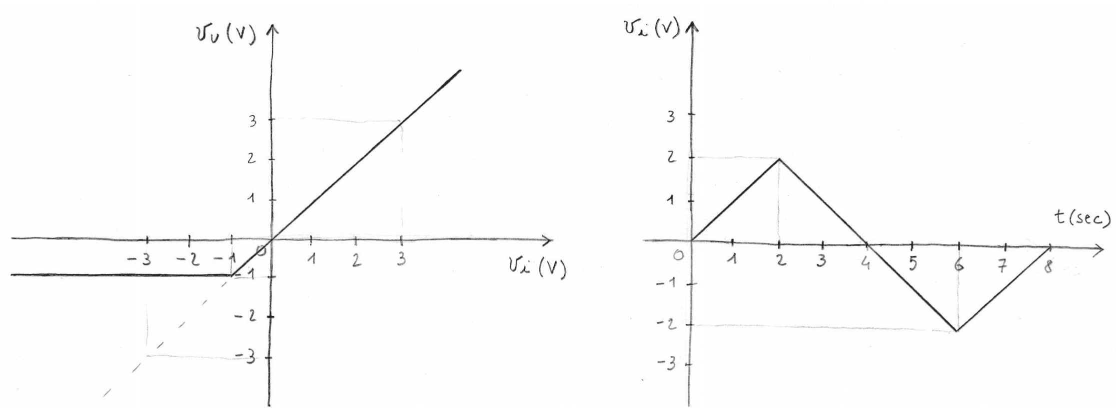
| Scheda: **A21_09** | Data: **16 novembre 2021** |
|---|---|

| Cognome | Nome | Matricola |
|---|---|---|
| | | |

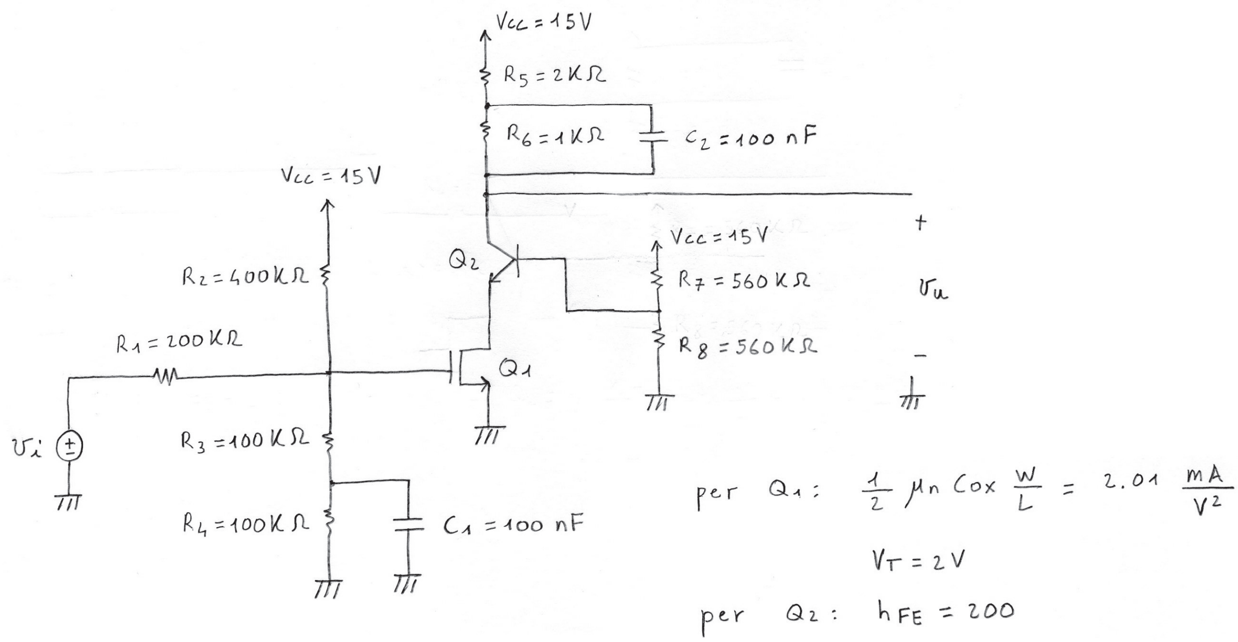
**ESERCIZIO N°1**
5.5 punti (4)

Considerando i diodi ideali, si progetti e si dimensioni un circuito tagliatore che possegga la caratteristica ingresso-uscita riportata a sinistra nella figura sottostante. Si disegni inoltre l'andamento nel tempo della tensione $v_u(t)$ che si ottiene in uscita da tale tagliatore quando al suo ingresso si applica la tensione $v_{in}(t)$ il cui andamento nel tempo è rappresentato a destra nella figura.




**ESERCIZIO N°2**
7 punti (4)

Si studi in continua il circuito in figura. In particolare, si determini il punto di lavoro di $Q_1$ e $Q_2$.
[ Si consiglia di iniziare lo studio del circuito da $Q_1$ e di fare un equivalente di Thevenin della parte di circuito che sta sulla base di $Q_2$. ]

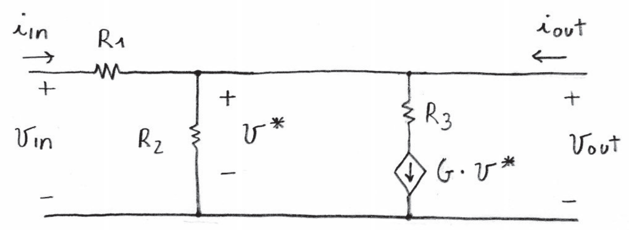


**ESERCIZIO N°3**
7.5 punti (4)

Considerando il circuito mostrato nell'esercizio precedente, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_i$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa). Si consideri per $Q_1$: $g_m = 4$ mA/V e per $Q_2$: $h_{ie} = 5$ K$\Omega$, $h_{fe} = 250$. Il diagramma di Bode non è richiesto.

**ESERCIZIO N°4**
6 punti (4)

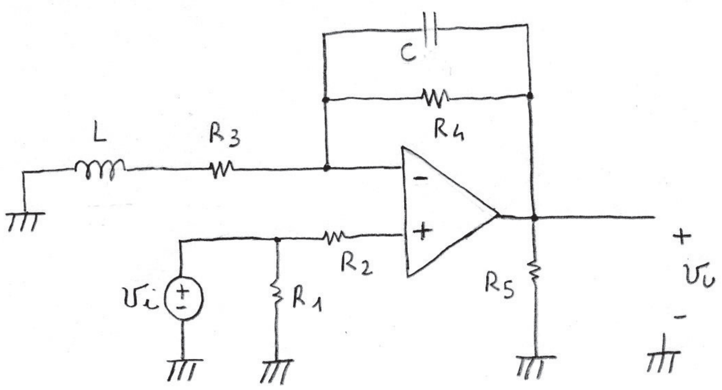
Si ricavino i parametri $h$ del quadripolo mostrato in figura.




($G$ in $\Omega^{-1}$)

**ESERCIZIO N°5**
7 punti (4)

Ricavare il massimo sbilanciamento causato sull'uscita del circuito mostrato in figura (dove $v_i$ è il segnale di ingresso) dai generatori di offset dell'amplificatore operazionale. A parte la presenza dei generatori di offset (il cui valore è riportato accanto allo schema), si consideri tale amplificatore operazionale ideale.




$C = 1\,\mu F$ ; $L = 1\,mH$ ;

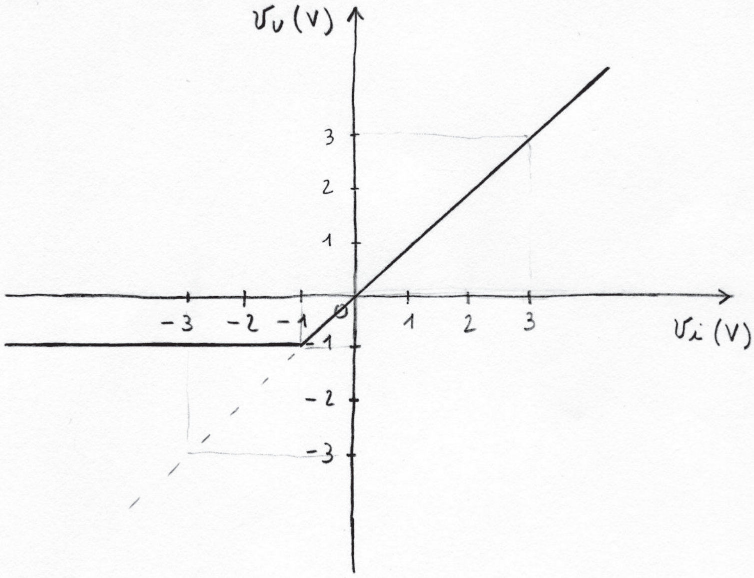
$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 1\,K\Omega$

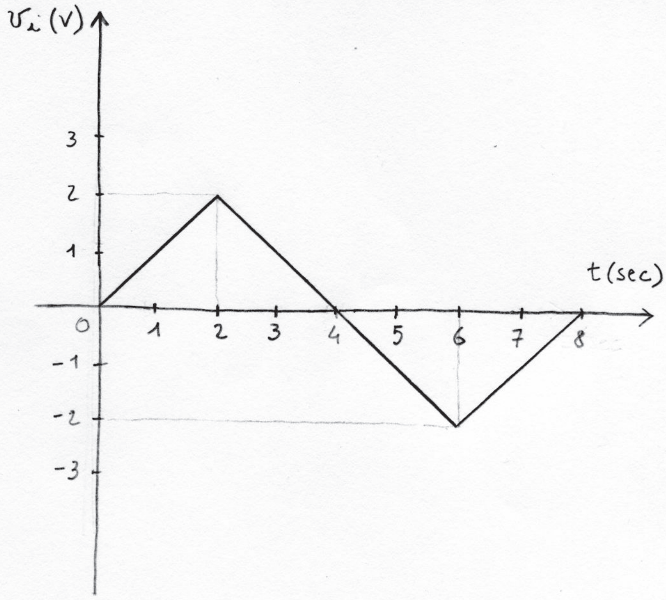
$|V_{io}|_{max} = 5$ mV

$I_B = \dfrac{I_1 + I_2}{2} = 80$ nA

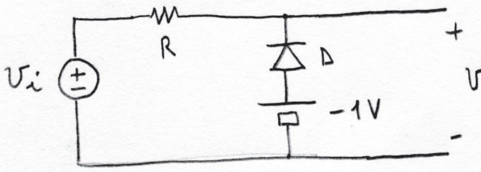
$|I_{io}|_{max} = |I_1 - I_2|_{max} = 10$ nA

1)

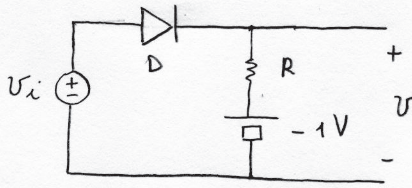



La caratteristica ingresso - uscita assegnata può essere realizzata mediante uno di questi circuiti tagliatori:




* ( oppure

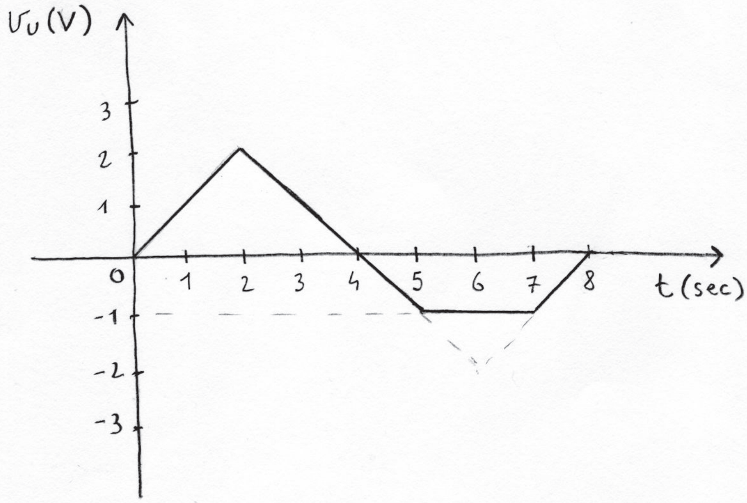



)

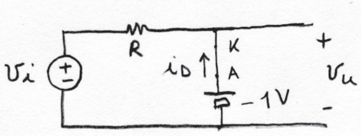
(con ad es. $R = 1\,K\Omega$).

(nel caso fosse richiesta anche l'indipendenza dalla resistenza della sorgente e del carico, dovremmo aggiungere un buffer a monte e a valle)

Mandando in ingresso a questi circuiti la $v_i(t)$ assegnata, si ottiene in uscita la seguente $v_U(t)$:

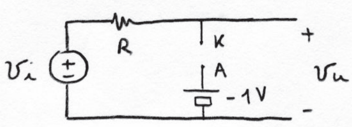



* per $v_i < -1V$ ipotizzo D in conduzione



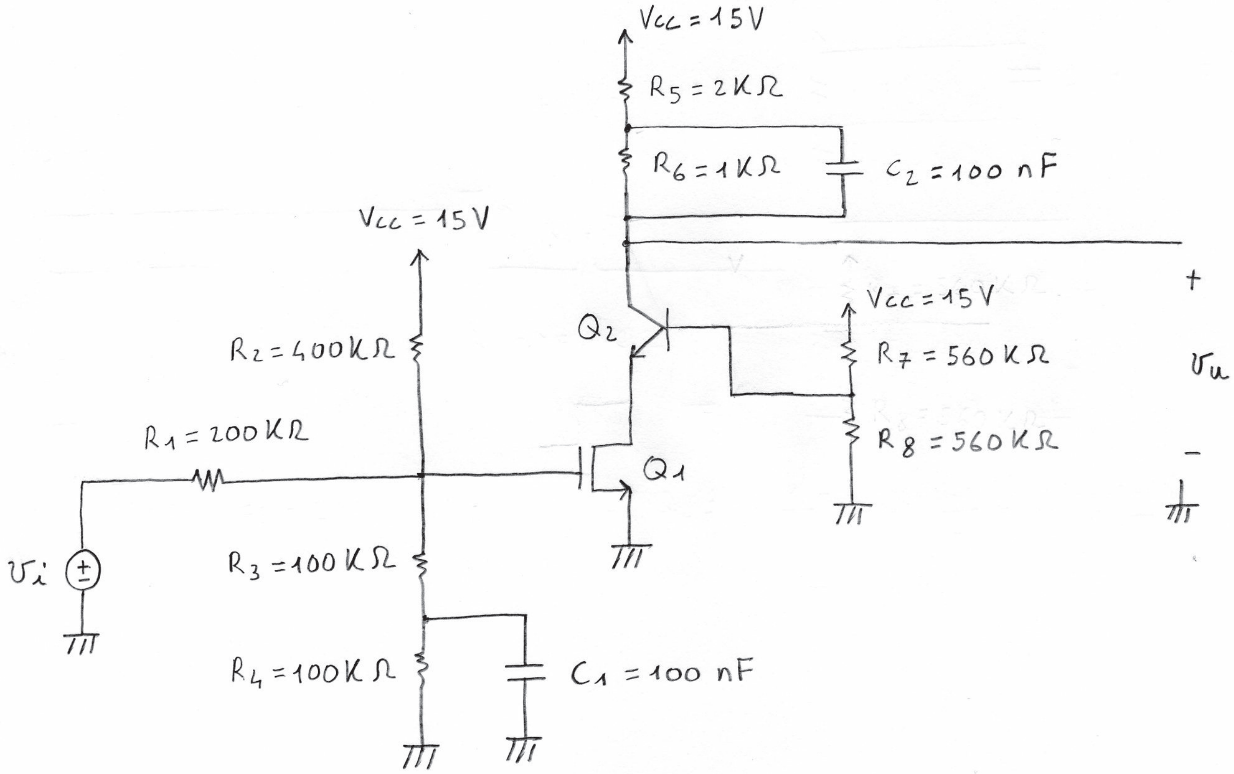

$i_D = \dfrac{-1V - v_i}{R} > 0 \rightarrow v_i < -1V \rightarrow$ ipotesi verificata ; $v_u = -1V$

per $v_i > -1V$ ipotizzo D interdetto




$v_{AK} = -1V - v_i < 0 \rightarrow v_i > -1V \rightarrow$ ipotesi verificata ; $v_u = v_i$

2)

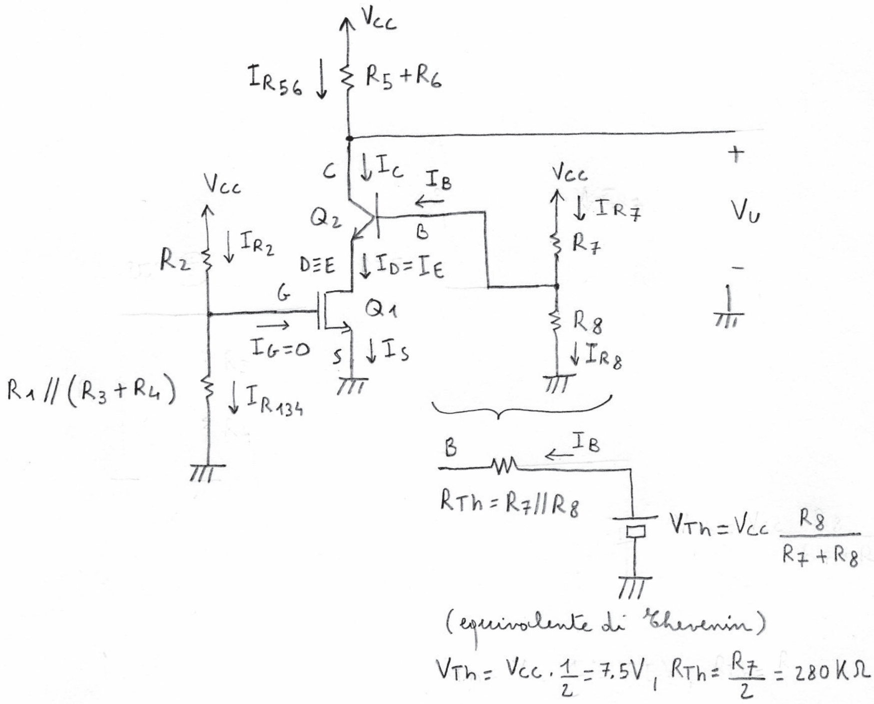



per $Q_1$: $\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} = 2.01\ \frac{mA}{V^2}$

$V_T = 2V$

per $Q_2$: $h_{FE} = 200$

In continua il circuito diventa:




(equivalente di Thevenin)

$V_{Th} = V_{cc}\cdot\frac{1}{2} = 7.5V$, $R_{Th} = \frac{R_7}{2} = 280K\Omega$

$I_G = 0 \rightarrow I_{R2} = I_{R134} = \frac{V_{cc}}{R_2 + R_1//(R_3+R_4)} = 30\mu A$,

$V_G = V_{cc}\ \frac{R_1//(R_3+R_4)}{R_2 + R_1//(R_3+R_4)} = 3V$

$V_{GS} = V_G - V_S = V_G = 3V > V_T = 2V$

ipotesi 1: $Q_1$ in saturazione

$I_D = K(V_{GS}-V_T)^2$ con $K = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} = 2.01\ \frac{mA}{V^2}$

$I_D = 2.01\ mA = I_S = I_E$

(dato che $I_G = 0$)

ipotesi 2: $Q_2$ in zona attiva diretta

$I_C = h_{FE} I_B$

$I_E = I_B + I_C = (h_{FE}+1) I_B \rightarrow$

$I_B = \frac{I_E}{h_{FE}+1} = 10\mu A > 0$

$I_C = h_{FE} I_B = 2mA = I_{R56}$

$V_C = V_{cc} - (R_5+R_6) I_{R56} = 9V = V_U$

usando l'equivalente di Thevenin sulla base del $Q_2$, possiamo scrivere che $V_B = V_{Th} - R_{Th} I_B = 4.7V$

$V_E = V_B - V_\gamma = 4V = V_D$

$V_{DS} = V_D - V_S = V_D = 4V > V_{GS} - V_T = 1V \longrightarrow$ ipotesi 1 verificata

$V_{CE} = V_C - V_E = 5V > V_{CE\,sat} \approx 0.1V \longrightarrow$ ipotesi 2 verificata

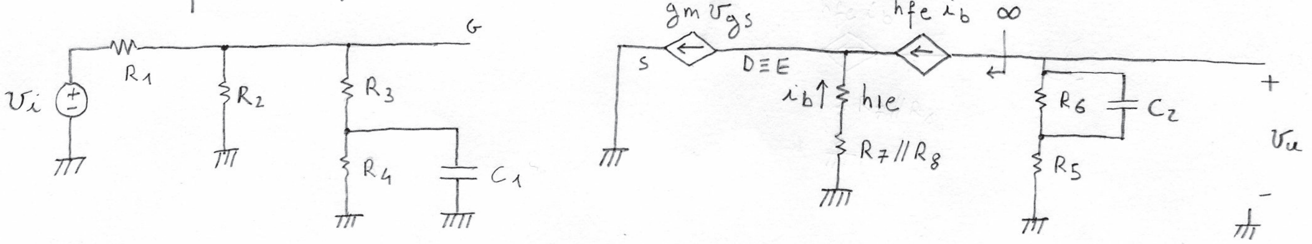
$I_{R7} = \frac{V_{cc} - V_B}{R_7} = 18.39286\ \mu A$ ; $I_{R8} = \frac{V_B}{R_8} = 8.39286\ \mu A$ ; $\left[ g_m = \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}}\Big|_Q = 2K(V_{GS}-V_T) = 4.01\ \frac{mA}{V} \right]$ NON RICHIESTO

3) $g_m = 4 \frac{mA}{V}$

$h_{ie} = 5\,K\Omega$

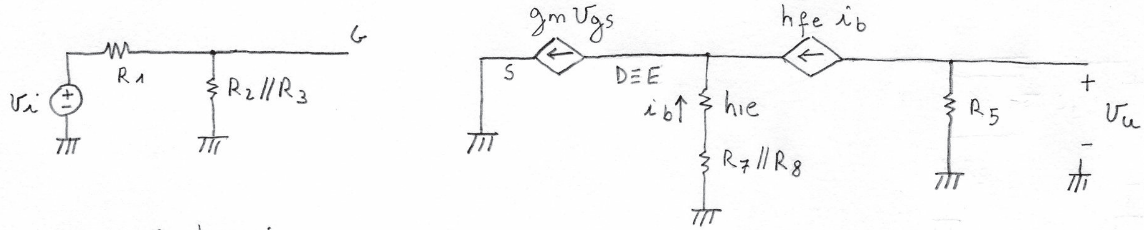
$h_{fe} = 250$

Circuito equivalente per le variazioni:




2 condensatori, nessuna maglia impropria → 2 poli

Calcoliamoci $A_v(\infty)$ chiudendo i due condensatori:




$v_u = -R_5 h_{fe} i_b$

$g_m v_{gs} = i_b + h_{fe} i_b \rightarrow i_b = \frac{g_m v_{gs}}{h_{fe}+1}$

$v_{gs} = v_g - v_s = v_g$

$v_g = \frac{R_2 // R_3}{R_1 + R_2 // R_3} v_i$

$A_v(\infty) = \frac{v_u}{v_i} = -R_5 h_{fe} \frac{g_m}{h_{fe}+1} \frac{R_2 // R_3}{R_1 + R_2 // R_3} = -2.2766$ (negativo, come deve essere visto che si tratta di uno stadio a source comune, invertente, e di uno stadio a base comune, non invertente, in cascata)

$|A_v(\infty)|_{dB} = 7.1458\ dB$

$A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow$ n° zeri = n° poli = 2

Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include $C_1$ e $C_2$).

$R_{VC_1} = R_4 // (R_3 + R_1 // R_2) = 70\,K\Omega$

$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{VC_1}} = 142.857 \frac{rad}{s} \rightarrow f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 22.7364\ Hz$

la $v_u$ si annulla per la s per cui $R_3 + \left(R_4 // \frac{1}{C_1 s}\right) = 0$ perché in tali condizioni il gate è cortocircuitato a massa $\rightarrow v_g = 0 \rightarrow v_{gs} = 0 \rightarrow v_u = 0$

$R_3 + R_4 // \frac{1}{C_1 s} = R_3 + \frac{R_4 \frac{1}{C_1 s}}{R_4 + \frac{1}{C_1 s}} = R_3 + \frac{R_4}{1 + R_4 C_1 s} = \frac{R_3 + R_3 R_4 C_1 s + R_4}{1 + R_4 C_1 s} = 0 \rightarrow R_3 + R_4 + R_3 R_4 C_1 s = 0$

$\rightarrow s = -\frac{R_3 + R_4}{R_3 R_4 C_1} = -\frac{1}{C_1 \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}} = -\frac{1}{C_1 (R_3 // R_4)} \rightarrow \omega_{Z1} = \frac{1}{C_1 (R_3 // R_4)} = 200 \frac{rad}{s} \rightarrow$

$f_{Z1} = \frac{\omega_{Z1}}{2\pi} = 31.831\ Hz$

$R_{VC_2} = R_6 // (R_5 + \infty) = R_6 = 1\,K\Omega$

$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{VC_2}} = 10000 \frac{rad}{s} \rightarrow f_{P2} = \frac{\omega_{P2}}{2\pi} = 1591.55\ Hz$

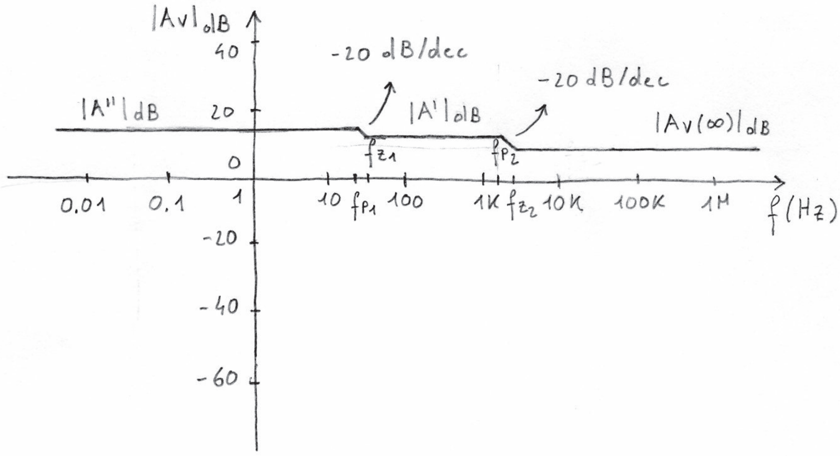
la $v_u$ si annulla per la s per cui $R_5 + R_6 // \frac{1}{C_2 s} = 0$ perché in tali condizioni la porta di uscita è cortocircuitata

$R_5 + R_6 // \frac{1}{C_2 s} = R_5 + \frac{R_6 \frac{1}{C_2 s}}{R_6 + \frac{1}{C_2 s}} = R_5 + \frac{R_6}{1 + R_6 C_2 s} = \frac{R_5 + R_5 R_6 C_2 s + R_5}{1 + R_6 C_2 s} = 0 \rightarrow R_5 R_6 C_2 s = -(R_5 + R_6) \rightarrow$

$$s = -\frac{R_5+R_6}{R_5 R_6 C_2} = -\frac{1}{C_2 \frac{R_5 R_6}{R_5+R_6}} = -\frac{1}{C_2 (R_5 // R_6)} \rightarrow \omega_{z_2} = \frac{1}{C_2 (R_5//R_6)} = 15'000 \ \frac{rad}{s} \rightarrow f_{z_2} = \frac{\omega_{z2}}{2\pi} = 2387.324 \ Hz$$

La funzione di trasferimento è

$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{(s+\omega_{z1})(s+\omega_{z2})}{(s+\omega_{p1})(s+\omega_{p2})}$$



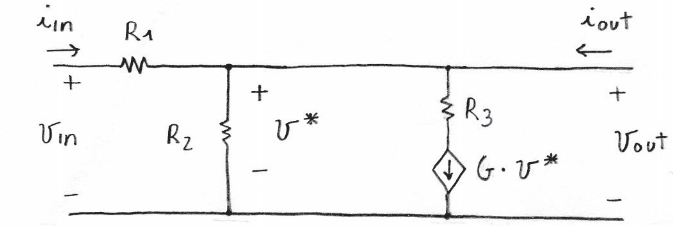

$$|A'| = |A_v(\infty)| \frac{f_{z2}}{f_{p2}} = 3.4149$$

$$|A'|_{dB} = 10.668 \ dB$$

$$|A''| = |A'| \frac{f_{z1}}{f_{p1}} = 4.78086$$

$$|A''|_{dB} = 13.5901 \ dB$$

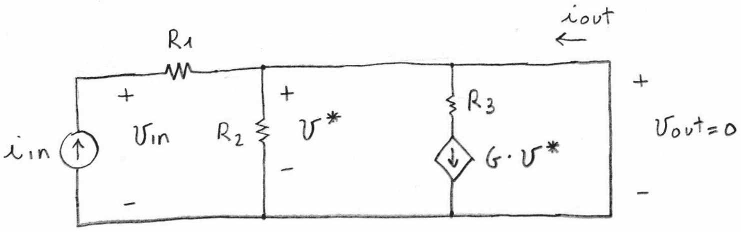
4



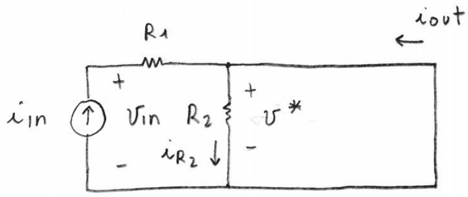

($G$ in $\Omega^{-1}$)

$$\begin{cases} i_{out} = h_f\, i_{in} + h_o\, v_{out} \\ v_{in} = h_i\, i_{in} + h_r\, v_{out} \end{cases}$$

$$h_f = \left.\frac{i_{out}}{i_{in}}\right|_{v_{out}=0} \quad ; \quad h_i = \left.\frac{v_{in}}{i_{in}}\right|_{v_{out}=0}$$




$v^* = v_{out} = 0 \rightarrow G \cdot v^* = 0$ , per cui $G \cdot v^*$ è un ramo aperto e abbiamo

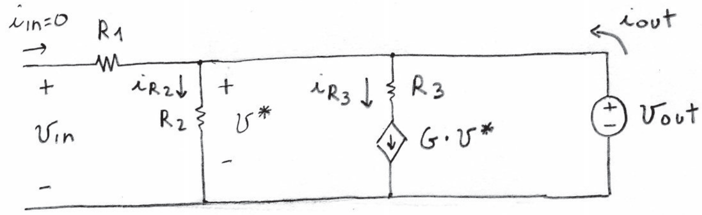



per cui $v_{in} = R_1\, i_{in} \rightarrow h_i = \dfrac{v_{in}}{i_{in}} = R_1$

$i_{R2} = \dfrac{v^*}{R_2} = \dfrac{0}{R_2} = 0 \rightarrow i_{out} = -i_{in} \rightarrow h_f = \dfrac{i_{out}}{i_{in}} = -1$

(in altre parole, facendo un partitore di corrente:
$-i_{out} = i_{in} \dfrac{R_2}{R_2+0} = i_{in}$ )

$$h_o = \left.\frac{i_{out}}{v_{out}}\right|_{i_{in}=0} \quad ; \quad h_r = \left.\frac{v_{in}}{v_{out}}\right|_{i_{in}=0}$$



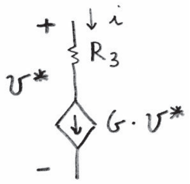

$v^* = v_{out} \rightarrow i_{R_3} = G \cdot v^* = G \cdot v_{out}$

$i_{out} = i_{R2} + i_{R3} = \dfrac{v^*}{R_2} + G \cdot v_{out} = \dfrac{v_{out}}{R_2} + G \cdot v_{out} = \left(\dfrac{1}{R_2} + G\right) v_{out} \rightarrow$

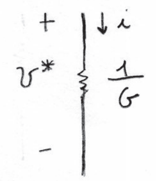
$h_o = \dfrac{i_{out}}{v_{out}} = \dfrac{1}{R_2} + G$

$v_{in} = R_1\, i_{in} + v^* = R_1 \cdot 0 + v_{out} = v_{out} \rightarrow h_r = \dfrac{v_{in}}{v_{out}} = 1$

[ Stessi risultati possono essere ottenuti notando che il ramo

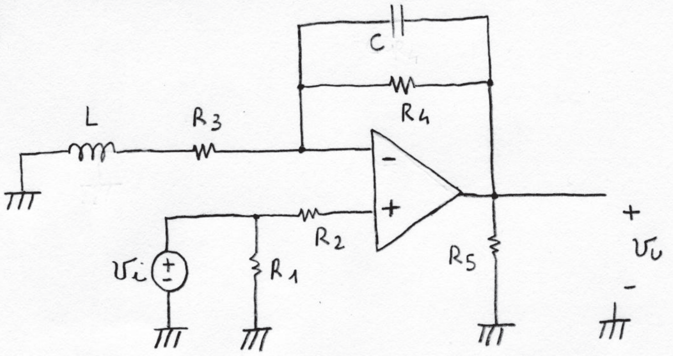



può essere sostituito con




in quanto la corrente $i$ che scorre nel ramo, essendo pari a $G \cdot v^*$, è proporzionale alla tensione $v^*$ presente ai capi del ramo e quindi il ramo è equivalente a una resistenza di valore $\dfrac{v^*}{i} = \dfrac{1}{G}$. ]

5)




$C = 1\,\mu F$ ; $L = 1\,mH$ ;

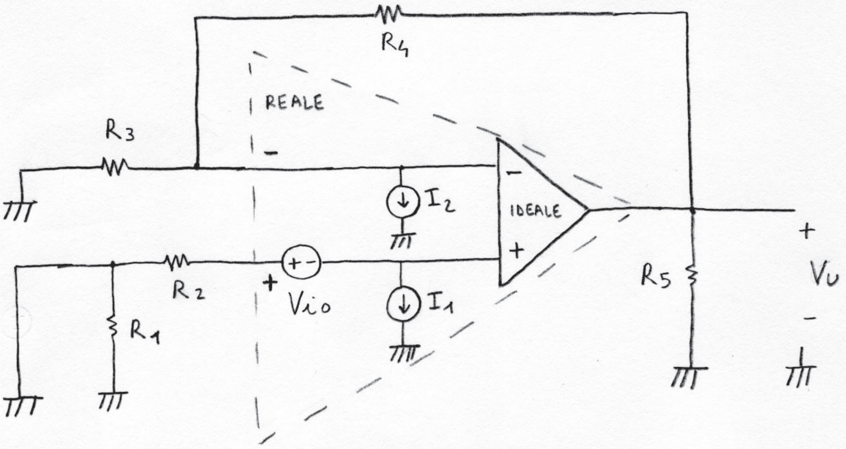
$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 1\,K\Omega$

$|V_{io}|_{max} = 5\,mV$

$I_B = \frac{I_1 + I_2}{2} = 80\,nA$

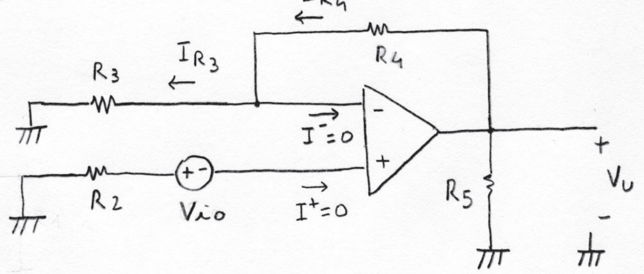
$|I_{io}|_{max} = |I_1 - I_2|_{max} = 10\,nA$

Per valutare l'effetto a regime sulla $v_u$ dei soli generatori di offset (che sono generatori in continua) lavoriamo in continua (quindi sostituiamo il condensatore C con un ramo aperto e l'induttanza L con un cortocircuito), disattiviamo $v_i$ e sostituiamo all'amplificatore operazionale reale lo schema equivalente in cui compaiono un amplificatore operazionale ideale e i generatori di offset:




dopodichè calcoliamo l'effetto sull'uscita dei generatori di offset usando la sovrapposizione degli effetti e sfruttando il metodo del cortocircuito virtuale per l'amplificatore operazionale ideale:

a) effetto di Vio




per il c.c.v. $I^+ = 0 \rightarrow$ non c'è caduta su $R_2 \rightarrow$

$V^+ = -V_{io}$ ;

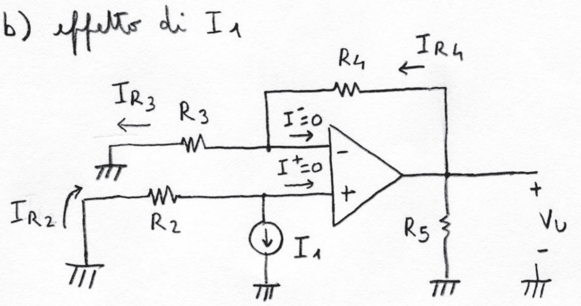
$V^- = V^+ = -V_{io}$

$I_{R3} = \frac{V^-}{R_3} = -\frac{V_{io}}{R_3} = I_{R4}$ (perchè $I^- = 0$)

$V_U = V^- + R_4 I_{R4} = -V_{io} - V_{io}\frac{R_4}{R_3} =$

$= (-V_{io})\left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right)$

b) effetto di $I_1$



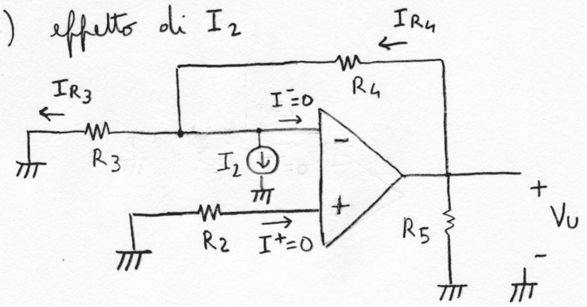

per il c.c.v. $I^+ = 0 \rightarrow I_{R2} = I_1 \rightarrow V^+ = -R_2 I_{R2} =$

$= -R_2 I_1 \longrightarrow V^- = V^+ = -R_2 I_1$ ;

$I_{R3} = \frac{V^-}{R_3} = \frac{-R_2 I_1}{R_3} = I_{R4}$ (perchè $I^- = 0$)

$V_U = V^- + R_4 I_{R4} = -R_2 I_1 \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right)$

c) effetto di $I_2$




per il c.c.v. $I^+=0 \rightarrow V^+ = -R_2 I^+ = 0 \rightarrow$

$V^- = V^+ = 0 \rightarrow I_{R3} = \frac{V^-}{R_3} = 0$ ;

$I^-=0,\ I_{R3}=0 \rightarrow I_{R4} = I_3 + I_2 + I^- = I_2 \rightarrow$

$V_U = V^- + R_4 I_{R4} = R_4 I_2$

Complessivamente abbiamo che

$$V_U = -V_{io}\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right) - R_2 I_1\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right) + R_4 I_2 \underset{\downarrow}{=} -V_{io}\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right) - R_2\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)\left(I_B+\frac{I_{io}}{2}\right) +$$

$$\left[\begin{cases} I_B = \frac{I_1+I_2}{2} \\ I_{io} = I_1 - I_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_1 + I_2 = 2I_B \\ I_1 - I_2 = I_{io} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2I_1 = 2I_B + I_{io} \\ 2I_2 = 2I_B - I_{io} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_1 = I_B + \frac{I_{io}}{2} \\ I_2 = I_B - \frac{I_{io}}{2} \end{cases}\right]$$

$$+ R_4\left(I_B - \frac{I_{io}}{2}\right) = -V_{io}\underbrace{\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)}_{2} + I_B\underbrace{\left(R_4 - R_2\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)\right)}_{-1\,K\Omega} - \frac{I_{io}}{2}\underbrace{\left(R_2\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)+R_4\right)}_{3\,K\Omega} =$$

$$= -2V_{io} - 0.08\ mV - 1.5\ K\Omega \cdot I_{io}$$

Poiché l'unico addendo il cui valore è noto (cioè $I_B\left(R_4 - R_2\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)\right)$) è negativo, per ottenere la $V_U$ di modulo massimo dobbiamo scegliere per gli altri due addendi (cioè $-V_{io}\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)$ e $-\frac{I_{io}}{2}\left(R_2\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)+R_4\right)$) il valore di modulo massimo e negativo, quindi scegliere

$V_{io} = 5\ mV$ e $I_{io} = 10\ nA$, ottenendo così

$$|V_U|_{max} = |-10\ mV - 0.08\ mV - 0.015\ mV| = 10.095\ mV$$