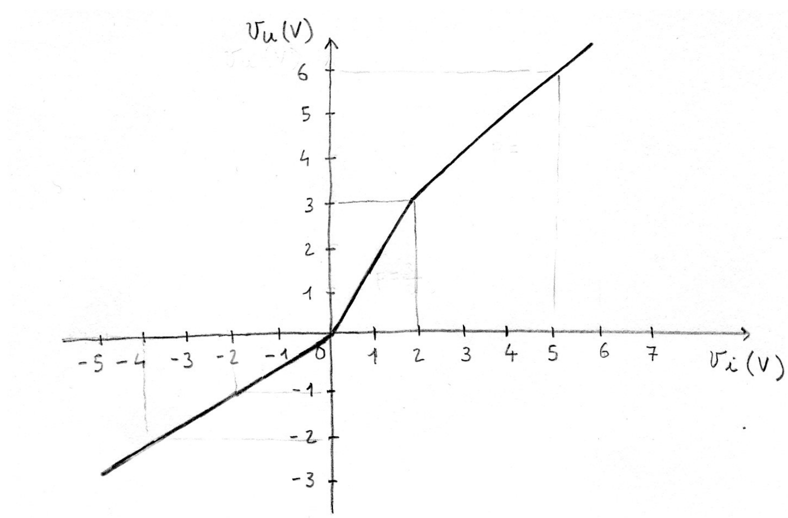
Scheda: **A22_02**	Data: **24 gennaio 2022**

Cognome	Nome	Matricola

ESERCIZIO N°1

6.5 punti (4)

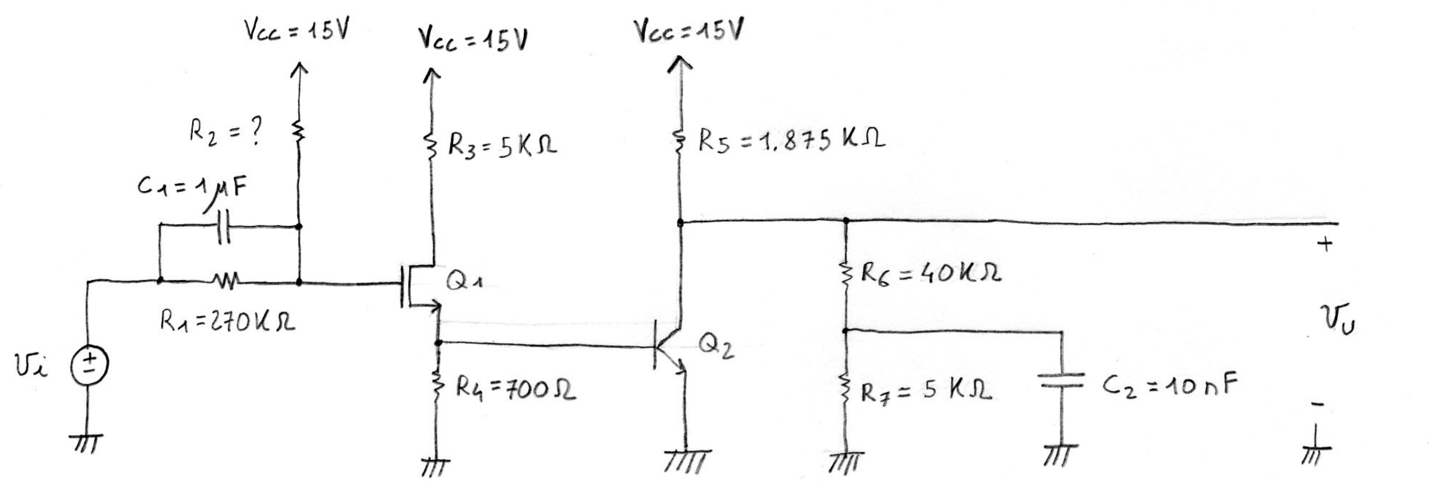
Si progetti e si dimensioni un circuito che possegga la caratteristica ingresso-uscita lineare a tratti mostrata nella figura sottostante, indipendentemente dalla sorgente e dal carico applicati. Nello svolgimento dell'esercizio, si considerino tutti i componenti ideali.



ESERCIZIO N°2

7 punti (4)

Con riferimento al circuito in figura, ipotizzando Q_1 (transistore MOS a canale n) in saturazione e Q_2 (transistore BJT npn) in zona attiva diretta e sapendo che la tensione V_U di uscita a riposo è pari a 9 V, si ricavi il valore della resistenza R_2. Si determini il punto di lavoro di Q_1 e Q_2 e si verifichino le ipotesi fatte sullo stato dei due transistori.



per Q_1: $V_T = 1\,V$; per Q_2: $h_{FE} = 200$; $(V_U)_Q = 9\,V$

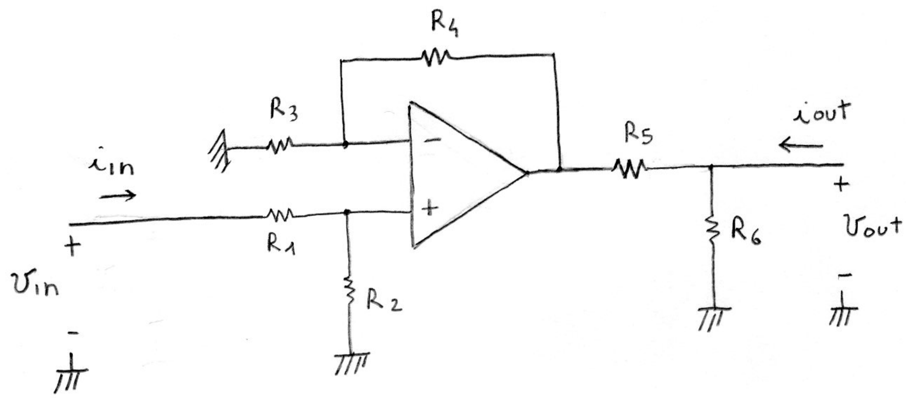
$\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} = 1.015\ \frac{mA}{V^2}$

ESERCIZIO N°3
7.5 punti (4)

Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui però stavolta si assuma $R_2 = 1$ MΩ. Considerando per Q_1: $g_m = 2$ mA/V e per Q_2: $h_{ie} = 5$ KΩ, $h_{fe} = 220$, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_i$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa). Il diagramma di Bode <u>non</u> è richiesto.

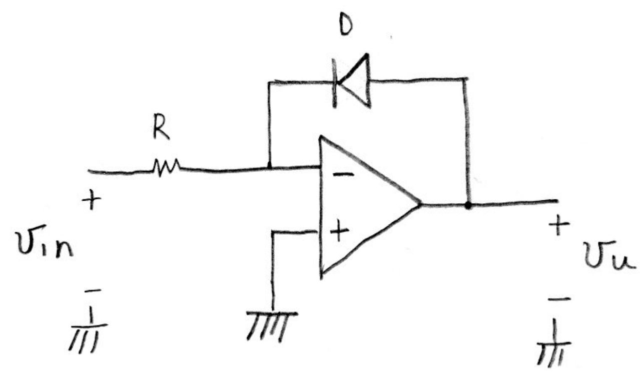
ESERCIZIO N°4
6.5 punti (4)

Si ricavino i parametri r del quadripolo mostrato in figura (le porte di ingresso e di uscita del quadripolo sono quelle alle quali in figura sono prese, rispettivamente, le tensioni v_{in} e v_{out}). Si consideri l'amplificatore operazionale ideale.

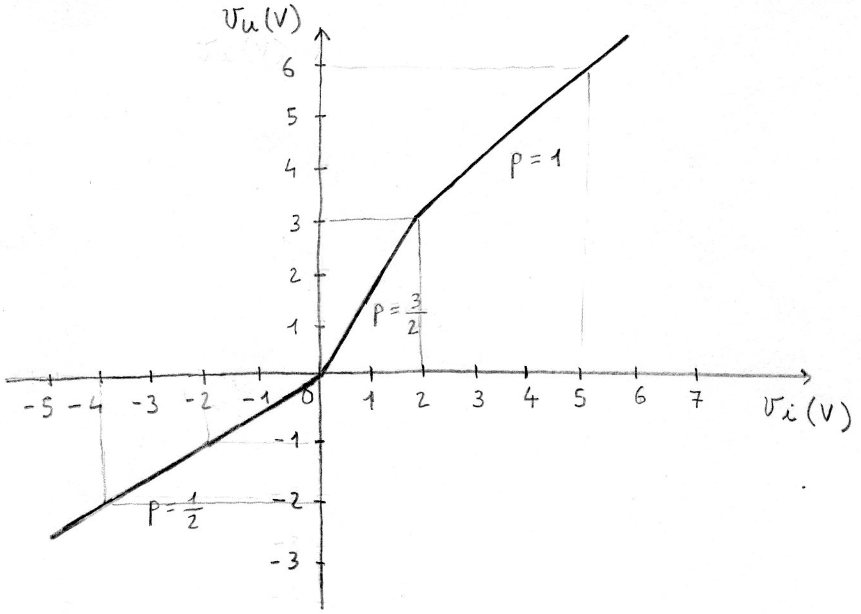


ESERCIZIO N°5
5.5 punti (4)

Per il circuito mostrato nella seguente figura, si trovi la relazione che lega la tensione di uscita alla tensione di ingresso, considerando l'amplificatore operazionale ideale e sfruttando per il diodo la relazione tra tensione e corrente data dall'equazione di Shockley: $i_D = I_S(e^{v_D/(\eta V_T)} - 1)$.



1)

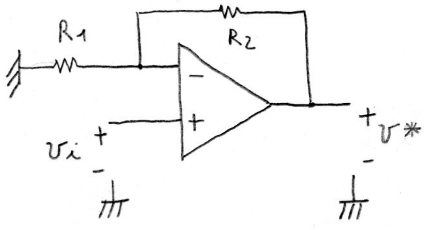


la pendenza del 1° tratto (a partire da sinistra) è $\frac{\Delta v_u}{\Delta v_i} = \frac{0-(-2)}{0-(-4)} = \frac{1}{2}$,

la pendenza del 2° tratto è $\frac{\Delta v_u}{\Delta v_i} = \frac{3-0}{2-0} = \frac{3}{2}$,

la pendenza del 3° tratto è $\frac{\Delta v_u}{\Delta v_i} = \frac{6-3}{5-2} = 1$;

le pendenze sono positive ma una di esse è >1, quindi c'è bisogno di un amplificatore non invertente; in particolare la pendenza di modulo massimo è pari a $\frac{3}{2}$, quindi mettiamo un amplificatore non invertente che guadagna $\frac{3}{2}$:



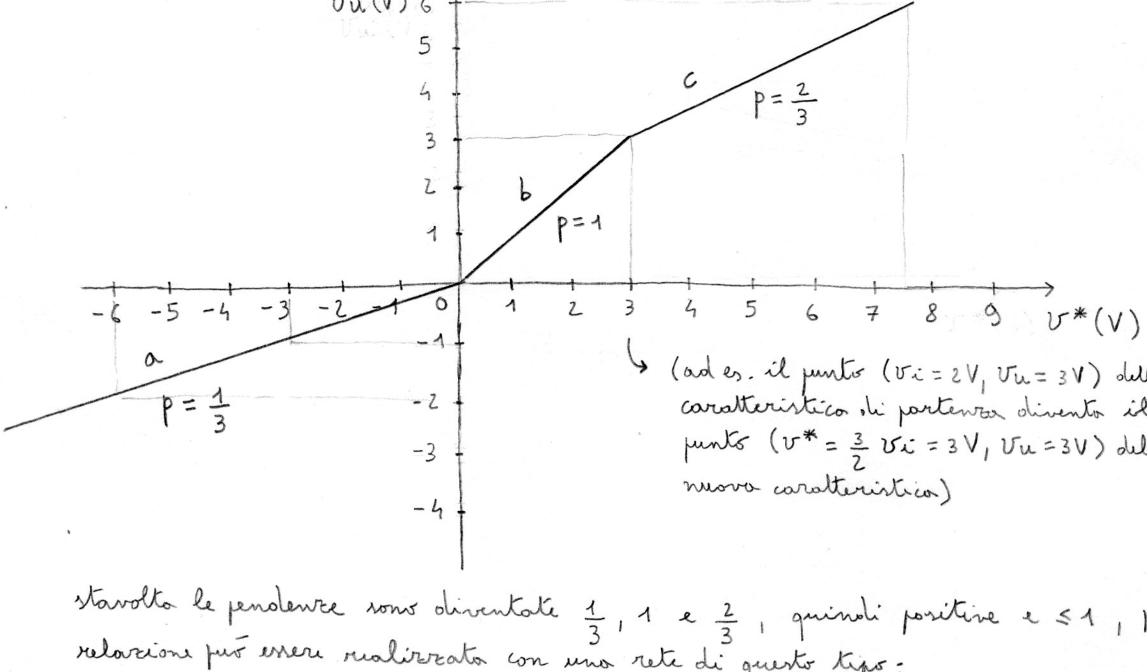
$$1 + \frac{R_2}{R_1} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{2} \rightarrow R_1 = 2R_2$$

ad es. $R_2 = 1\,K\Omega$, $R_1 = 2\,K\Omega$;

per cui $v^* = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_i = \frac{3}{2} v_i$;

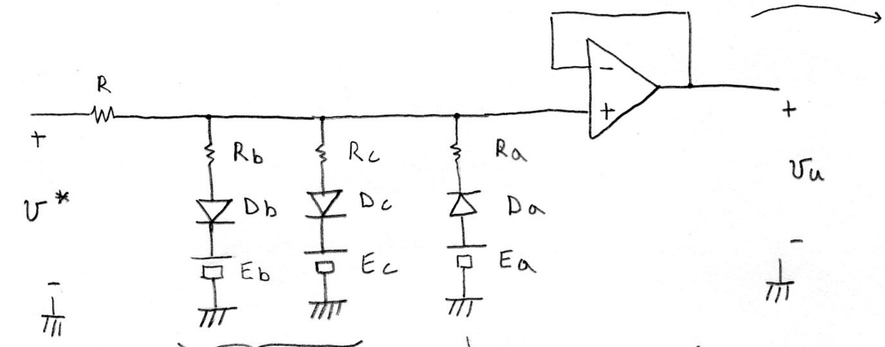
poiché l'amplificatore non invertente presenta già una resistenza di ingresso (idealmente) infinita, non abbiamo bisogno di mettere a monte di tale amplificatore un buffer per avere un comportamento indipendente dalla resistenza della sorgente;

ridisegnando la caratteristica in funzione di $v^* = \frac{3}{2} v_i$ anziché di v_i, abbiamo:



(ad es. il punto ($v_i = 2V$, $v_u = 3V$) della caratteristica di partenza diventa il punto ($v^* = \frac{3}{2} v_i = 3V$, $v_u = 3V$) della nuova caratteristica)

stavolta le pendenze sono diventate $\frac{1}{3}$, 1 e $\frac{2}{3}$, quindi positive e ≤ 1, per cui questa relazione può essere realizzata con una rete di questo tipo:



qui ci mettiamo un buffer per avere $R_{OUT} = 0$ e quindi un comportamento indipendente dal valore della resistenza del carico

rami che implementano i tratti b e c nel 1° quadrante

ramo che implementa il tratto a nel 3° quadrante

E_b è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto b, quindi $E_b = 0$;
E_c è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto c, quindi $E_c = 3V$;
E_a è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto a, quindi $E_a = 0$;

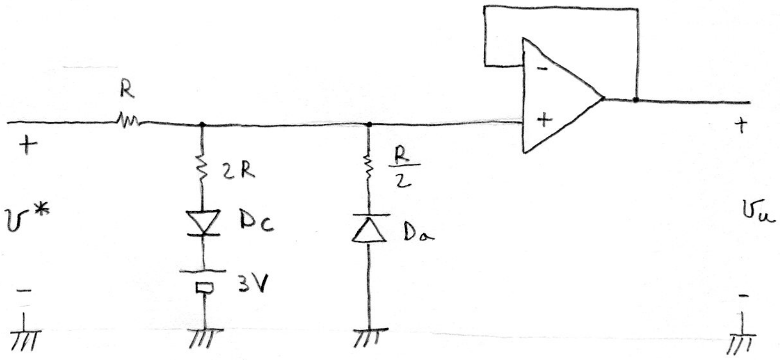
quando $0 < v^* < 3V$ conduce solo il 1° diodo, la $\frac{\partial v_u}{\partial v^*} = \frac{R_b}{R+R_b}$, quindi per avere pendenza 1 con $R \neq 0$ (altrimenti $v_u = v^* \ \forall v^*$) dobbiamo avere $R_b = \infty$, cioè in realtà il 1° ramo è un ramo aperto;

quando $v^* > 3V$ conduce solo il 2° diodo (in generale condurrebbe anche il 1°, ma qui è un ramo aperto), la $\frac{\partial v_u}{\partial v^*} = \frac{R_c}{R+R_c}$, quindi per avere pendenza $\frac{2}{3}$ dobbiamo avere $\frac{R_c}{R+R_c} = \frac{2}{3} \rightarrow$

$3R_c = 2R + 2R_c \rightarrow R_c = 2R$;

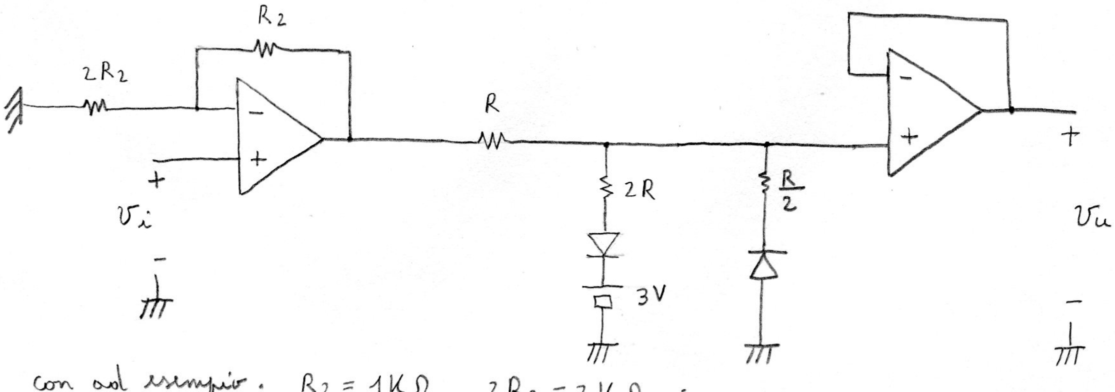
quando $v^* < 0$ conduce solo il 3° diodo, la $\frac{\partial v_u}{\partial v^*} = \frac{R_a}{R+R_a}$, quindi per avere pendenza $\frac{1}{3}$ dobbiamo avere $\frac{R_a}{R+R_a} = \frac{1}{3} \rightarrow 3R_a = R + R_a \rightarrow 2R_a = R \rightarrow R_a = \frac{R}{2}$;

quindi questa parte del circuito diventa:



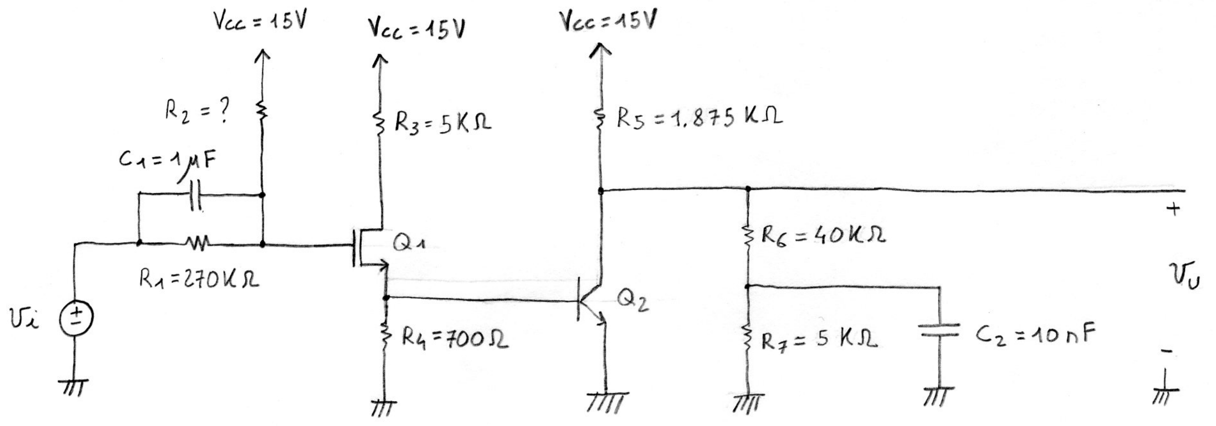
con ad esempio:
$R = 2K\Omega$, $2R = 4K\Omega$, $\frac{R}{2} = 1K\Omega$

Complessivamente quindi avremo:



con ad esempio: $R_2 = 1K\Omega$, $2R_2 = 2K\Omega$;
$R = 2K\Omega$, $2R = 4K\Omega$, $\frac{R}{2} = 1K\Omega$

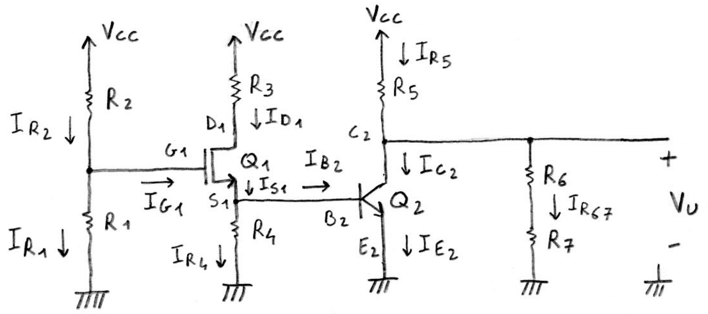
②



per Q_1: $V_T = 1V$; per Q_2: $h_{FE} = 200$; $(V_U)_Q = 9V$

$\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} = 1.015\ \frac{mA}{V^2}$

in continua si ha:



$V_U = 9V = V_{C_2}$

$I_{R5} = \frac{V_{CC} - V_U}{R_5} = 3.2\ mA$

$I_{R67} = \frac{V_U}{R_6 + R_7} = 0.2\ mA$

$I_{C2} = I_{R5} - I_{R67} = 3\ mA$

ipotesi 1: Q_2 in zona attiva diretta

$I_{B2} = \frac{I_{C2}}{h_{FE}} = 15\ \mu A > 0$

$I_{E2} = I_{C2} + I_{B2} = 3.015\ mA$

$V_{B2} = V_{E2} + V_\gamma = 0.7\ V = V_{S1}$

$V_{CE2} = V_{C2} - V_{E2} = 9V > V_{CEsat} \approx 0.1\ V$ ⟶ ipotesi 1 verificata

$I_{R4} = \frac{V_{B2}}{R_4} = 1\ mA$

$I_{S1} = I_{R4} + I_{B2} = 1.015\ mA = I_{D1}$ (dato che $I_{G1} = 0$)

$V_{D1} = V_{CC} - R_3 I_{D1} = 9.925\ V$

$V_{DS1} = V_{D1} - V_{S1} = 9.225\ V$

ipotesi 2: Q_1 in saturazione

$I_{D1} = K(V_{GS_1} - V_T)^2$ con $K = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} = 1.015\ \frac{mA}{V^2}$

$V_{GS1} = V_T \cancel{\pm} \sqrt{\frac{I_{D1}}{K}} = 2\ V > V_T = 1V$

(un mos a canale n conduce se $V_{GS} > V_T$)

$V_{DS1} = 9.225\ V > V_{GS1} - V_T = 1\ V$ ⟶ ipotesi 2 verificata

$V_{G1} = V_{GS1} + V_{S1} = 2.7V$

$I_{R1} = \frac{V_{G1}}{R_1} = 10\ \mu A$

essendo $I_{G1} = 0$, $I_{R2} = 10\ \mu A$ ⟶ $R_2 = \frac{V_{CC} - V_{G1}}{I_{R2}} = 1.23\ M\Omega$

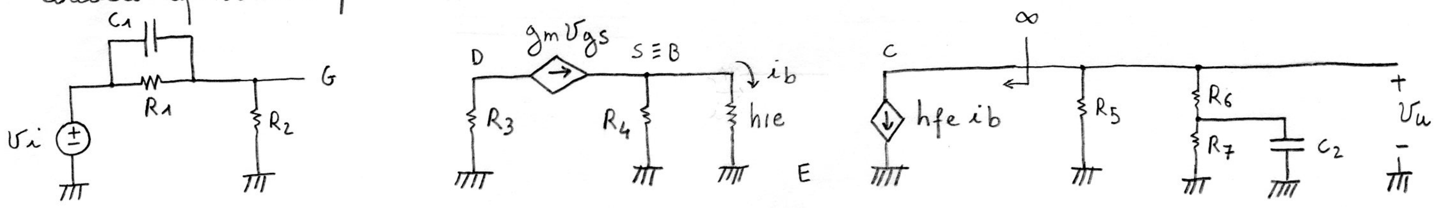
③ $R_2 = 1\,M\Omega$

$g_m = 2\ \frac{mA}{V}$

$h_{ie} = 5\,K\Omega$

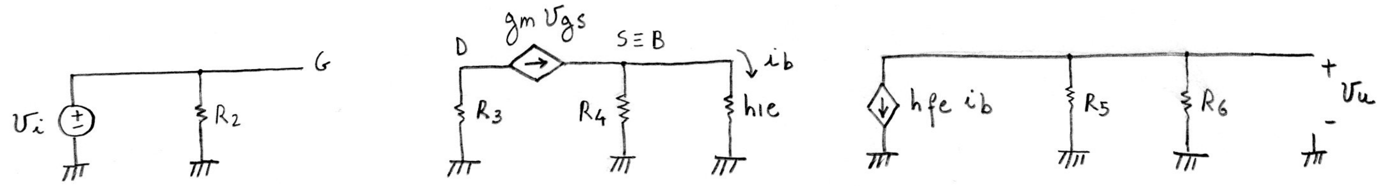
$h_{fe} = 220$

circuito equivalente per le variazioni:



2 condensatori, nessuna maglia impropria → 2 poli

calcoliamo $A_v(\infty)$ chiudendo i due condensatori:



$v_u = -h_{fe}\, i_b\, (R_5 /\!/ R_6)$

$i_b = g_m v_{gs} \frac{R_4}{R_4 + h_{ie}}$ (partitore di corrente)

$v_{gs} = v_g - v_s = v_g - g_m v_{gs} (R_4 /\!/ h_{ie}) \rightarrow v_{gs}(1 + g_m (R_4 /\!/ h_{ie})) = v_g \rightarrow$

$v_{gs} = \frac{v_g}{1 + g_m (R_4 /\!/ h_{ie})}$

$v_g = v_i$

$A_v(\infty) = \frac{v_u}{v_i} = -h_{fe} (R_5 /\!/ R_6)\, g_m \frac{R_4}{R_4 + h_{ie}} \frac{1}{1 + g_m (R_4 /\!/ h_{ie})} = -43.436$

(negativo, come è giusto che sia dato che si tratta di uno stadio a collettore comune, non invertente, e di uno stadio a emettitore comune, invertente, in cascata)

$|A_v(\infty)|_{dB} = 32.757\ dB$

$A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow$ numero zeri = numero poli = 2

calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni con C_1 e C_2)

$R_{VC1} = R_1 /\!/ R_2 = 212598.425\ \Omega$

$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{VC1}} = 4.7037\ \frac{rad}{s} \rightarrow f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 0.7486\ Hz$

la v_u si annulla per la s per cui $R_1 /\!/ \frac{1}{C_1 s} = \infty \rightarrow \frac{R_1 \frac{1}{C_1 s}}{R_1 + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{R_1}{1 + R_1 C_1 s} = \infty \rightarrow$

$1 + R_1 C_1 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_1 C_1} = -\omega_{Z1} \rightarrow \omega_{Z1} = \frac{1}{R_1 C_1} = 3.7037\ \frac{rad}{s} \rightarrow$

$f_{Z1} = \frac{\omega_{Z1}}{2\pi} = 0.5894\ Hz$

$R_{VC2} = R_7 /\!/ (R_6 + (R_5 /\!/ \infty)) = R_7 /\!/ (R_6 + R_5) = 4466.\bar{6}\ \Omega$

$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{VC2}} = 22388.06\ \frac{rad}{s} \rightarrow f_{P2} = \frac{\omega_{P2}}{2\pi} = 3563.17\ Hz$

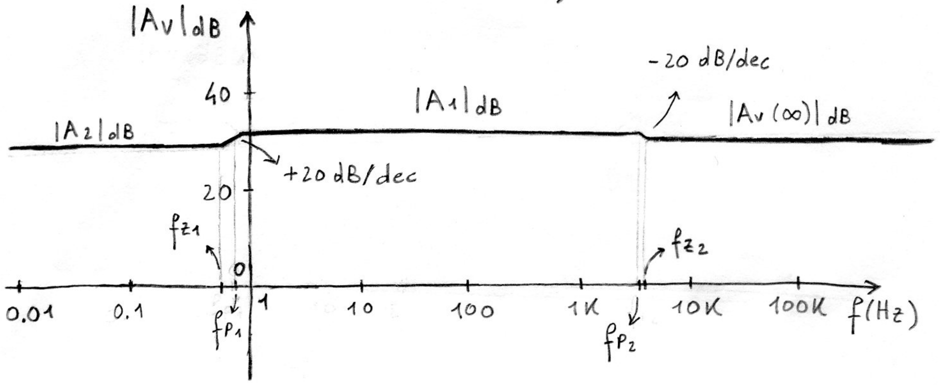
la v_u si annulla per la s per cui $R_6 + R_7 /\!/ \frac{1}{C_2 s} = 0 \rightarrow R_6 + \frac{R_7 \frac{1}{C_2 s}}{R_7 + \frac{1}{C_2 s}} = R_6 + \frac{R_7}{1 + R_7 C_2 s} =$

$= \frac{R_6 + R_6 R_7 C_2 s + R_7}{1 + R_7 C_2 s} = 0 \rightarrow s = -\frac{R_6 + R_7}{R_6 R_7 C_2} = -\frac{1}{C_2 (R_6 /\!/ R_7)} \rightarrow$

$$\omega_{z2} = \frac{1}{C_2 (R_6 // R_7)} = 22500 \ \frac{rad}{s} \rightarrow f_{z2} = \frac{\omega_{z2}}{2\pi} = 3580.986 \ Hz$$

La funzione di trasferimento è

$$A_v(s) = A_v(\infty) \ \frac{(s+\omega_{z1})(s+\omega_{z2})}{(s+\omega_{p1})(s+\omega_{p2})}$$



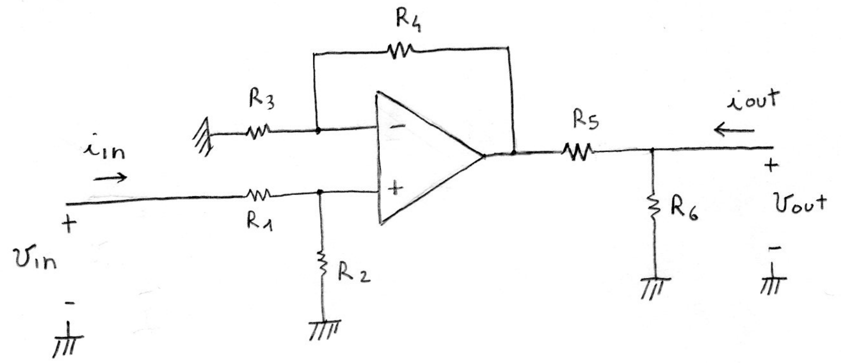
$$|A_1| = |A_v(\infty)| \ \frac{f_{z2}}{f_{p2}} = 43.6532$$

$$|A_1|_{dB} = 32.8 \ dB$$

$$|A_2| = |A_1| \ \frac{f_{z1}}{f_{p1}} = 34.3697$$

$$|A_2|_{dB} = 30.72 \ dB$$

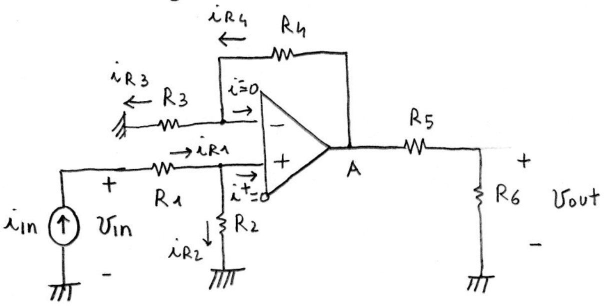
4)



$$\begin{cases} v_{out} = r_f \, i_{in} + r_o \, i_{out} \\ v_{in} = r_i \, i_{in} + r_r \, i_{out} \end{cases}$$

$$r_f = \left.\frac{v_{out}}{i_{in}}\right|_{i_{out}=0} \quad ; \quad r_i = \left.\frac{v_{in}}{i_{in}}\right|_{i_{out}=0}$$

($i_{out}=0$ significa porta di uscita aperta)



per il c.c.v. $i^+=0 \rightarrow i_{R1} = i_{R2} = i_{in} \rightarrow$

$v_{in} = (R_1+R_2)\, i_{in} \rightarrow r_i = \frac{v_{in}}{i_{in}} = R_1 + R_2$;

$v^+ = R_2 \, i_{R2} = R_2 \, i_{in}$;

per il c.c.v. $v^- = v^+ = R_2 \, i_{in} \rightarrow$

$i_{R3} = \frac{v^-}{R_3} = \frac{R_2}{R_3} i_{in}$;

per il c.c.v. $i^- = 0 \rightarrow i_{R4} = i_{R3} \rightarrow$

$v_A = (R_3+R_4)\, i_{R3} = \frac{R_2}{R_3} i_{in} (R_3 + R_4) =$

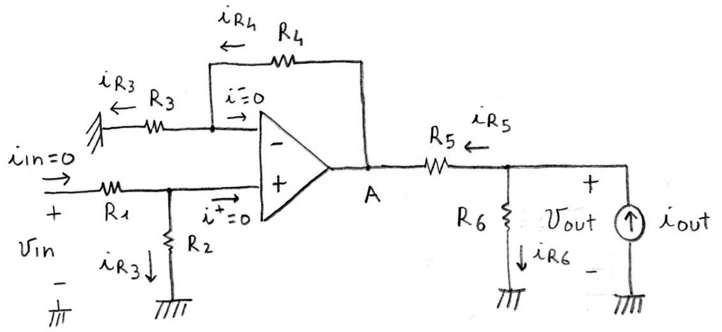
$= R_2 \, i_{in} \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \rightarrow$

$v_{out} = v_A \frac{R_6}{R_5+R_6} = R_2 \, i_{in} \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \frac{R_6}{R_5+R_6} \rightarrow$

$$r_f = \frac{v_{out}}{i_{in}} = R_2 \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \frac{R_6}{R_5+R_6}$$

$$r_o = \left.\frac{v_{out}}{i_{out}}\right|_{i_{in}=0} \quad ; \quad r_r = \left.\frac{v_{in}}{i_{out}}\right|_{i_{in}=0}$$

($i_{in}=0$ significa porta di ingresso aperta)



per il c.c.v. $i^+=0 \rightarrow i_{R3} = i_{in} - i^+ = 0$;

$v_{in} = R_1 \, i_{in} + R_2 \, i_{R3} = 0 + 0 = 0 \rightarrow$

$r_r = \frac{v_{in}}{i_{out}} = 0$;

$v^+ = R_2 \, i_{R3} = 0 \rightarrow$ per il c.c.v.

$v^- = v^+ = 0 \rightarrow i_{R3} = \frac{v^-}{R_3} = 0$;

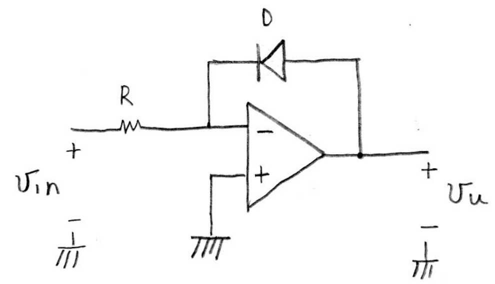
per il c.c.v. $i^- = 0 \rightarrow i_{R4} = i_{R3} = 0 \rightarrow$

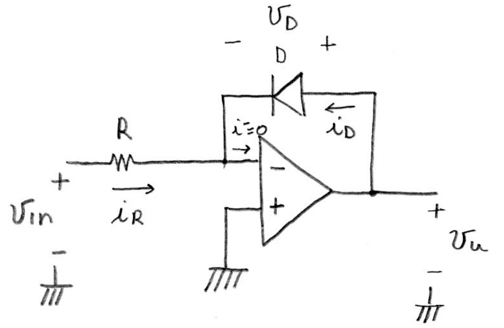
$v_A = (R_3+R_4)\, i_{R3} = 0$;

$i_{R5} = \frac{v_{out} - v_A}{R_5} = \frac{v_{out}}{R_5}$, $i_{R6} = \frac{v_{out}}{R_6} \rightarrow i_{out} = i_{R5} + i_{R6} = \frac{v_{out}}{R_5} + \frac{v_{out}}{R_6} = v_{out}\left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}\right) \rightarrow$

$r_o = \frac{v_{out}}{i_{out}} = \frac{1}{\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}} = R_5 /\!/ R_6$ (in altre parole: R_5 e R_6 sono in parallelo, quindi $v_{out} = i_{out} (R_5 /\!/ R_6) \rightarrow r_o = \frac{v_{out}}{i_{out}} = R_5 /\!/ R_6$)

5)





per il c.c.v. $i^- = 0 \rightarrow i_D = -i_R$

$$v^- = v^+ = 0$$

quindi $i_R = \frac{v_{in}}{R} = -i_D = -I_S\left(e^{\frac{v_D}{\eta V_T}} - 1\right)$

con $V_T = \frac{K_B T}{q}$;

d'altra parte $v_D = v_u - v^- = v_u \rightarrow$

$$\frac{v_{in}}{R} = -I_S\left(e^{\frac{v_u}{\eta V_T}} - 1\right) \rightarrow$$

$$e^{\frac{v_u}{\eta V_T}} = -\frac{v_{in}}{R I_S} + 1 \rightarrow$$

$$\frac{v_u}{\eta V_T} = \ln\left(-\frac{v_{in}}{R I_S} + 1\right) \rightarrow$$

$$v_u = \eta V_T \ln\left(-\frac{v_{in}}{R I_S} + 1\right)$$