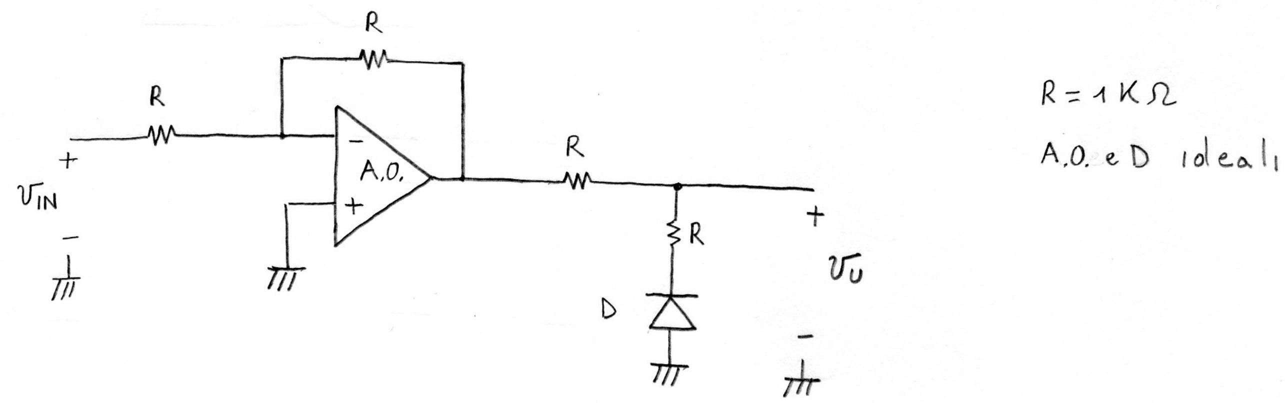
Scheda: **A22_03**	Data: **14 febbraio 2022**

Cognome	Nome	Matricola

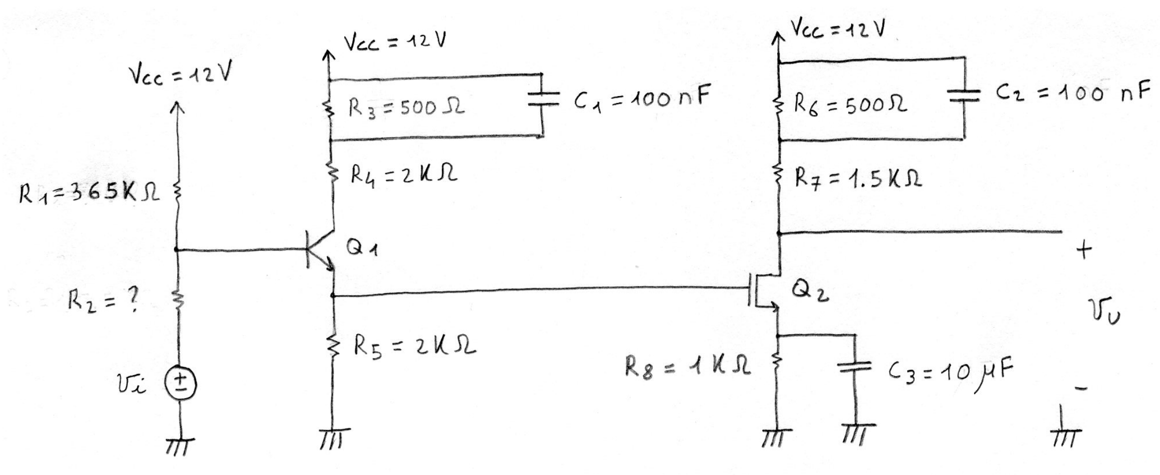
ESERCIZIO N°1
6 punti (4)

Considerando il diodo e l'amplificatore operazionale ideali, si ricavi la caratteristica ingresso-uscita del seguente circuito (con ingresso v_{IN} e uscita v_U), verificando le ipotesi fatte sul diodo nei diversi intervalli considerati della tensione di ingresso v_{IN}.



ESERCIZIO N°2
7 punti (4)

Con riferimento al circuito in figura, ipotizzando Q_1 (transistore BJT npn) in zona attiva diretta e Q_2 (transistore MOS a canale n) in saturazione e sapendo che la tensione V_U di uscita a riposo è pari a 8 V, si ricavi il valore della resistenza R_2. Si determini il punto di lavoro di Q_1 e Q_2 e si verifichino le ipotesi fatte sullo stato dei due transistori.



per Q_1: $h_{FE} = 199$; per Q_2: $V_T = 1\,V$, $\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} = 2\,\frac{mA}{V}$

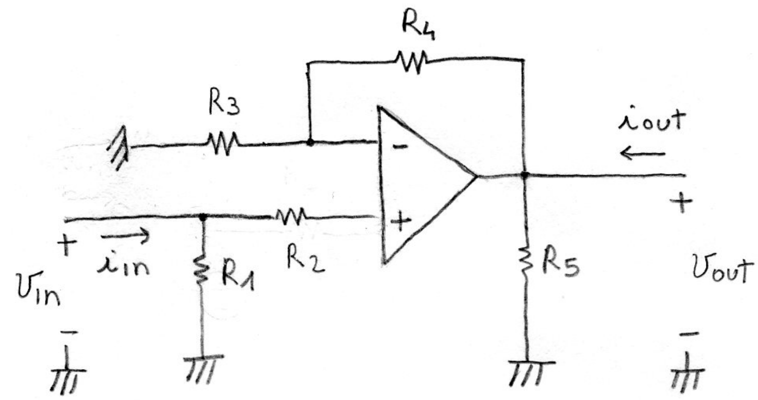
$(V_U)_Q = 8\,V$

ESERCIZIO N°3
7.5 punti (4)

Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui però stavolta si assuma $R_2 = 500$ KΩ. Considerando per Q_1: $h_{fe} = 200$, $h_{ie} = 5$ KΩ e per Q_2: $g_m = 4$ mA/V , se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_i$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa). Il diagramma di Bode non è richiesto.

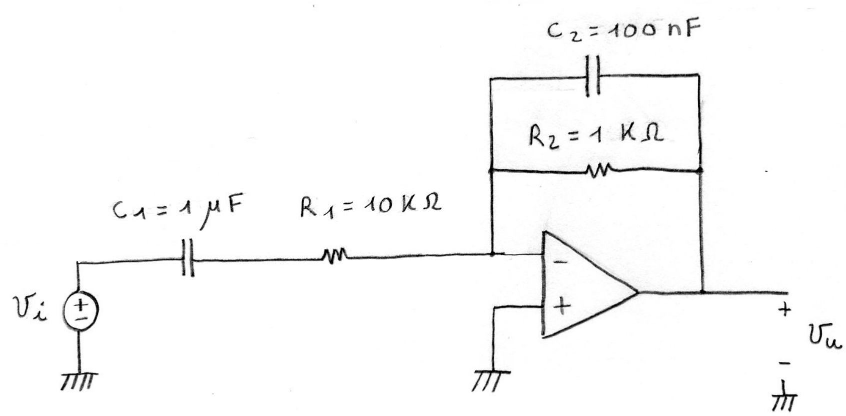
ESERCIZIO N°4
6.5 punti (4)

Si ricavino i parametri r per il quadripolo mostrato nella seguente figura. Si consideri l'amplificatore operazionale ideale.

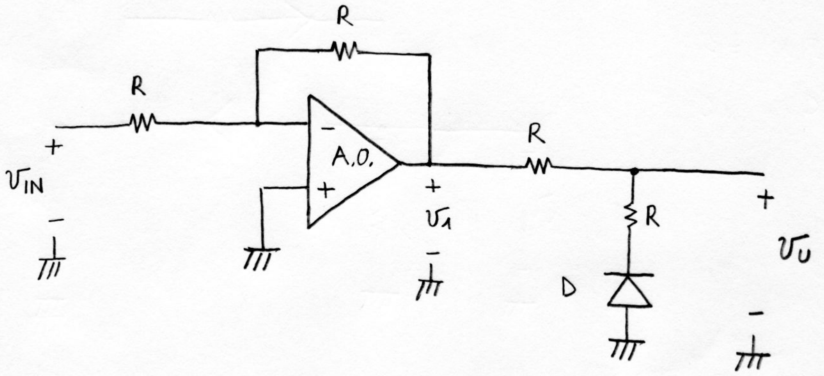


ESERCIZIO N°5
6 punti (4)

Lavorando nel dominio di Laplace, si ricavi l'espressione della funzione di trasferimento del seguente circuito e si valutino numericamente tutti i coefficienti che compaiono in tale espressione. Si trovino i valori delle singolarità di tale funzione di trasferimento. Si dica a che tipo di filtro tale circuito corrisponde e si indichino il/i limite/i di banda di tale filtro. Si consideri l'amplificatore operazionale ideale.



1)



$R = 1\,K\Omega$

A.O. e D ideali

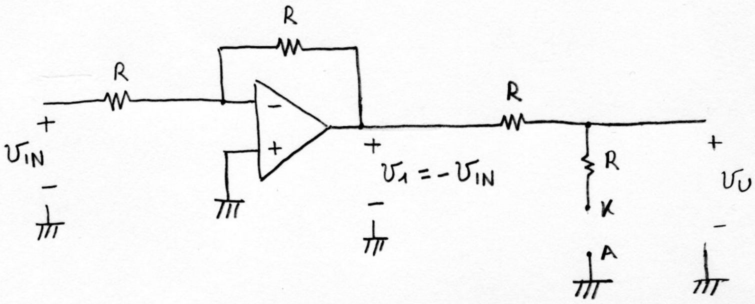
per il c.c.v. abbiamo che

$v_1 = -v_{IN}\dfrac{R}{R} = -v_{IN}$;

nell'esaminare il comportamento del circuito per tutti i valori di v_{IN}, partiamo ad es. da valori di v_{IN} molto negativi e andiamo poi a considerare valori via via maggiori di v_{IN};

per v_{IN} molto negativi l'ipotesi più ragionevole da fare su D (essendo $v_1 = -v_{IN}$) è:

D interdetto e il circuito equivalente per grandi segnali diventa:



verifica dell'ipotesi:

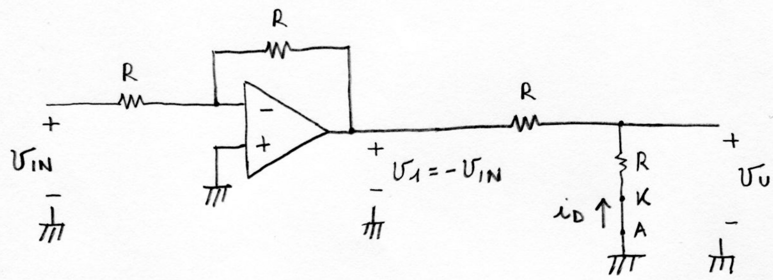
$v_{AK} = -v_1 = v_{IN} < 0$ che è soddisfatta per $v_{IN} < 0$;

quindi per tutti i $v_{IN} < 0$ abbiamo che D è interdetto e

$v_U = v_1 = -v_{IN}$;

se invece, andando a considerare valori di v_{IN} via via maggiori, consideriamo valori positivi di v_{IN} l'ipotesi più ragionevole da fare per D (essendo $v_1 = -v_{IN}$) è:

D in conduzione e il circuito equivalente per grandi segnali diventa:



verifica dell'ipotesi:

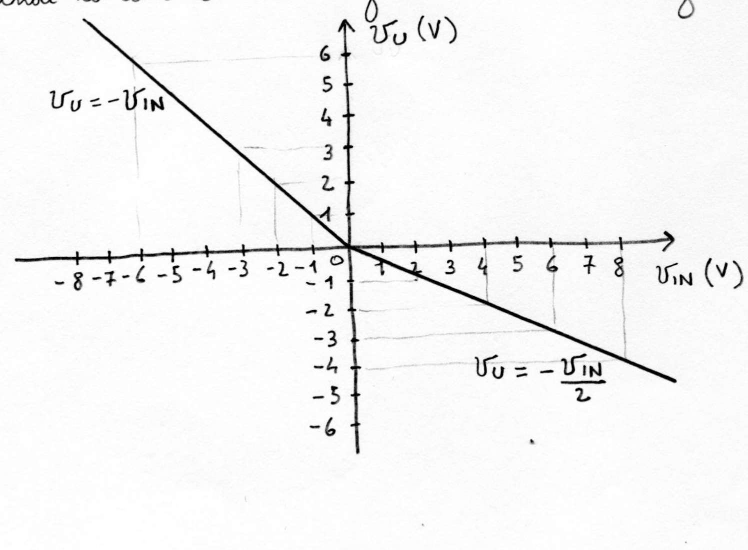
$i_D = \dfrac{0 - v_1}{R+R} = -\dfrac{v_1}{2R} = \dfrac{v_{IN}}{2R} > 0$

che è soddisfatta per $v_{IN} > 0$;

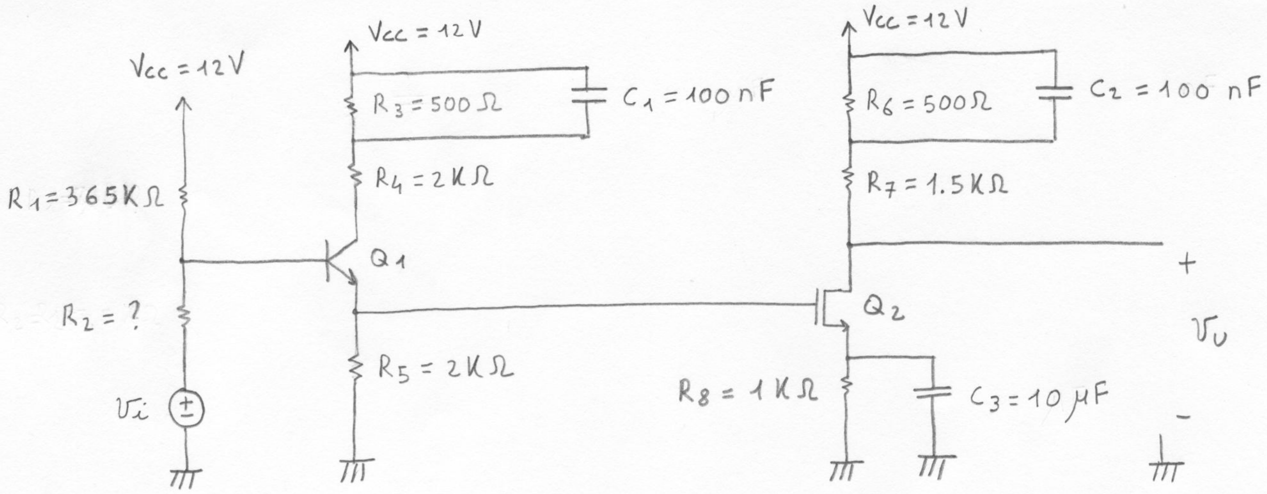
quindi per tutti i $v_{IN} > 0$ abbiamo che D conduce e

$v_U = v_1 \dfrac{R}{R+R} = \dfrac{v_1}{2} = -\dfrac{v_{IN}}{2}$.

Quindi la caratteristica ingresso-uscita è la seguente:



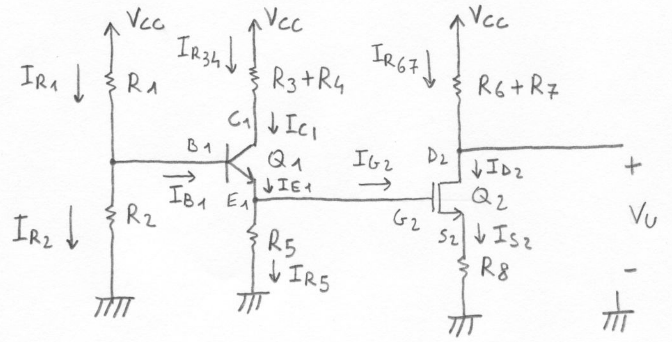
2)



per Q_1: $h_{FE} = 199$; per Q_2: $V_T = 1V$, $\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} = 2\ \frac{mA}{V}$

$(V_U)_Q = 8V$

In continua:



$V_U = 8V = V_{D2}$

$I_{R67} = \frac{V_{CC} - V_{D2}}{R_6 + R_7} = 2mA = I_{D2} = I_{S2}$

dato che $I_{G2} = 0$

$V_{S2} = R_8 I_{S2} = 2V$

$I_{G2} = 0$

ipotesi 1: Q_2 in saturazione

$I_{D2} = K(V_{GS2} - V_T)^2$

con $K = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} = 2\ \frac{mA}{V}$

$V_{GS2} = V_T \cancel{\pm} \sqrt{\frac{I_{D2}}{K}} = 2V > V_T$

un mos a canale n conduce se $V_{GS2} > V_T$

$V_{DS2} = V_{D2} - V_{S2} = 6V > V_{GS2} - V_T = 1V \longrightarrow$ ipotesi 1 verificata

$V_{G2} = V_{GS2} + V_{S2} = 4V = V_{E1}$

$I_{R5} = \frac{V_{E1}}{R_5} = 2mA = I_{E1}$ (dato che $I_{G2} = 0$)

ipotesi 2: Q_1 in zona attiva diretta

$I_{E1} = I_{B1} + I_{C1} = I_{B1} + h_{FE} I_{C1} = (h_{FE}+1) I_{B1} \rightarrow I_{B1} = \frac{I_{E1}}{h_{FE}+1} = 10\mu A > 0$

$I_{C1} = h_{FE} I_{B1} = 1.99\ mA$

$V_{C1} = V_{CC} - (R_3 + R_4) I_{C1} = 7.025V$

$V_{CE1} = V_{C1} - V_{E1} = 3.025V > V_{CEsat} \approx 0.1V \longrightarrow$ ipotesi 2 verificata

$V_{B1} = V_{E1} + V_{BE1} = 4.7V$

$I_{R1} = \frac{V_{CC} - V_{B1}}{R_1} = 20\mu A$

$I_{R2} = I_{R1} - I_B = 10\mu A$

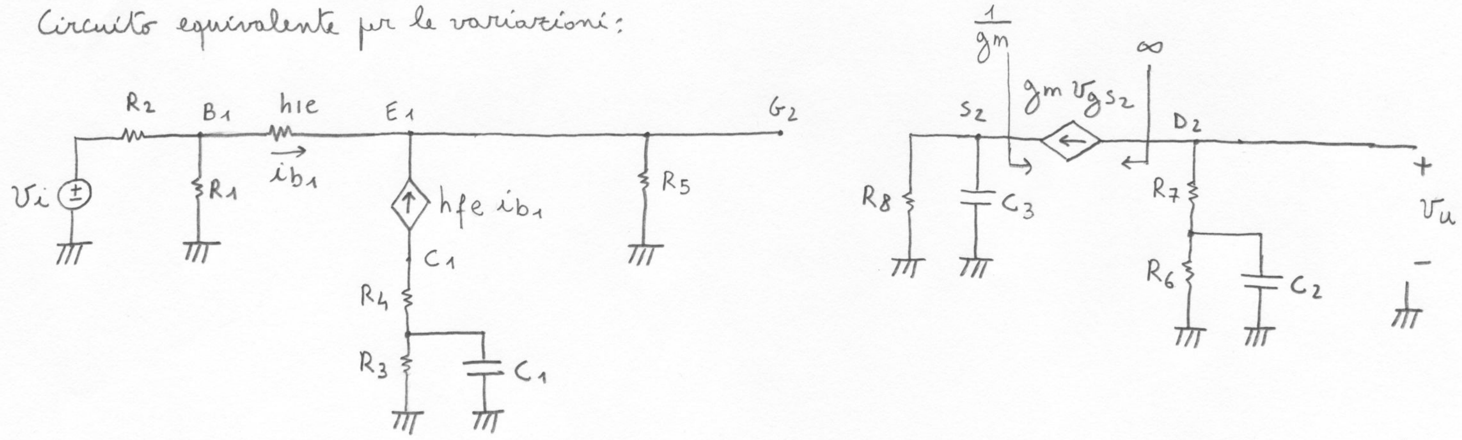
$R_2 = \frac{V_{B1}}{I_{R2}} = 470K\Omega$

3) $R_2 = 500\,K\Omega$

per Q_1: $h_{fe} = 200$, $h_{ie} = 5\,K\Omega$

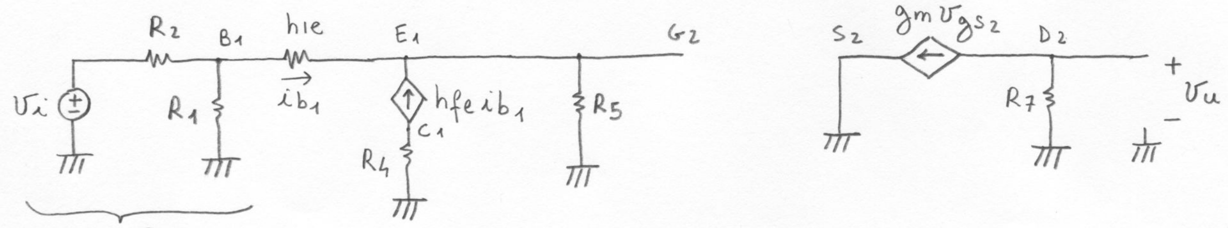
per Q_2: $g_m = 4\ \frac{mA}{V}$

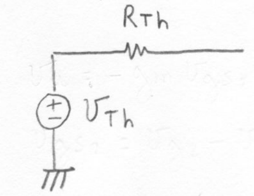
Circuito equivalente per le variazioni:



3 condensatori, nessuna maglia impropria → 3 poli

Calcoliamo $A_v(\infty)$ chiudendo i tre condensatori:





con $v_{Th} = v_i \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}$

$R_{Th} = R_1 // R_2$

$v_u = -R_7\, g_m\, v_{gs_2}$

$v_{gs_2} = v_{g_2}$

$v_{g_2} = R_5 (i_{b_2} + h_{fe}\, i_{b_2}) = R_5 (1 + h_{fe})\, i_{b_2}$

$v_{Th} = R_{Th}\, i_{b_1} + h_{ie}\, i_{b_1} + R_5 (i_{b_1} + h_{fe}\, i_{b_1}) = i_{b_1} (R_{Th} + h_{ie} + R_5 (1 + h_{fe})) \rightarrow$

$$i_{b_1} = \frac{v_{Th}}{R_{Th} + h_{ie} + R_5 (1 + h_{fe})} = v_i \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{v_{Th}}{R_1 // R_2 + h_{ie} + R_5 (1 + h_{fe})}$$

$$A_v(\infty) = \frac{v_u}{v_i} = -R_7\, g_m \frac{R_5 (1 + h_{fe})}{R_1 // R_2 + h_{ie} + R_5 (1 + h_{fe})} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = -1.64694$$

(negativo, come è giusto che sia dato che si tratta di uno stadio a collettore comune, non invertente, e di uno stadio a source comune, invertente, in cascata)

$|A_v(\infty)|_{dB} = 4.3336\ dB$

$A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow$ numero zeri = numero poli = 3

C_1 non influenza l'uscita; infatti $h_{fe}\, i_{b_1}$ non dipende da ciò che c'è sul collettore del Q_1 (in quanto $i_{b_1} = \dfrac{v_{Th}}{R_{Th} + h_{ie} + R_5 (h_{fe} + 1)}$) e quindi ciò che c'è sul collettore del Q_1 non può avere alcun effetto su v_u; quindi C_1 introduce un polo e uno zero coincidenti (cioè $\omega_{z_1} = \omega_{p_1}$)

$R_{VC2} = R_6 // (R_7 + \infty) = R_6 = 500\,\Omega$

$\omega_{P2} = \dfrac{1}{C_2 R_{VC2}} = 20000 \text{ rad/s} \rightarrow f_{P2} = \dfrac{\omega_{P2}}{2\pi} = 3183.1 \text{ Hz}$

la v_u si annulla per la s per cui $R_7 + R_6 // \frac{1}{C_2 s} = 0$ perché in questa condizione l'uscita si trova in parallelo a un cortocircuito

$$R_7 + R_6 // \frac{1}{C_2 s} = R_7 + \frac{R_6 \frac{1}{C_2 s}}{R_6 + \frac{1}{C_2 s}} = R_7 + \frac{R_6}{1 + R_6 C_2 s} = \frac{R_7 + R_6 R_7 C_2 s + R_6}{1 + R_6 C_2 s} = 0 \rightarrow$$

$$R_6 + R_7 + R_6 R_7 C_2 s = 0 \rightarrow s = -\frac{R_6 + R_7}{R_6 R_7 C_2} = -\frac{1}{C_2 (R_6 // R_7)} \rightarrow \omega_{Z2} = \frac{1}{C_2 (R_6 // R_7)} =$$

$$= 26'666.\bar{6} \ \frac{\text{rad}}{s} \rightarrow f_{Z2} = \frac{\omega_{Z2}}{2\pi} = 4244.132 \text{ Hz}$$

$R_{VC3} = R_8 // \dfrac{1}{g_m} = 200\,\Omega$

$\omega_{P3} = \dfrac{1}{C_3 R_{VC3}} = 500 \ \dfrac{\text{rad}}{s} \rightarrow f_{P3} = \dfrac{\omega_{P3}}{2\pi} = 79.577 \text{ Hz}$

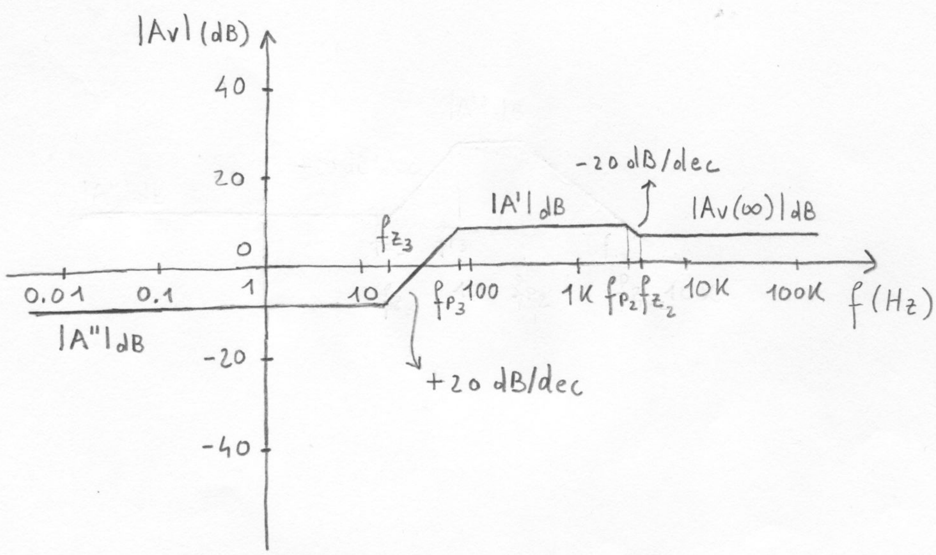
la v_u si annulla per la s per cui $R_8 // \frac{1}{C_3 s} = \infty$ perché (chiamando $Z_{S2} = R_8 // \frac{1}{C_3 s}$) abbiamo che $v_{gs2} = v_{g2} - v_{s2} = v_{g2} - Z_{s2}\, g_m v_{gs2} \rightarrow (1 + Z_{s2} g_m) v_{gs2} = v_{g2} \rightarrow$ $v_{gs2} = \dfrac{v_{g2}}{1 + Z_{s2} g_m}$, per cui quando $Z_{s2} = \infty$ si annulla la v_{gs2} e quindi la v_u

$$R_8 // \frac{1}{C_3 s} = \frac{R_8 \frac{1}{C_3 s}}{R_8 + \frac{1}{C_3 s}} = \frac{R_8}{1 + R_8 C_3 s} = \infty \rightarrow 1 + R_8 C_3 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_8 C_3} \rightarrow$$

$$\omega_{Z3} = \frac{1}{R_8 C_3} = 100 \ \frac{\text{rad}}{s} \rightarrow f_{Z3} = \frac{\omega_{Z3}}{2\pi} = 15.9155 \text{ Hz}$$

La funzione di trasferimento è

$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{(s + \omega_{Z2})(s + \omega_{Z3})}{(s + \omega_{P2})(s + \omega_{P3})}$$



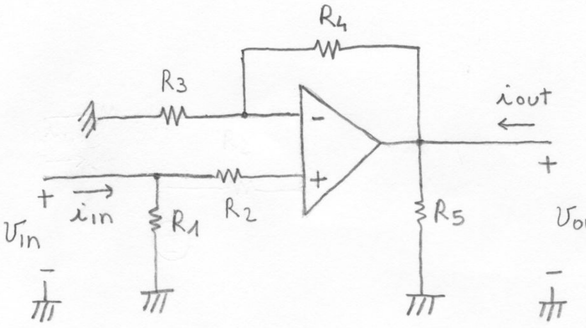
$|A'| = |A_v(\infty)| \dfrac{f_{Z2}}{f_{P2}} = 2.19591$

$|A'|_{dB} = 6.8323 \text{ dB}$

$|A''| = |A'| \dfrac{f_{Z3}}{f_{P3}} = 0.43919$

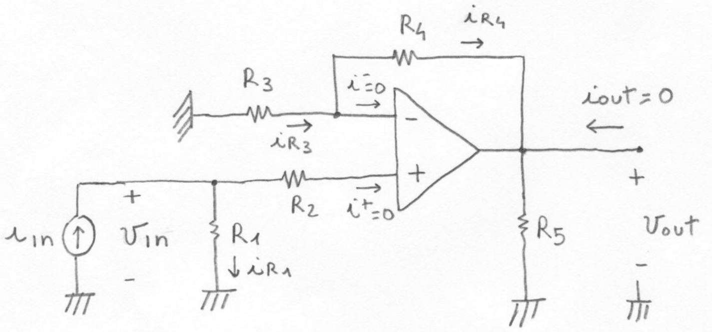
$|A''|_{dB} = -7.147 \text{ dB}$

4)



$$\begin{cases} v_{out} = r_f\, i_{in} + r_o\, i_{out} \\ v_{in} = r_i\, i_{in} + r_r\, i_{out} \end{cases}$$

$r_f = \left.\dfrac{v_{out}}{i_{in}}\right|_{i_{out}=0}$; $r_i = \left.\dfrac{v_{in}}{i_{in}}\right|_{i_{out}=0}$



per il c.c.v. $i^- = 0 \rightarrow i_{R3} = i_{R4}$

$i^+ = 0 \rightarrow$ non c'è caduta su R_2

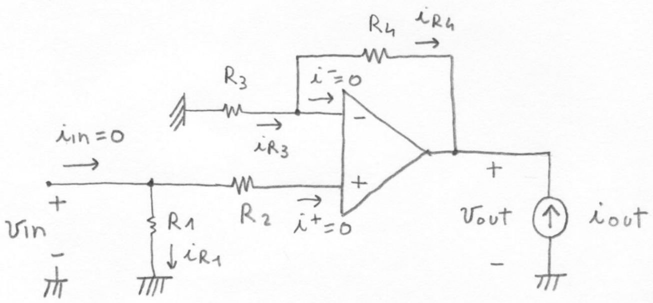
$v^- = v^+$

essendo $i^+ = 0$, $i_{R1} = i_{in} \rightarrow v_{in} = R_1 i_{R1} = R_1 i_{in} \rightarrow r_i = \dfrac{v_{in}}{i_{in}} = R_1$

non essendoci caduta su R_2, $v^+ = v_{in} = R_1 i_{in} = v^- \rightarrow i_{R3} = \dfrac{0 - v^-}{R_3} = -\dfrac{R_1 i_{in}}{R_3} = i_{R4} \rightarrow$

$v_{out} = v^- - R_4 i_{R4} = R_1 i_{in} - R_4 \left(-\dfrac{R_1 i_{in}}{R_3}\right) = R_1 i_{in} \underbrace{\left(1 + \dfrac{R_4}{R_3}\right)}_{\text{guadagno dell'amplificatore non invertente}} \rightarrow r_f = R_1 \left(1 + \dfrac{R_4}{R_3}\right)$

$r_o = \left.\dfrac{v_{out}}{i_{out}}\right|_{i_{in}=0}$; $r_r = \left.\dfrac{v_{in}}{i_{out}}\right|_{i_{in}=0}$



per il c.c.v. $i^- = 0 \rightarrow i_{R3} = i_{R4}$

$i^+ = 0 \rightarrow$ non c'è caduta su R_2

$v^- = v^+$

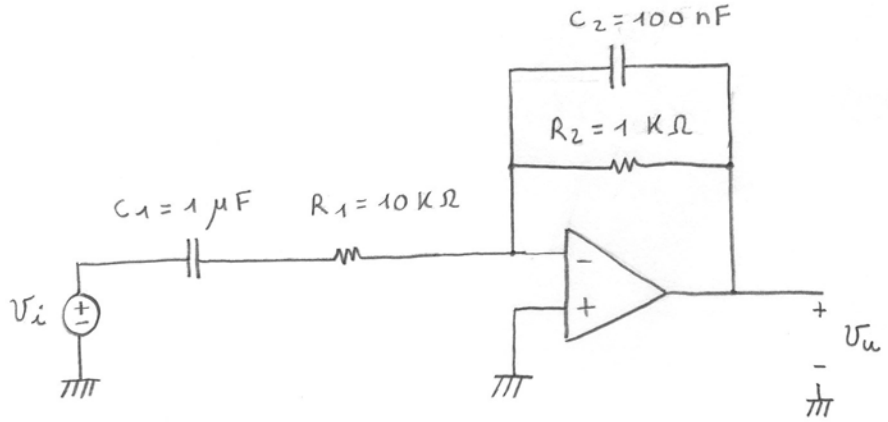
essendo $i^+ = 0$, $i_{R1} = i_{in} = 0 \rightarrow v_{in} = R_1 i_{R1} = 0 \rightarrow$

$r_r = \dfrac{v_{in}}{i_{out}} = 0$

non essendoci caduta su R_2, $v^+ = v_{in} = 0 = v^- \rightarrow i_{R3} = \dfrac{0-0}{R_3} = 0 = i_{R4} \rightarrow$

$v_{out} = v^- - R_4 i_{R4} = 0 - R_4 \cdot 0 = 0 \rightarrow r_o = \dfrac{v_{out}}{i_{out}} = 0$

5)



$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{C_1 s} = \frac{1 + R_1 C_1 s}{C_1 s}$$

$$Z_2 = R_2 // \frac{1}{C_2 s} = \frac{R_2 \frac{1}{C_2 s}}{R_2 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{R_2}{1 + R_2 C_2 s}$$

usando il cortocircuito virtuale abbiamo che:

$$H(s) = \frac{V_u}{V_i} = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{R_2 C_1 s}{(1+R_1 C_1 s)(1+R_2 C_2 s)} =$$

$$= -\frac{R_2 \cancel{C_1}}{R_1 \cancel{C_1}} \frac{s}{\left(s + \frac{1}{R_1 C_1}\right)\left(1 + \frac{s}{\frac{1}{R_2 C_2}}\right)} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{s}{(s + \omega_{P1})\left(1 + \frac{s}{\omega_{P2}}\right)}$$

che ha uno zero nell'origine ($\omega_{Z1} = 0 \rightarrow f_{Z1} = 0$) e due poli in:

$$1 + R_1 C_1 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_1 C_1} \rightarrow \omega_{P1} = \frac{1}{R_1 C_1} = 100 \text{ rad/s} \rightarrow$$

$$f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 15.9155 \text{ Hz}$$

$$1 + R_2 C_2 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_2 C_2} \rightarrow \omega_{P2} = \frac{1}{R_2 C_2} = 10'000 \text{ rad/s} \rightarrow$$

$$f_{P2} = \frac{\omega_{P2}}{2\pi} = 1591.55 \text{ Hz} \quad ;$$

il coefficiente moltiplicativo vale $-\frac{R_2}{R_1} = -0.1$;
si tratta di un filtro passa-banda con limite inferiore di banda f_{P1}, limite superiore di banda f_{P2} e guadagno in banda passante

$$H_{CB} = \lim_{\omega_{P1} << |s| << \omega_{P2}} H(s) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{s}{s \cdot 1} = -\frac{R_2}{R_1} = -0.1 \rightarrow |H_{CB}|_{dB} = -20 \text{ dB}$$

infatti il diagramma di Bode del modulo è il seguente: