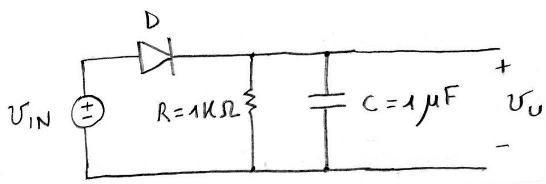
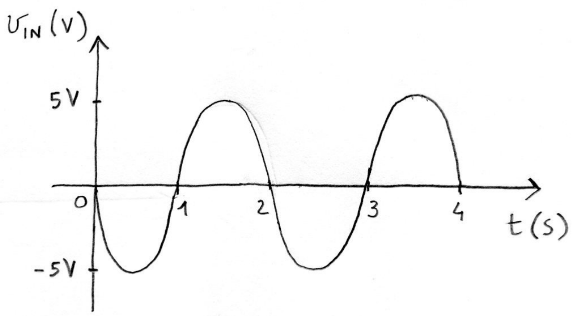
Scheda: **A22_04**	Data: **5 aprile 2022**

Cognome	Nome	Matricola

ESERCIZIO N°1
6.5 punti (4)

Si consideri il circuito rappresentato a sinistra in figura. Ipotizzando il condensatore inizialmente scarico, si ricavi passo passo e si disegni l'andamento nel tempo, per $0 \leq t \leq 4$ s, della tensione $v_U(t)$ in uscita da tale circuito quando in ingresso al circuito si applica la tensione $v_{IN}(t)$ il cui andamento nel tempo è rappresentato a destra in figura. In particolare, si specifichi in quali intervalli di tempo il diodo conduce e in quali è interdetto. Per quanto riguarda gli istanti di tempo in cui il diodo inizia a condurre o si interdice, nel caso questo comporti dei calcoli è sufficiente scrivere l'equazione che è necessario imporre per valutarli, senza risolverla. Si consideri il diodo ideale.





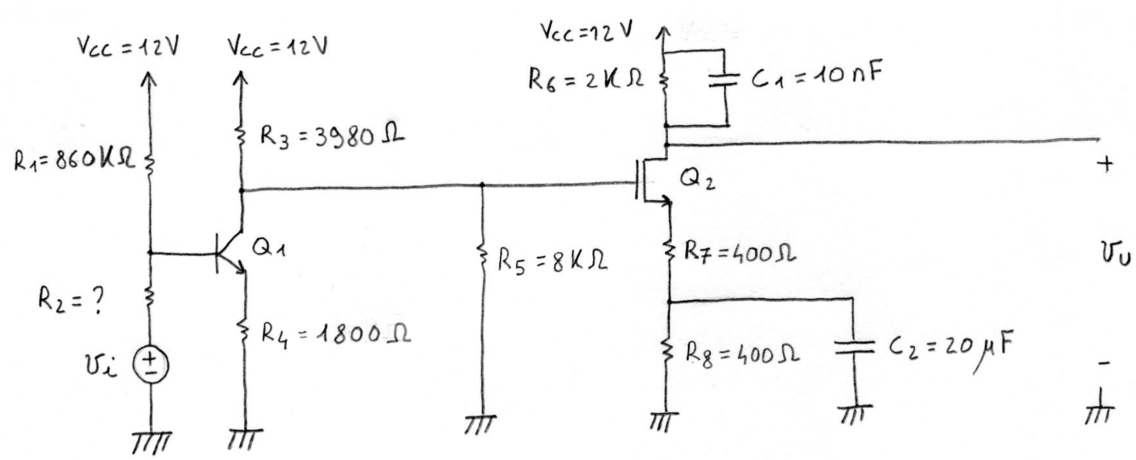
$$v_{IN}(t) = -V_M \sin(\omega t)$$

con $V_M = 5\,V$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\ sec}$$

ESERCIZIO N°2
7 punti (4)

Con riferimento al circuito in figura, ipotizzando Q_1 (transistore BJT npn) in zona attiva diretta e Q_2 (transistore MOS a canale n) in saturazione e sapendo che la tensione V_U a riposo è pari a 6 V, si ricavi il valore della resistenza R_2. Si determini il punto di lavoro di Q_1 e Q_2 e si verifichino le ipotesi fatte sullo stato dei due transistori.



per Q_1: $h_{FE1} = 299$; per Q_2: $V_{T_2} = 0.64\,V$; a riposo $V_U = 6\,V$

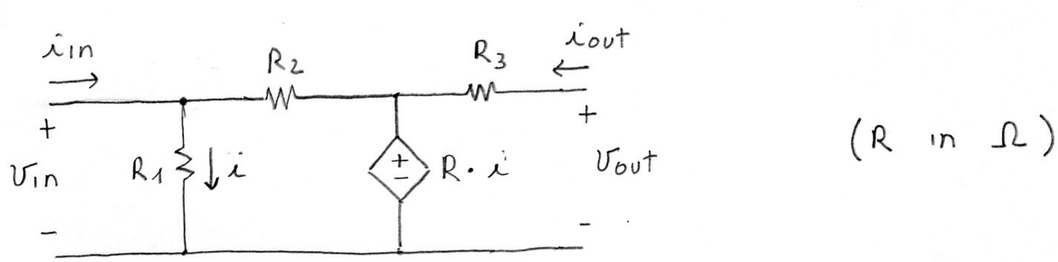
$$\frac{1}{2}\mu_n C_{ox} \frac{W_2}{L_2} = 3\ \frac{mA}{V^2}$$

ESERCIZIO N°3
7.5 punti (4)

Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui però stavolta si assuma $R_2 = 500$ KΩ. Considerando per Q_1: $h_{ie1} = 6$ KΩ, $h_{fe1} = 310$ e per Q_2: $g_{m2} = 6$ mA/V, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_i$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa). Il diagramma di Bode non è richiesto.
[Ricordarsi che, nel caso il guadagno all'infinito $A_v(\infty)$ sia nullo ma quello per frequenza tendente a zero $A_v(0)$ (valutato sul circuito per le variazioni con tutti i condensatori aperti) sia diverso da zero, si può sfruttare il valore di $A_v(0)$ per ricavare la costante moltiplicativa della funzione di traferimento, facendo poi attenzione a scrivere in modo coerente l'espressione dell'$A_v(s)$.]

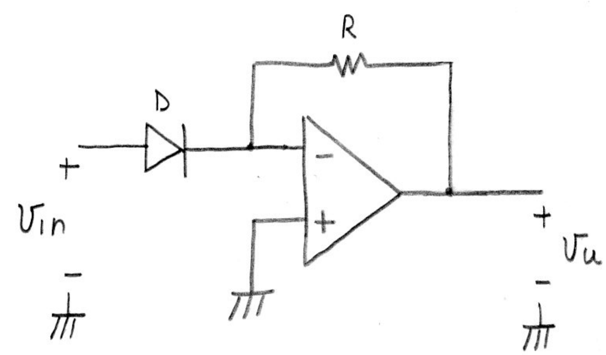
ESERCIZIO N°4
6.5 punti (4)

Si ricavino i parametri f del quadripolo mostrato in figura (le porte di ingresso e di uscita del quadripolo sono quelle alle quali in figura sono prese, rispettivamente, le tensioni v_{in} e v_{out}). R è un coefficiente moltiplicativo espresso in Ω.
[La corrente che scorre in R_2 può essere valutata dividendo la differenza di potenziale ai suoi capi per R_2 stessa.]

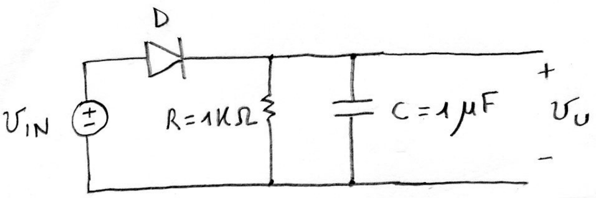


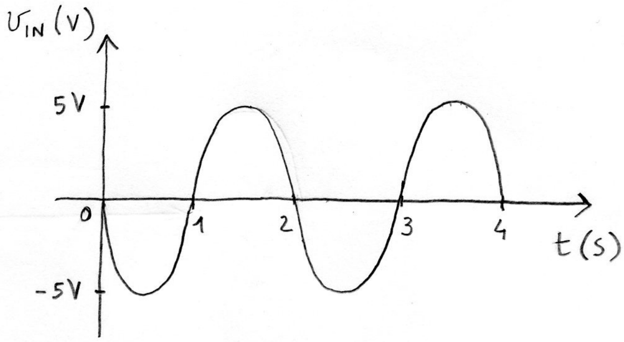
ESERCIZIO N°5
5.5 punti (4)

Per il circuito mostrato nella seguente figura, si trovi la relazione che lega la tensione di uscita alla tensione di ingresso, considerando l'amplificatore operazionale ideale e sfruttando per il diodo la relazione tra tensione e corrente data dall'equazione di Shockley: $i_D = I_S(e^{v_D/(\eta V_T)} - 1)$.



1)





$$v_{IN}(t) = -V_M \sin(\omega t)$$

con $V_M = 5V$

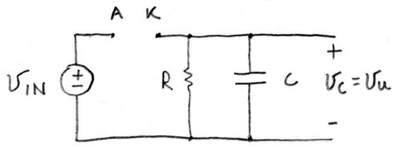
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\text{ sec}}$$

C inizialmente scarico ;

per $t=0$ $v_U = v_C = 0$;

poi per t maggiori inizialmente la v_{IN} diventa negativa ; visto che la tensione sul catodo rispetto al nodo inferiore inizialmente è nulla , l'ipotesi più probabile è che il diodo D sia interdetto

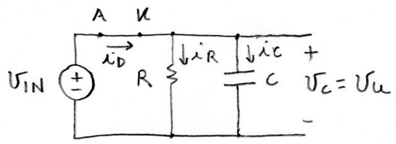
ipotesi : D interdetto



abbiamo il blocco RC senza eccitazione con condensatore inizialmente scarico → il condensatore rimane scarico (in quanto non solo $v_C(t_{in}) = 0$ ma anche $v_C(t_{asintotico}) = 0$) → $v_C = 0$

verifica dell' ipotesi : $v_{AK} = v_{IN} - v_u = v_{IN} - 0 = v_{IN} < 0$, vero fino a $t = 1s$;
dopo $t = 1s$ quest' ipotesi viene meno, quindi ipotizziamo che il diodo conduca

ipotesi : D conduce

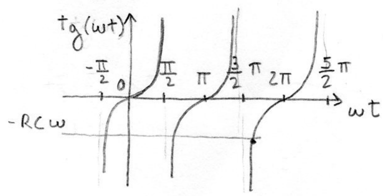


$v_u = v_C = v_{IN}$

verifica dell' ipotesi : $i_D = i_R + i_C = \frac{v_{IN}}{R} + C\frac{d\,v_{IN}}{dt} > 0$ sicuramente vero per $1s < t < 1.5s$
perché in tale intervallo $v_{IN} > 0$ e $\frac{d\,v_{IN}}{dt} > 0$, ma la disuguaglianza continua ad essere verificata anche dopo 1.5 s, fino ad un istante t^* tale che $\frac{v_{IN}(t^*)}{R} + C\frac{d\,v_{IN}}{dt}\Big|_{t=t^*} = 0$ →

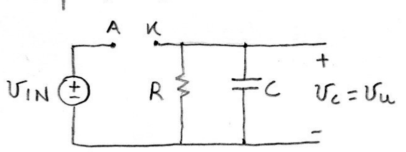
$-\frac{V_M}{R}\operatorname{sen}(\omega t^*) - C\omega V_M\cos(\omega t^*) = 0$ → $\operatorname{tg}(\omega t^*) = -RC\omega$ →

$\omega t^* = \operatorname{arctg}(-RC\omega) + 2\pi$ → $t^* = \frac{\operatorname{arctg}(-RC\omega) + 2\pi}{\omega}$;



dopo t^* quest' ipotesi viene meno , quindi ipotizziamo che il diodo sia interdetto

ipotesi : D interdetto

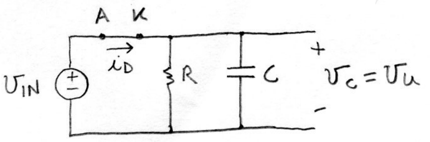


abbiamo il blocco RC senza eccitazione con condensatore inizialmente alla tensione finale della fase precedente $v_{IN}(t^*)$ e che si scarica verso la tensione nulla con costante di tempo $RC = 1\,ms$ con l'andamento:

$$v_C(t) = v_u(t) = v_{IN}(t^*)\, e^{-\frac{t-t^*}{RC}}$$

verifica dell' ipotesi : $v_{AK} = v_{IN} - v_u < 0$ → $v_{IN} < v_u$, vero fino all' istante t^{**} per cui
$v_{IN}(t^{**}) = v_u(t^{**})$ cioè $-V_M\operatorname{sen}(\omega t^{**}) = v_{IN}(t^*)\, e^{-\frac{t^{**}-t^*}{RC}}$

dopo t^{**} quest' ipotesi viene meno , quindi ipotizziamo che il diodo conduca ipotesi: D conduce

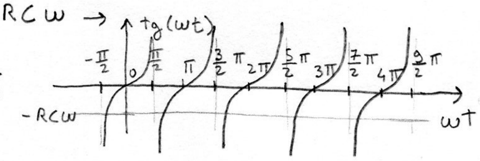


$$V_u = V_C = V_{IN}$$

verifica dell'ipotesi: $i_D = i_R + i_C = \frac{V_{IN}}{R} + C\frac{dV_{IN}}{dt} > 0$ sicuramente vero per $t^{**} < t < 3.5\,s$ perché in tale intervallo $V_{IN} > 0$ e $\frac{dV_{IN}}{dt} > 0$, ma la disuguaglianza continua ad essere verificata anche dopo $3.5\,s$, fino ad un istante t^{***} tale che $\frac{V_{IN}(t^{***})}{R} + C\left.\frac{dV_{IN}}{dt}\right|_{t=t^{***}} = 0 \rightarrow$

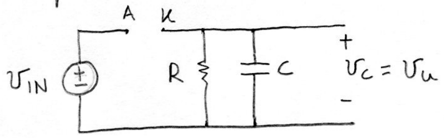
$$-\frac{V_M}{R}\,\mathrm{sen}(\omega t^{***}) - C\omega V_M \cos(\omega t^{***}) = 0 \rightarrow \mathrm{tg}(\omega t^{***}) = -RC\omega \rightarrow$$

$$\omega t^{***} = \mathrm{arctg}(-RC\omega) + 4\pi \rightarrow t^{***} = \frac{\mathrm{arctg}(-RC\omega) + 4\pi}{\omega}\ ;$$



dopo t^{***} quest'ipotesi viene meno, quindi ipotizziamo che il diodo sia interdetto

ipotesi: D interdetto



abbiamo il blocco RC senza eccitazione con condensatore inizialmente alla tensione finale della fase precedente $V_{IN}(t^{***})$ e che si scarica verso la tensione nulla con costante di tempo $RC = 1\,ms$ con l'andamento:

$$V_C(t) = V_u(t) = V_{IN}(t^{***})\,e^{-\frac{t-t^{***}}{RC}}$$

verifica dell'ipotesi: $V_{AK} = V_{IN} - V_u < 0 \rightarrow V_{IN} < V_u$, sicuramente vero fino all'istante $(4\,s)$ finale di analisi

Quindi:

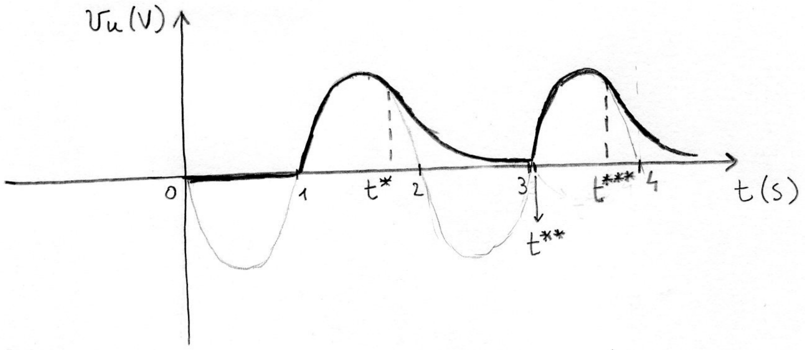
per $0 < t < 1\,s$: D interdetto e $V_u(t) = 0$

per $1\,s < t < t^{*}$: D conduce e $V_u(t) = V_{IN}(t)$

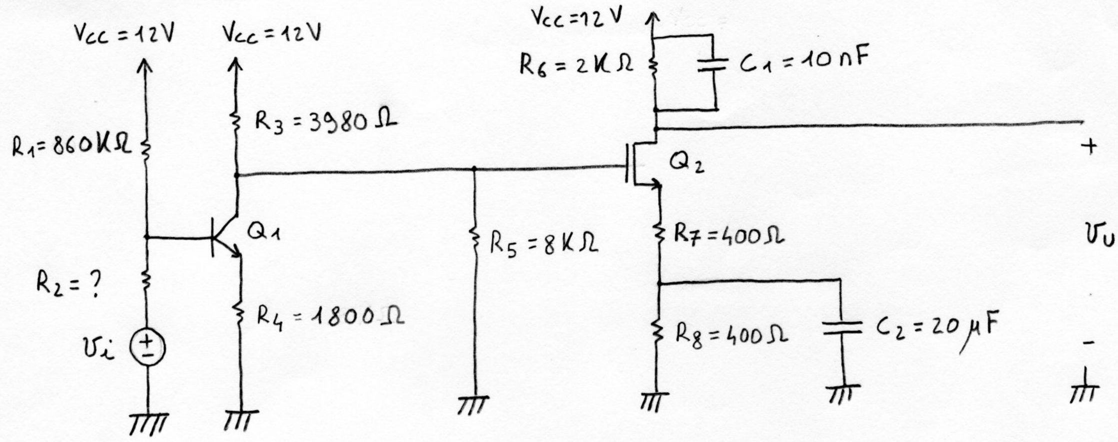
per $t^{*} < t < t^{**}$: D interdetto e $V_u(t) = V_{IN}(t^{*})\,e^{-\frac{t-t^{*}}{RC}}$

per $t^{**} < t < t^{***}$: D conduce e $V_u(t) = V_{IN}(t)$

per $t^{***} < t < 4\,s$: D interdetto e $V_u(t) = V_{IN}(t^{***})\,e^{-\frac{t-t^{***}}{RC}}$



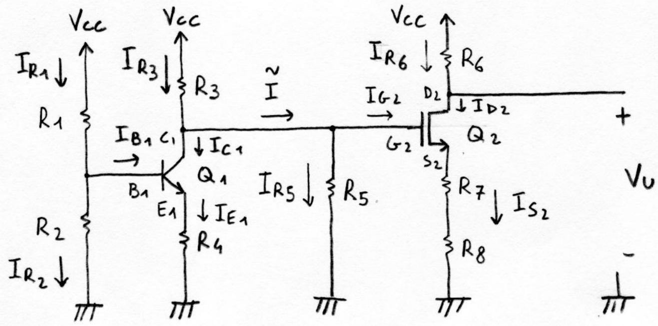
2)



per Q_1: $h_{FE1} = 299$; per Q_2: $V_{T_2} = 0.64V$; a riposo $V_U = 6V$

$$\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W_2}{L_2} = 3\,\frac{mA}{V^2}$$

In continua il circuito diventa:



$V_U = V_{D2} = 6V$

$I_{R6} = \dfrac{V_{CC} - V_U}{R_6} = 3\,mA = I_{D2} = I_{S2}$

(dato che $I_{G2} = 0$)

ipotesi 1: Q_2 in saturazione

$I_{D2} = K_2\,(V_{GS2} - V_{T2})^2$

con $K_2 = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W_2}{L_2} = 3\,\frac{mA}{V^2}$

$V_{GS2} = V_{T2} \cancel{\pm} \sqrt{\dfrac{I_{D2}}{K_2}} = 1.64\,V > V_{T2}$

(un mos a canale n conduce se $V_{GS} > V_T$)

$V_{S2} = (R_7 + R_8)\,I_{S2} = 2.4V$

$V_{G2} = V_{GS2} + V_{S2} = 4.04\,V = V_{C1}$

$V_{DS2} = V_{D2} - V_{S2} = 3.6V > V_{GS2} - V_{T2} = 1V \longrightarrow$ ipotesi 1 verificata

$I_{R5} = \dfrac{V_{G2}}{R_5} = 0.505\,mA = \tilde{I}$ (dato che $I_{G2} = 0$)

$I_{R3} = \dfrac{V_{CC} - V_{C1}}{R_3} = 2\,mA$

$I_{C1} = I_{R3} - \tilde{I} = 1.495\,mA$

ipotesi 2: Q_1 in zona attiva diretta

$I_{C1} = h_{FE1}\,I_{B1}$; $I_{E1} = I_{C1} + I_{B1} = (h_{FE1} + 1)\,I_{B1}$

$I_{B1} = \dfrac{I_{C1}}{h_{FE1}} = 5\,\mu A > 0$

$I_{E1} = I_{C1} + I_{B1} = 1.5\,mA$

$V_{E1} = R_4 I_{E1} = 2.7V$

$V_{CE1} = V_{C1} - V_{E1} = 1.34\,V > V_{CEsat} \approx 0.1\,V \longrightarrow$ ipotesi 2 verificato

$V_{B1} = V_{E1} + V_\gamma = 3.4V$

$I_{R1} = \dfrac{V_{CC} - V_{B1}}{R_1} = 10\,\mu A$

$I_{R2} = I_{R1} - I_{B1} = 5\,\mu A$

$R_2 = \dfrac{V_{B1}}{I_{R2}} = 680\,K\Omega$

$\left[\, g_{m2} = \dfrac{\partial I_{D2}}{\partial V_{GS2}}\Big|_Q = 2K_2\,(V_{GS2} - V_{T2}) = 6\,\dfrac{mA}{V} \,\right]$ NON RICHIESTO

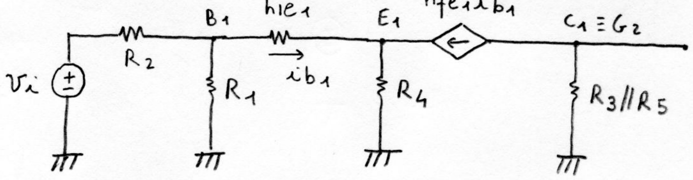
3) $R_2 = 500\,K\Omega$

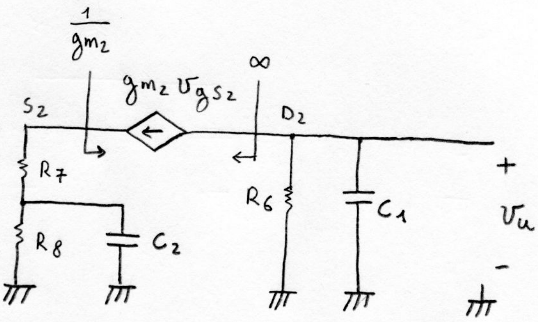
$h_{fe1} = 310$

$h_{ie1} = 6\,K\Omega$

$g_{m2} = 6\,\frac{mA}{V}$

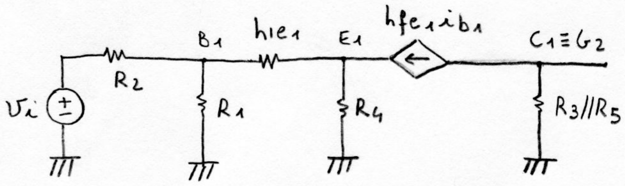
Circuito equivalente per le variazioni:

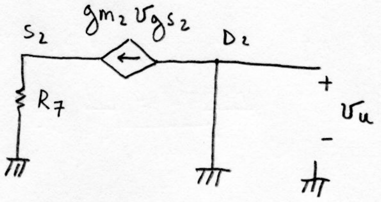




2 condensatori, nessuna maglia impropria $\rightarrow$ 2 poli

Calcoliamoci $A_v(\infty)$ chiudendo i due condensatori:



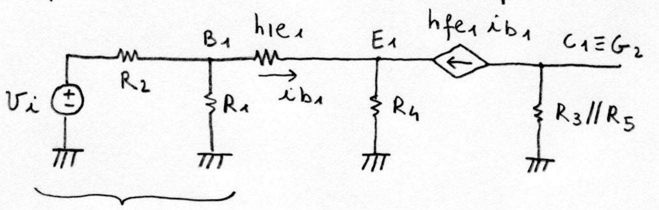


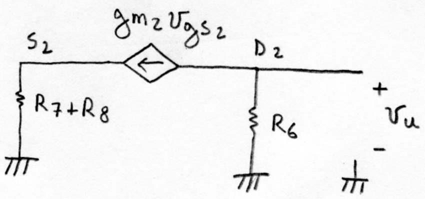
essendo v_u in parallelo a un cortocircuito, $v_u = 0 \rightarrow A_v(\infty) = \frac{v_u}{v_i} = 0$;

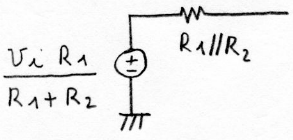
$A_v(\infty) = 0 \rightarrow$ numero zeri = (numero poli) − (numero dei condensatori che, indipendentemente da cosa fanno gli altri condensatori, portano a zero la tensione di uscita per $\omega \rightarrow \infty$) $= 2 - 1 = 1$;

infatti C_1 introduce uno zero all'infinito (perché v_u va a zero quando $\frac{1}{C_1 s} = 0 \rightarrow s = \infty$) cioè (detto in modo equivalente) non introduce uno zero;

per riuscire a trovare la costante moltiplicativa della funzione di trasferimento allora proviamo a calcolare $A_v(0)$ (cioè il guadagno per frequenza tendente a zero), considerando il circuito equivalente per le variazioni con C_1 e C_2 aperti:







(equivalente di Thevenin)

$$v_u = -R_6\, g_{m2}\, v_{gs2}$$

$$v_{gs2} = v_{g2} - v_{s2} = v_{g2} - (R_7 + R_8)\, g_{m2}\, v_{gs2} \rightarrow v_{gs2}\left(1 + (R_7 + R_8) g_{m2}\right) = v_{g2} \rightarrow$$

$$v_{gs2} = \frac{v_{g2}}{1 + (R_7 + R_8)\, g_{m2}}$$

$$v_{g2} = -(R_3 // R_5)\, h_{fe1}\, i_{b1}$$

$$\frac{v_i R_1}{R_1 + R_2} = (R_1 // R_2)\, i_{b1} + h_{ie1}\, i_{b1} + R_4 (h_{fe1} + 1)\, i_{b1} \rightarrow$$

$$i_{b1} = v_i \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{(R_1 // R_2) + h_{ie1} + R_4 (h_{fe1} + 1)}$$

$$A_v(0) = \frac{v_u}{v_i} = \frac{R_6\, g_{m2}}{1+(R_7+R_8)g_{m2}} \,(R_3 // R_5)\, h_{fe1}\, \frac{R_1}{R_1+R_2} \,\frac{1}{(R_1//R_2)+h_{ie1}+R_4(h_{fe1}+1)} = 1.222176$$

(positivo, come è giusto che sia dato che si tratta di uno stadio a emettitore comune, invertente, e di uno stadio a source comune, invertente, in cascata)

$|A_v(0)|_{dB} = 1.7427 \text{ dB}$

Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include C_1 e C_2)

$R_{VC1} = R_6 // \infty = R_6 = 2K\Omega$

$$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{VC1}} = 50 \frac{\text{Krad}}{s} \rightarrow f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 7957.747 \text{ Hz}$$

$$R_{VC2} = R_8 // \left(R_7 + \frac{1}{g_{m2}}\right) = 234.4828\ \Omega$$

$$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{VC2}} = 213.235 \frac{\text{rad}}{s} \rightarrow f_{P2} = \frac{\omega_{P2}}{2\pi} = 33.937 \text{ Hz}$$

la v_u si annulla per la s per cui $R_8 // \frac{1}{C_2 s} = \infty$ e quindi $Z_{S2} = R_7 + \left(R_8 // \frac{1}{C_2 s}\right) = \infty$ perché in tale condizione si ha che $v_{gs2} = v_{g2} - v_{s2} = v_{g2} - Z_{s2}\, g_{m2}\, v_{gs2} \rightarrow (1+Z_{s2}\, g_{m2})\, v_{gs2} = v_{g2} \rightarrow v_{gs2} = \frac{v_{g2}}{1+Z_{s2}\, g_{m2}}$ che per $Z_{s2} = \infty$ va a 0 portando a 0 anche v_u

$$R_8 // \frac{1}{C_2 s} = \frac{R_8 \frac{1}{C_2 s}}{R_8 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{R_8}{1+R_8 C_2 s} = \infty \rightarrow 1 + R_8 C_2 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_8 C_2} \rightarrow \omega_{Z2} = \frac{1}{R_8 C_2} = 125 \frac{\text{rad}}{s} \rightarrow$$

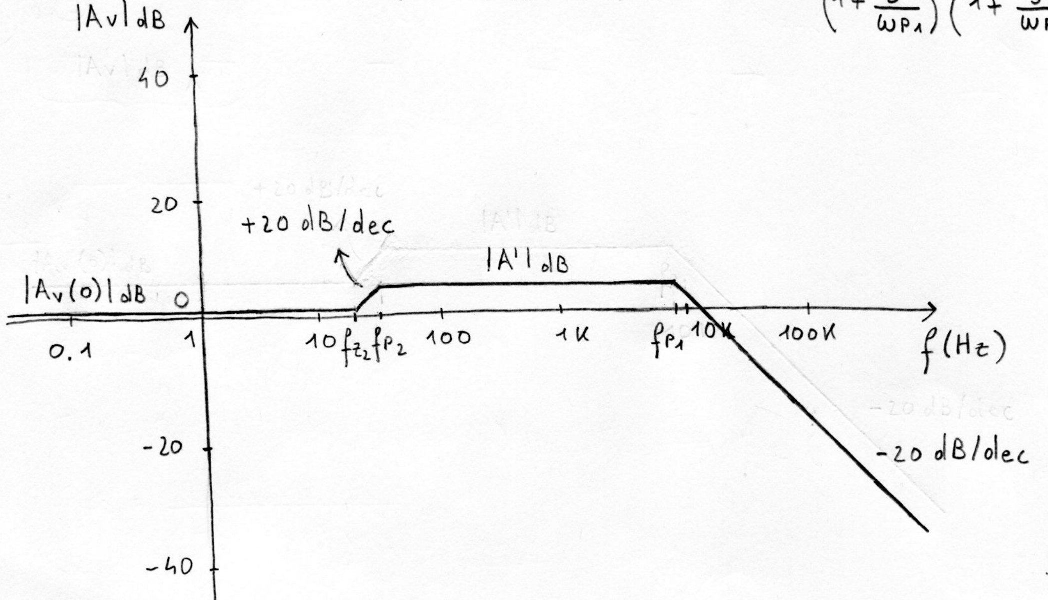
$$f_{Z2} = \frac{\omega_{Z2}}{2\pi} = 19.894 \text{ Hz}$$

La funzione di trasferimento è

$$A_v(s) = K \frac{s+\omega_{Z2}}{(s+\omega_{P1})(s+\omega_{P2})}$$

per $s=0$ abbiamo che $A_v(0) = K \frac{\omega_{Z2}}{\omega_{P1}\omega_{P2}} \rightarrow K = A_v(0) \frac{\omega_{P1}\omega_{P2}}{\omega_{Z2}}$, per cui

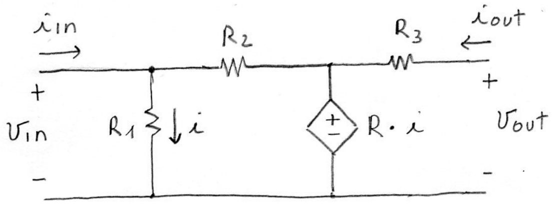
$$A_v(s) = A_v(0) \frac{\omega_{P1}\omega_{P2}}{\omega_{Z2}} \frac{s+\omega_{Z2}}{(s+\omega_{P1})(s+\omega_{P2})} = A_v(0) \frac{1+\frac{s}{\omega_{Z2}}}{\left(1+\frac{s}{\omega_{P1}}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_{P2}}\right)}$$



$$|A'| = |A_v(0)| \frac{f_{P2}}{f_{Z2}} = 2.085$$

$|A'|_{dB} = 6.38 \text{ dB}$

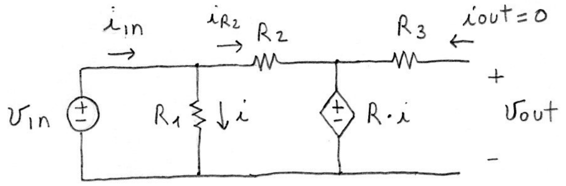
4)



$(R \text{ in } \Omega)$

$$\begin{cases} v_{out} = f_f\, v_{in} + f_o\, i_{out} \\ i_{in} = f_i\, v_{in} + f_r\, i_{out} \end{cases}$$

$f_f = \left.\dfrac{v_{out}}{v_{in}}\right|_{i_{out}=0}$ i $f_i = \left.\dfrac{i_{in}}{v_{in}}\right|_{i_{out}=0}$ ($i_{out}=0$ significa porta di uscita aperta)



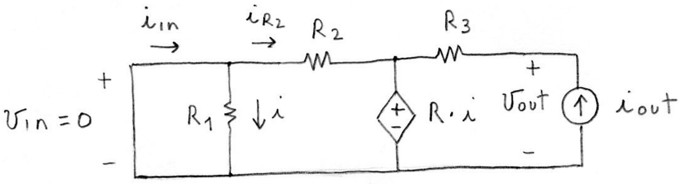
$$i = \frac{v_{in}}{R_1} \rightarrow R \cdot i = \frac{R}{R_1} \cdot v_{in}$$

$$v_{out} = (R \cdot i) + R_3 \cdot i_{out} = R \cdot i + R_3 \cdot 0 = R \cdot i = \frac{R}{R_1} v_{in} \rightarrow f_f = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{R}{R_1}$$

$$i_{in} = i + i_{R2} = i + \frac{R_1 \cdot i - (R \cdot i)}{R_2} = i\left(1 + \frac{R_1 - R}{R_2}\right) = i\,\frac{R_2 + R_1 - R}{R_2} = v_{in}\,\frac{R_2 + R_1 - R}{R_1 R_2} \rightarrow$$

$$f_i = \frac{i_{in}}{v_{in}} = \frac{R_2 + R_1 - R}{R_1 R_2}$$

$f_o = \left.\dfrac{v_{out}}{i_{out}}\right|_{v_{in}=0}$ i $f_r = \left.\dfrac{i_{in}}{i_{out}}\right|_{v_{in}=0}$ ($v_{in}=0$ significa porta di ingresso cortocircuitata)

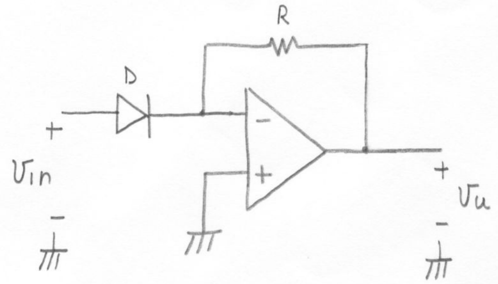


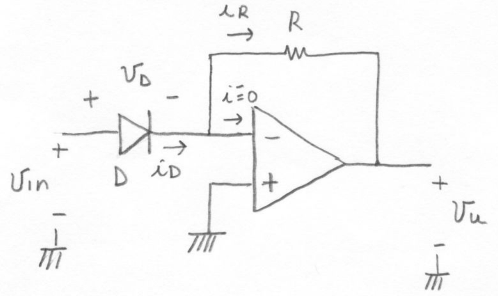
$$i = \frac{v_{in}}{R_1} = \frac{0}{R_1} = 0 \rightarrow R \cdot i = 0$$

$$i_{in} = i + i_{R2} = i + \frac{R_1 i - (R \cdot i)}{R_2} = 0 + \frac{0 - 0}{R_2} = 0 \rightarrow f_r = \frac{i_{in}}{i_{out}} = 0$$

poiché $(R \cdot i) = 0$ si ha che $v_{out} = R_3\, i_{out} \rightarrow f_o = \dfrac{v_{out}}{i_{out}} = R_3$

5)





per il c.c.v $\quad i^- = 0 \rightarrow i_R = i_D$

$$v^- = v^+ = 0 \quad ;$$

d'altra parte $i_D = I_S \left(e^{\frac{v_D}{\eta V_T}} - 1\right)$

con $V_T = \dfrac{K_B T}{q}$

e $v_D = v_{in} - v^- = v_{in}$

per cui $i_D = I_S \left(e^{\frac{v_{in}}{\eta V_T}} - 1\right) \quad ;$

quindi $v_u = v^- - R\, i_R = v^- - R\, i_D = -R\, i_D \rightarrow$

$$v_u = -R I_S \left(e^{\frac{v_{in}}{\eta V_T}} - 1\right)$$