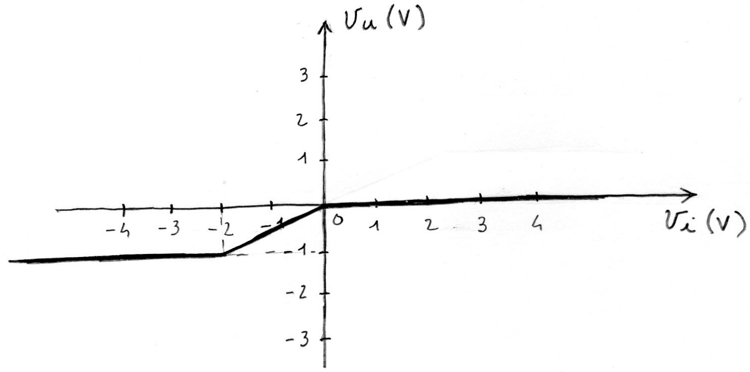
Scheda: **A22_05**	Data: **6 giugno 2022**

Cognome	Nome	Matricola

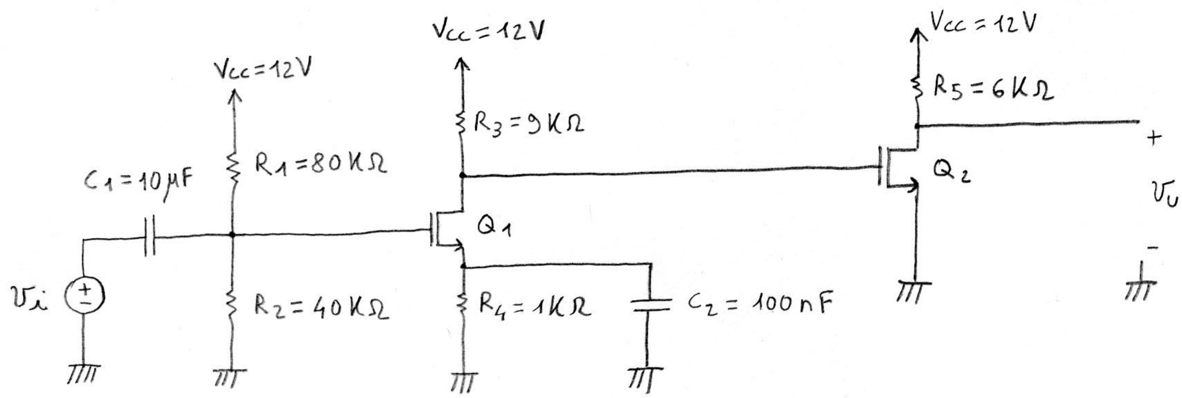
ESERCIZIO N°1
6.5 punti (4)

Si progetti e si dimensioni un circuito che possegga la caratteristica ingresso-uscita lineare a tratti mostrata in figura, indipendentemente dalla sorgente e dal carico applicati. Nello svolgimento dell'esercizio, si considerino tutti i componenti ideali.



ESERCIZIO N°2
7.5 punti (4)

Con riferimento al circuito in figura, determinare il punto di lavoro dei transistori Q_1 e Q_2 ed il valore della tensione di uscita V_U a riposo.
[Si consiglia di iniziare lo studio del circuito a riposo da Q_1; per l'analisi di Q_1 è necessario risolvere una semplice equazione di secondo grado.]



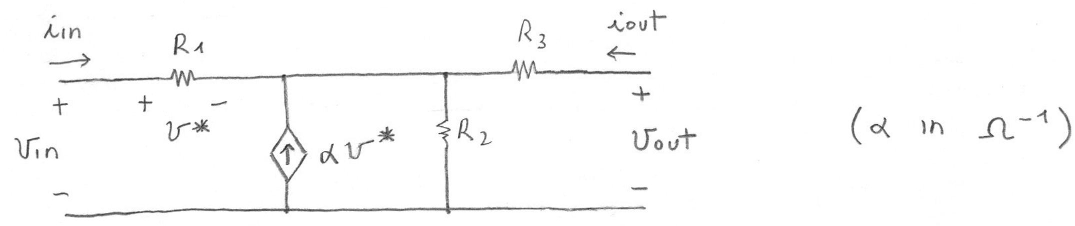
per Q_1 e Q_2: $V_T = 2\,V$, $\frac{1}{2}\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1\,\frac{mA}{V^2}$

ESERCIZIO N°3
7 punti (4)

Considerando il circuito mostrato nell'esercizio precedente, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_i$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa) e se ne disegni il diagramma di Bode del modulo. Sia per Q_1 che per Q_2 si consideri $g_m = 2$ mA/V.

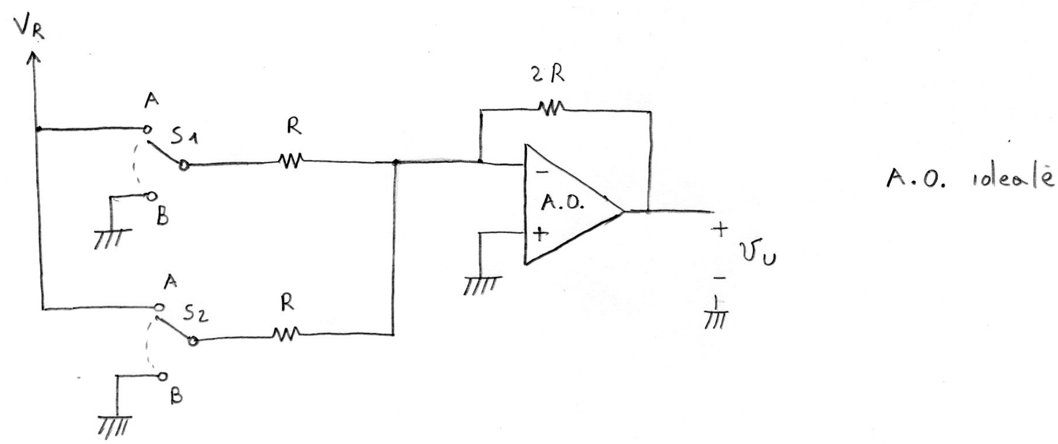
ESERCIZIO N°4
6 punti (4)

Si ricavino i parametri h_f e h_i per il quadripolo mostrato nella seguente figura.

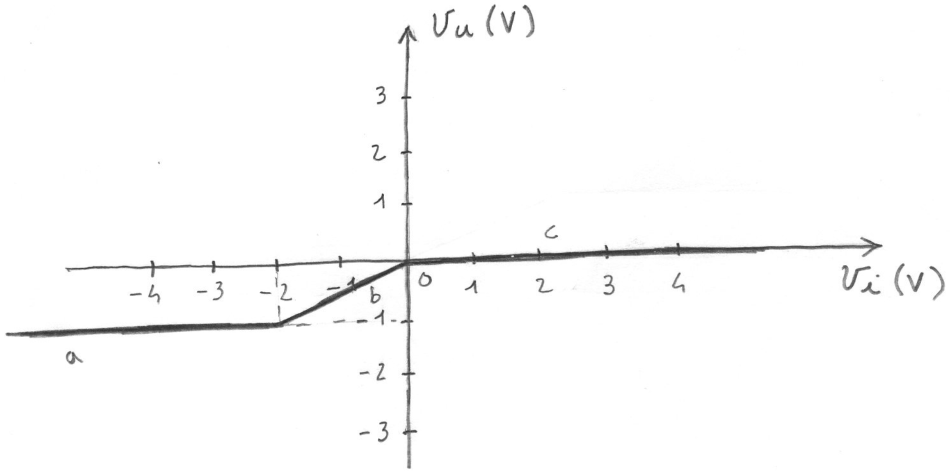


ESERCIZIO N°5
6 punti (4)

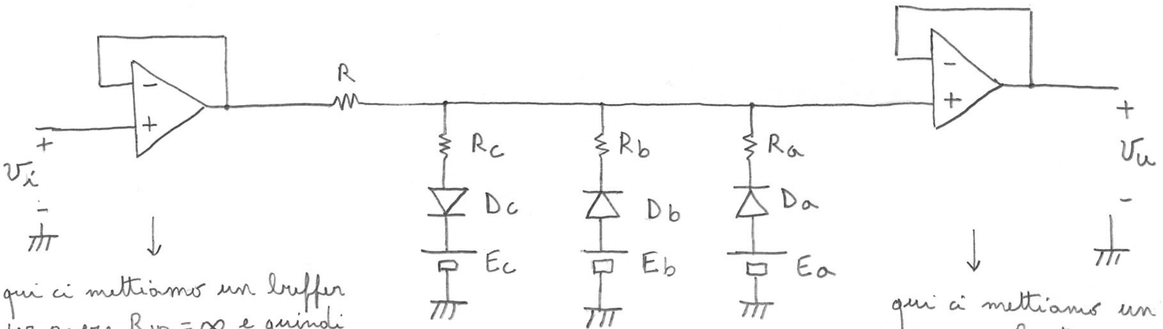
Si consideri il seguente circuito, in cui S_1 e S_2 sono due interruttori (o meglio deviatori) il cui terminale destro è fisso e il cui terminale sinistro può essere collegato alternativamente al nodo A o al nodo B. Si calcoli, in termini delle quantità V_R e R, il valore della tensione in uscita V_U per tutte le quattro possibili posizioni dei deviatori (S_1 in A e S_2 in A, S_1 in A e S_2 in B, S_1 in B e S_2 in A, S_1 in B e S_2 in B). Si consideri l'amplificatore operazionale ideale.



1)



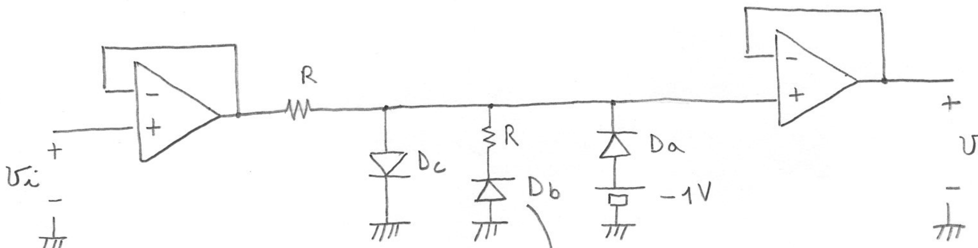
le pendenze dei tratti a, b e c sono pari rispettivamente a: $p = 0$, $p = \frac{0-(-1)}{0-(-2)} = \frac{1}{2}$ e $p = 0$;
è una caratteristica ingresso-uscita lineare a tratti con pendenze tutte positive, minori o uguali a 1 e decrescenti allontanandosi dall'origine;
quindi questa relazione può essere realizzata con una rete di questo tipo:



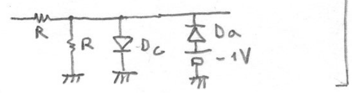
qui ci mettiamo un buffer per avere $R_{in} = \infty$ e quindi un comportamento indipendente dal valore della resistenza della sorgente

qui ci mettiamo un buffer per avere $R_{OUT} = 0$ e quindi un comportamento indipendente dal valore della resistenza del carico

E_c è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto c, quindi $E_c = 0$;
E_b è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto b, quindi $E_b = 0$;
E_a è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto a, quindi $E_a = -1V$;
quando $v_i > 0$ conduce solo il diodo D_c, la $\frac{\partial v_u}{\partial v_i} = \frac{R_c}{R+R_c}$, quindi per avere pendenza 0 dobbiamo avere $R_c = 0$;
quando $-2V < v_i < 0$ conduce solo il diodo D_b, la $\frac{\partial v_u}{\partial v_i} = \frac{R_b}{R+R_b}$, quindi per avere pendenza $\frac{1}{2}$ dobbiamo avere $\frac{R_b}{R+R_b} = \frac{1}{2} \rightarrow 2R_b = R + R_b \rightarrow R_b = R$;
quando $v_i < -2V$ conducono i diodi D_b e D_a, la $\frac{\partial v_u}{\partial v_i} = \frac{R_b // R_a}{R + R_b // R_a}$, quindi per avere pendenza 0 dobbiamo avere $R_b // R_a = 0$ cioè (essendo $R_b \neq 0$) $R_a = 0$;
quindi il circuito è questo:



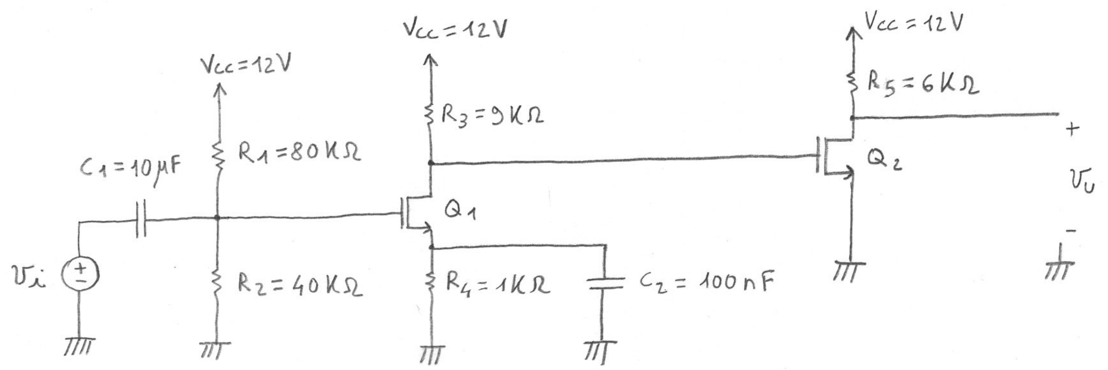
[infatti la parte centrale si può anche vedere come un partitore tra due resistenze identiche di valore R (per ottenere pendenza 1/2) seguito da due rami che tagliano a $-1V$ e a 0



]

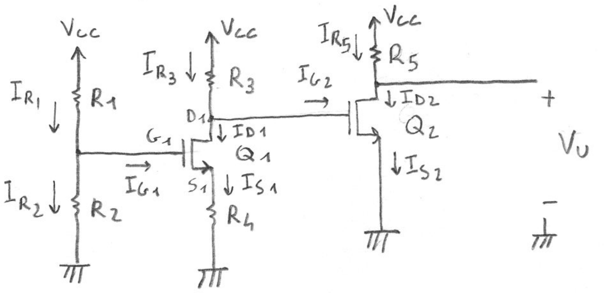
con ad esempio $R = 1K\Omega$.
[Volendo, in questo caso si può anche non mettere D_b cioè sostituirlo con un cortocircuito, dato che per $v_i > 0$ il suo ramo va a finire in parallelo al corto costituito dal diodo D_c in conduzione e quindi la presenza o meno della resistenza R in parallelo al corto non altera il funzionamento.]

2)



per Q_1 e Q_2: $V_T = 2\,V$, $\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} = 1\,\frac{mA}{V^2}$

In continua:



$I_{G1} = 0 \rightarrow R_1$ e R_2 sono in serie $\rightarrow$

$V_{G1} = V_{cc}\frac{R_2}{R_1+R_2} = 4V$

$I_{R1} = I_{R2} = \frac{V_{cc}}{R_1+R_2} = 0.1\,mA$

ipotesi 1: Q_1 in saturazione

$I_{D1} = K(V_{GS1}-V_T)^2$ con $K = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} = 1\frac{mA}{V^2}$

d'altra parte $V_{GS1} = V_{G1} - V_{S1} = V_{G1} - R_4 I_{S1} \underset{\uparrow}{=} V_{G1} - R_4 I_{D1}$; quindi abbiamo

poiché $I_{G1} = 0$, $I_{S1} = I_{D1}$

$$\begin{cases} I_{D1} = K(V_{GS1}-V_T)^2 \\ V_{GS1} = V_{G1} - R_4 I_{D1} \end{cases} \rightarrow V_{GS1} = V_{G1} - R_4 K (V_{GS1}-V_T)^2 = V_{G1} - R_4 K V_{GS1}^2 + 2R_4 K V_T V_{GS1} -$$

$$- R_4 K V_T^2 \rightarrow \underbrace{R_4 K}_{1\,V^{-1}} V_{GS1}^2 + \underbrace{(1-2R_4 K V_T)}_{-3} V_{GS1} + \underbrace{(R_4 K V_T^2 - V_{G1})}_{0\,V} = 0 \rightarrow (1\,V^{-1})V_{GS1}^2 - 3V_{GS1} = 0$$

$$\rightarrow V_{GS1}((1V^{-1})V_{GS1} - 3) = 0 \rightarrow V_{GS1} = \begin{cases} 0\,V < V_T \\ 3\,V > V_T \end{cases}$$

e quindi da scartare (un mos a canale n conduce se $V_{GS} > V_T$)

$V_{GS1} = 3V \rightarrow V_{S1} = V_{G1} - V_{GS1} = 1V \rightarrow I_{S1} = \frac{V_{S1}}{R_4} = 1\,mA = I_{D1}$

$I_{G2} = 0 \rightarrow I_{R3} = I_{D1} = 1\,mA$

$V_{D1} = V_{cc} - R_3 I_{R3} = 3V = V_{G2}$

$V_{DS1} = V_{D1} - V_{S1} = 2V > V_{GS1} - V_T = 1V \longrightarrow$ ipotesi 1 verificata

$V_{GS2} = V_{G2} - V_{S2} = V_{G2} = 3V > V_T$

ipotesi 2: Q_2 in saturazione

$I_{D2} = K(V_{GS2}-V_T)^2$ con $K = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} = 1\frac{mA}{V^2}$

$I_{D2} = K(V_{GS2}-V_T)^2 = 1\,mA = I_{S2}$ (dato che $I_{G2} = 0$)

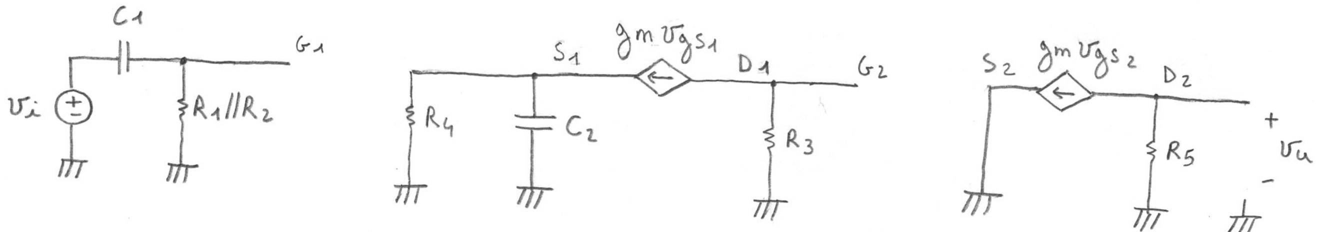
$I_{R5} = I_{D2} = 1\,mA$

$V_{D2} = V_{cc} - R_5 I_{D2} = 6\,V = V_u$

$V_{DS2} = V_{D2} - V_{S2} = V_{D2} = 6V > V_{GS2} - V_T = 1V \longrightarrow$ ipotesi 2 verificata

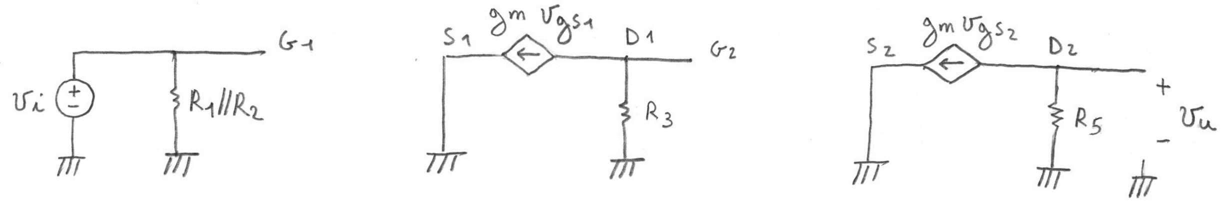
3) sia per Q_1 che per Q_2 : $g_m = \frac{2\,mA}{V}$

Circuito equivalente per le variazioni:



2 condensatori, nessuna maglia impropria → 2 poli

calcoliamo $A_v(\infty)$ chiudendo i due condensatori



$v_u = -R_5\, g_m\, v_{gs2}$

$v_{gs2} = v_{g2} - v_{s2} = v_{g2}$

$v_{g2} = -R_3\, g_m\, v_{gs1}$

$v_{gs1} = v_{g1} - v_{s1} = v_{g1}$

$v_{g1} = v_i$

$A_v(\infty) = \frac{v_u}{v_i} = R_5\, g_m\, R_3\, g_m = 216$ (positivo, come è giusto che sia dato che si tratta di due stadi a source comune, invertenti, in cascata)

$|A_v(\infty)|_{dB} = 46.689\ dB$ $\quad A_v(\infty) \neq 0$ → numero zeri = numero poli → 2 zeri

Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include C_1 e C_2)

$R_{VC1} = R_1 // R_2 = 26'666.\overline{6}\ \Omega$

$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{VC1}} = 3.75\ \frac{rad}{s} \rightarrow f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 0.59683\ Hz$

dato che C_1 si trova in serie sull'unico percorso che porta il segnale verso l'uscita, l'uscita si annulla per la s per cui $\frac{1}{C_1 s} = \infty \rightarrow s = 0 \rightarrow \omega_{Z1} = 0 \rightarrow f_{Z1} = 0$

$R_{VC2} = R_4 // \frac{1}{g_m} = 333.\overline{3}\ \Omega$

$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{VC2}} = 30'000\ \frac{rad}{s} \rightarrow f_{P2} = \frac{\omega_{P2}}{2\pi} = 4774.6483\ Hz$

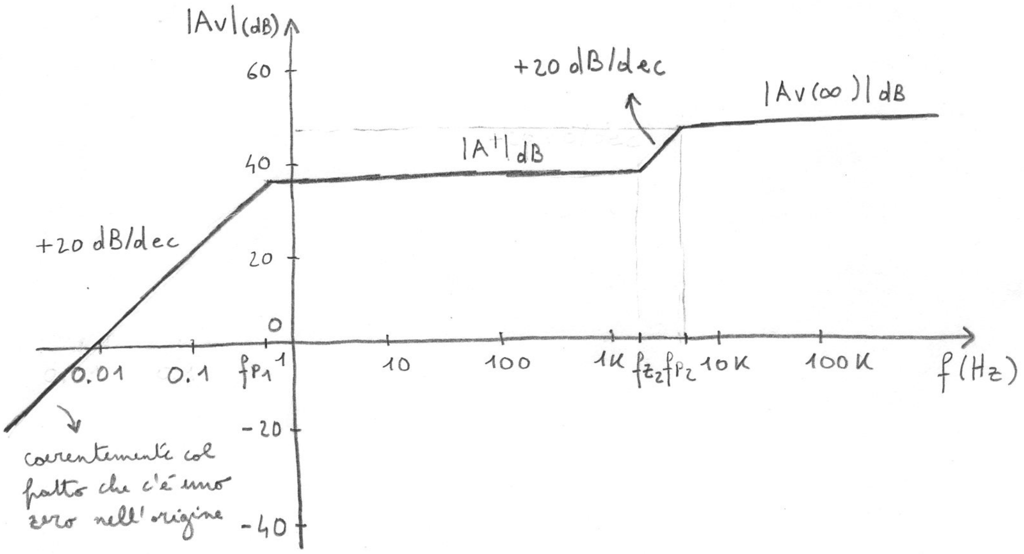
la v_u si annulla per la s per cui $R_4 // \frac{1}{C_2 s} = \infty$ (perché se chiamiamo $Z_{S1} = R_4 // \frac{1}{C_2 s}$, abbiamo che $v_{gs1} = v_{g1} - v_{s1} = v_{g1} - Z_{s1}\, g_m\, v_{gs1} \rightarrow v_{gs1}(1 + Z_{s1} g_m) = v_{g1} \rightarrow v_{gs1} = \frac{v_{g1}}{1 + Z_{s1} g_m}$ che si annulla quando $Z_{s1} \rightarrow \infty$, e quando si annulla v_{gs1} si annulla v_{g2}, quindi si annulla v_{gs2} e si annulla v_u)

$$R_4 // \frac{1}{C_2 s} = \frac{R_4 \cdot \frac{1}{C_2 s}}{R_4 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{R_4}{1 + R_4 C_2 s} = \infty \rightarrow 1 + R_4 C_2 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_4 C_2} \rightarrow$$

$\omega_{Z2} = \frac{1}{R_4 C_2} = 10'000\ \frac{rad}{s} \rightarrow f_{Z2} = \frac{\omega_{Z2}}{2\pi} = 1591.549\ Hz$

La funzione di trasferimento è

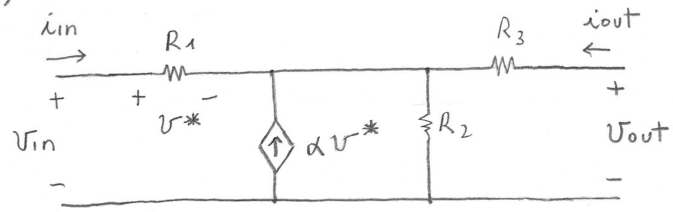
$$A_v(s) = A_v(\infty)\, \frac{s\,(s + \omega_{Z2})}{(s + \omega_{P1})(s + \omega_{P2})}$$



$$|A'| = |A_v(\infty)| \frac{f_{z2}}{f_{p2}} = 72$$

$$|A'|_{dB} = 37.15 \text{ dB}$$

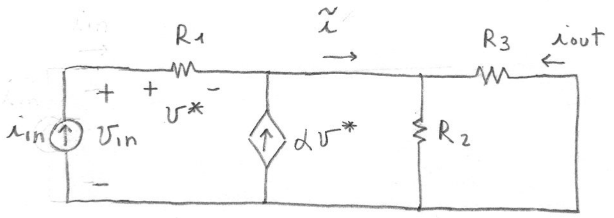
4)



(α in Ω^{-1})

$$\begin{cases} i_{out} = h_f\, i_{in} + h_o\, v_{out} \\ v_{in} = h_i\, i_{in} + h_r\, v_{out} \end{cases}$$

$h_f = \left.\dfrac{i_{out}}{i_{in}}\right|_{v_{out}=0}$; $h_i = \left.\dfrac{v_{in}}{i_{in}}\right|_{v_{out}=0}$



$$i_{in} = \frac{v^*}{R_1} \rightarrow v^* = R_1 i_{in}$$

$$\tilde{i} = i_{in} + \alpha v^* = i_{in}(1+\alpha R_1)$$

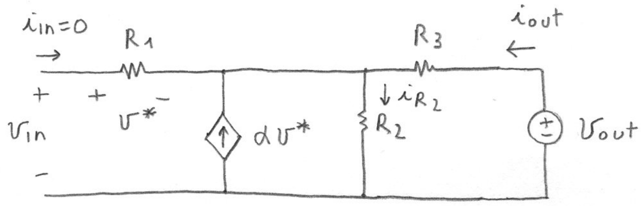
$$i_{out} = -\tilde{i}\,\frac{R_2}{R_2+R_3} = -\frac{R_2}{R_2+R_3}(1+\alpha R_1)\, i_{in}$$

$$v_{in} = R_1 i_{in} - R_3 i_{out} = \left(R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2+R_3}(1+\alpha R_1)\right) i_{in} = \left(R_1 + (R_2/\!/R_3)(1+\alpha R_1)\right) i_{in}$$

$$h_f = \frac{i_{out}}{i_{in}} = -\frac{R_2}{R_2+R_3}(1+\alpha R_1)$$

$$h_i = R_1 + (R_2/\!/R_3)(1+\alpha R_1)$$

$h_o = \left.\dfrac{i_{out}}{v_{out}}\right|_{i_{in}=0}$; $h_r = \left.\dfrac{v_{in}}{v_{out}}\right|_{i_{in}=0}$



$$i_{in} = 0 \rightarrow v^* = R_1 i_{in} = 0 \rightarrow \alpha v^* = 0 \rightarrow i_{R_2} = i_{out}$$

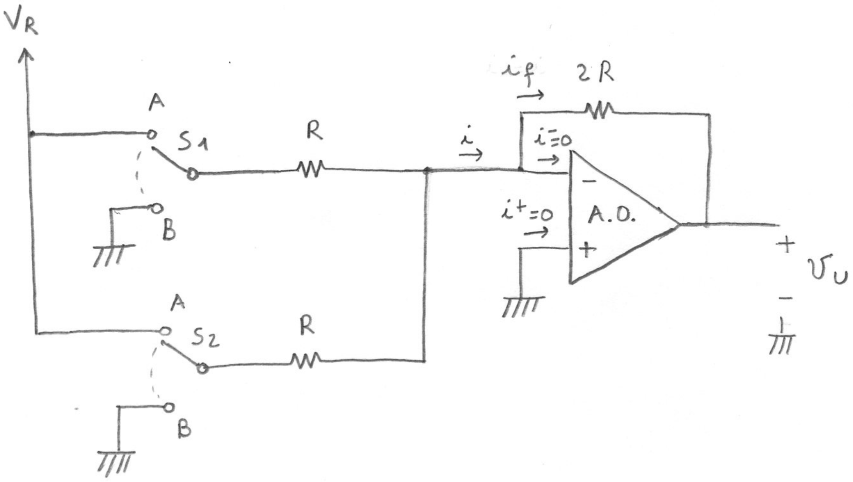
$$v_{out} = (R_2+R_3)\, i_{out}$$

$$v_{in} = v^* + i_{R_2} R_2 = i_{out} R_2 = \frac{R_2}{R_2+R_3} v_{out}$$

$$h_o = \frac{i_{out}}{v_{out}} = \frac{1}{R_2+R_3}$$

$$h_r = \frac{v_{in}}{v_{out}} = \frac{R_2}{R_2+R_3}$$

5)



A.O. ideale

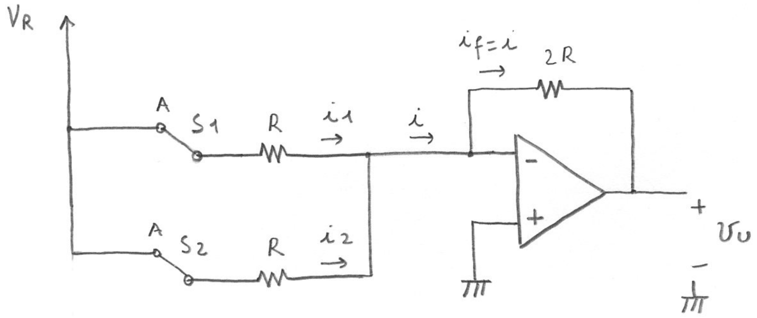
per il c.c.v.: $i^+=0$, $i^-=0$, $v^-=v^+$

di conseguenza: $v^-=0$

$$i_f = i - i^- = i$$

quindi $v_u = v^- - 2R\, i_f = 0 - 2R\, i = -2R\, i$

a) se S_1 è in A e S_2 è in A abbiamo:

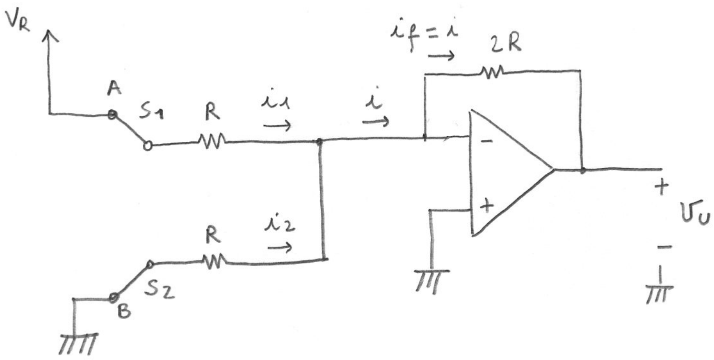


$$i_1 = \frac{V_R - v^-}{R} = \frac{V_R}{R}$$

$$\longrightarrow \quad i = i_1 + i_2 = 2\,\frac{V_R}{R} \quad \rightarrow \quad v_U = -2\cancel{R}\cdot 2\,\frac{V_R}{\cancel{R}} = -4V_R$$

$$i_2 = \frac{V_R - v^-}{R} = \frac{V_R}{R}$$

b) se S_1 è in A e S_2 è in B abbiamo:

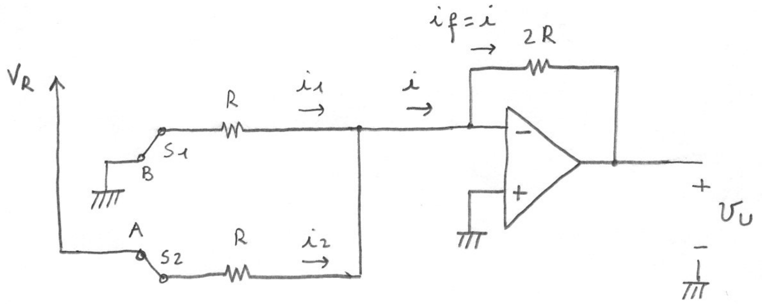


$$i_1 = \frac{V_R - v^-}{R} = \frac{V_R}{R}$$

$$\longrightarrow \quad i = i_1 + i_2 = \frac{V_R}{R} \quad \rightarrow \quad v_U = -2\cancel{R}\cdot \frac{V_R}{\cancel{R}} = -2V_R$$

$$i_2 = \frac{0 - v^-}{R} = 0$$

c) se S_1 è in B e S_2 è in A abbiamo:

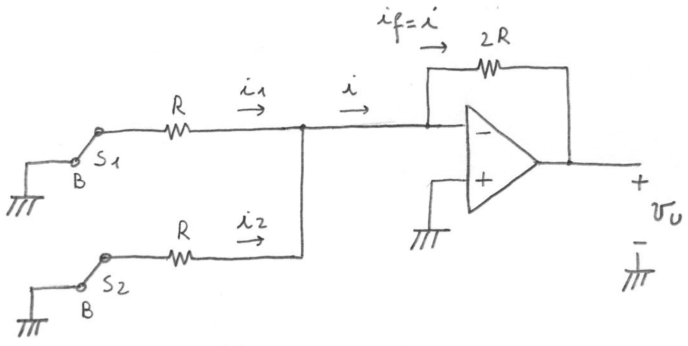


$$i_1 = \frac{0 - v^-}{R} = 0$$

$$i_2 = \frac{V_R - v^-}{R} = \frac{V_R}{R}$$

$$\rightarrow \quad i = i_1 + i_2 = \frac{V_R}{R} \quad \rightarrow \quad v_U = -2\cancel{R}\,\frac{V_R}{\cancel{R}} = -2V_R$$

d) se S_1 è in B e S_2 è in B abbiamo:



$$i_1 = \frac{0 - v^-}{R} = 0$$

$$i_2 = \frac{0 - v^-}{R} = 0$$

$$\rightarrow \quad i = i_1 + i_2 = 0 \quad \rightarrow \quad v_U = -2R \cdot 0 = 0$$