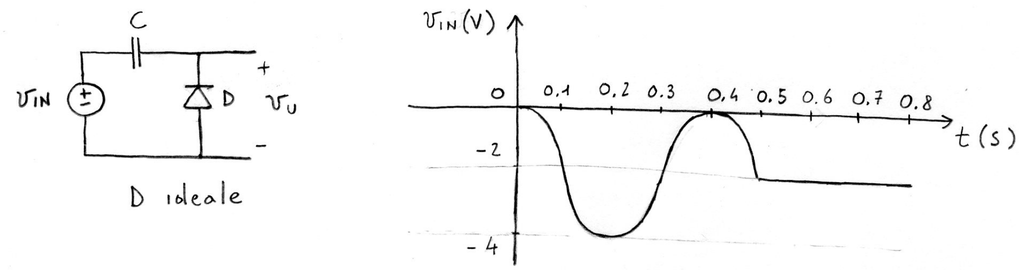
Scheda: **A22_07**	Data: **18 luglio 2022**

Cognome	Nome	Matricola

ESERCIZIO N°1
6.5 punti (4)

Si consideri il circuito rappresentato a sinistra in figura. Ipotizzando il condensatore inizialmente scarico, si ricavi passo passo e si disegni l'andamento nel tempo, per $0 \leq t \leq 0.8$ s, della tensione $v_U(t)$ in uscita da tale circuito quando in ingresso al circuito si applica la tensione $v_{IN}(t)$ il cui andamento nel tempo è rappresentato a destra in figura. In particolare, si specifichi in quali intervalli di tempo il diodo conduce e in quali è interdetto. Si consideri il diodo ideale.

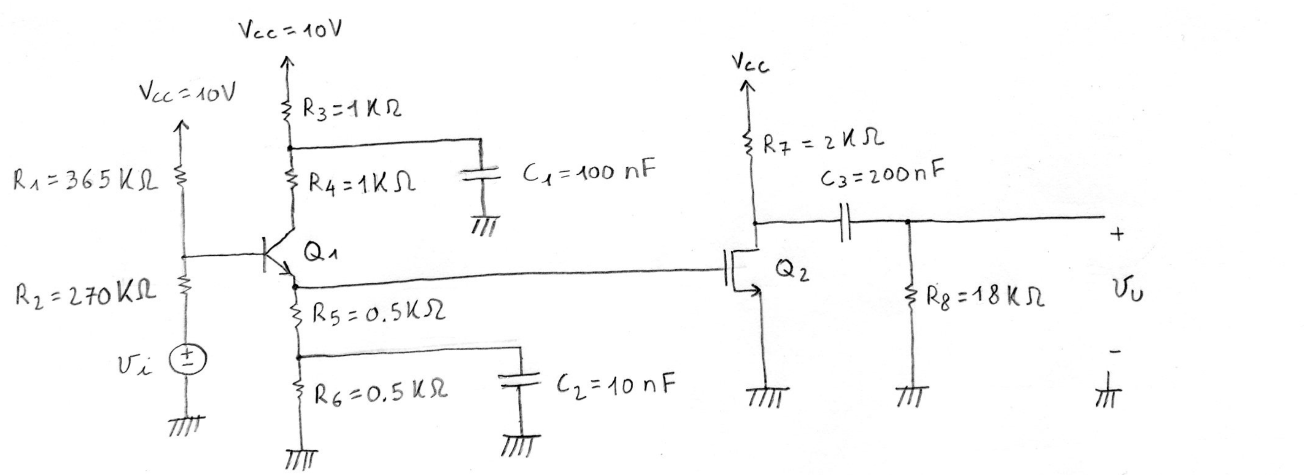


$$v_{In}(t) = \begin{cases} 2V\left[\cos\left(2\pi\frac{t}{T}\right) - 1\right] & \text{per } 0 < t < 0.5\ s \\ -2V & \text{per } t > 0.5\ s \end{cases}$$

con $T = 0.4$ s

ESERCIZIO N°2
7 punti (4)

Si studi in continua il circuito in figura. In particolare, si determini il punto di lavoro di Q_1 e Q_2.
[Si consiglia di iniziare lo studio del circuito da Q_1; a tal fine può convenire fare un equivalente di Thevenin della parte di circuito a sinistra della base di Q_1.]



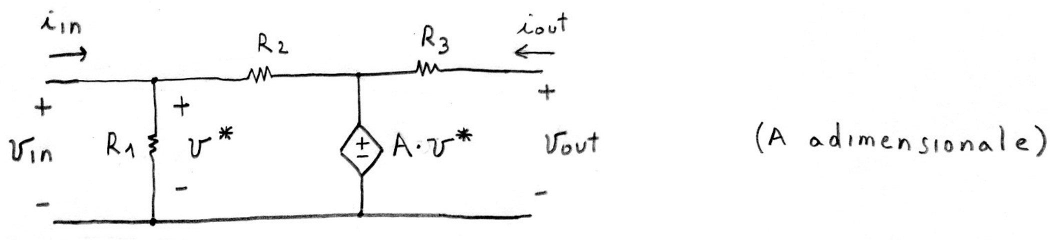
per Q_1: $h_{FE} = 199$; per Q_2: $V_T = 1V$, $\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} = 2\ \frac{mA}{V^2}$

ESERCIZIO N°3
7.5 punti (4)

Considerando il circuito mostrato nell'esercizio precedente, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_i$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa). Si consideri per Q_1: $h_{ie} = 5$ KΩ, $h_{fe} = 220$ e per Q_2: $g_m = 4$ mA/V. Il diagramma di Bode non è richiesto.

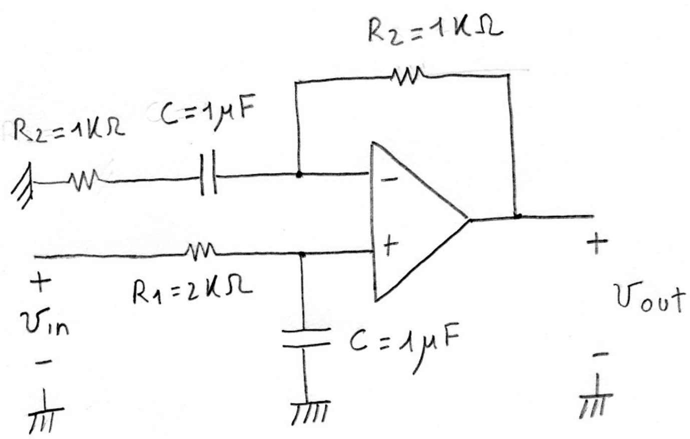
ESERCIZIO N°4
6 punti (4)

Si ricavino i parametri g_f e g_i del quadripolo mostrato nella seguente figura.

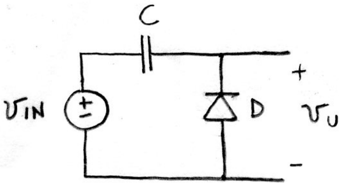


ESERCIZIO N°5
6 punti (4)

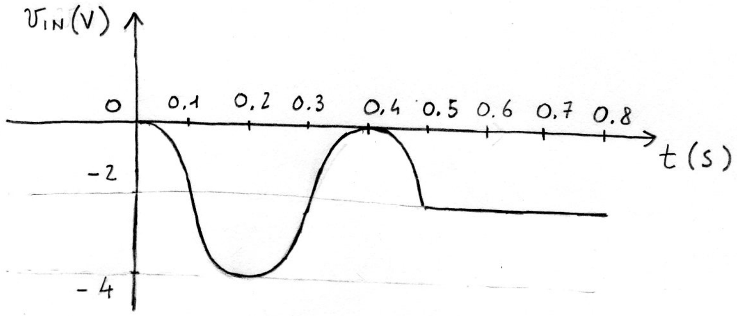
Lavorando nel dominio di Laplace, si ricavi l'espressione della funzione di trasferimento del seguente circuito. Si trovino i valori numerici delle singolarità e del guadagno a centrobanda di tale funzione di trasferimento. Si dica a che tipo di filtro tale circuito corrisponde e si indichino il/i limite/i di banda di tale filtro. Si consideri l'amplificatore operazionale ideale.
[Possono verificarsi cancellazioni tra qualche singolarità introdotta da un condensatore e qualche singolarità introdotta dall'altro.]



1



D ideale



$$v_{in}(t) = \begin{cases} 2V\left[\cos\left(2\pi \frac{t}{T}\right) - 1\right] & \text{per } 0<t<0.5\ s \\ -2V & \text{per } t>0.5\ s \end{cases}$$

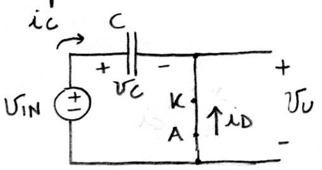
con $T = 0.4\ s$

C inizialmente scarico ;

per $t=0$ $\quad v_U = v_{IN} - v_C = v_{IN} = 0$;

poi per t maggiore inizialmente la v_{IN} decresce e diventa negativa ; visto che la tensione sull'anodo rispetto al nodo inferiore è nulla, l'ipotesi più probabile è che il diodo D conduca

ipotesi : D conduce

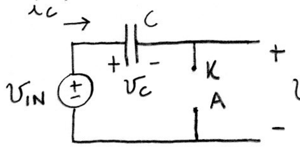


$v_U = 0$

$v_C = v_{IN} - 0 = v_{IN}$

verifica dell'ipotesi: $i_D = -i_C = -C\dfrac{dv_C}{dt} = -C\dfrac{dv_{IN}}{dt} > 0 \rightarrow \dfrac{dv_{IN}}{dt} < 0$, vero fino a $t=0.2s$; dopo $t=0.2s$ quest'ipotesi viene meno, quindi ipotizziamo che il diodo sia interdetto

ipotesi : D interdetto



la maglia è aperta $\rightarrow i_C = C\dfrac{dv_C}{dt} = 0 \rightarrow v_C$ è costante e pari al valore che aveva all'inizio di questa fase, cioè alla fine della fase precedente, cioè a $v_{in}(0.2s) = -4V$

$v_U = v_{IN} - v_C = v_{IN} + 4V$

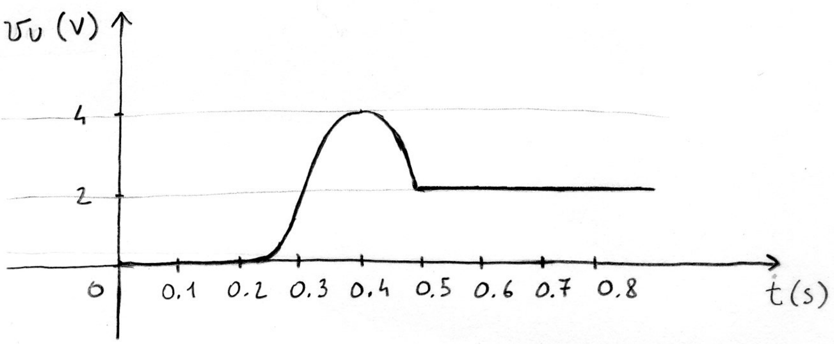
verifica dell'ipotesi: $v_{AK} = v_A - v_K = -(v_{IN} - v_C) = -(v_{in} + 4V) = -v_{IN} - 4V < 0 \rightarrow v_{in} > -4V$, vero sicuramente fino a $t = 0.8s$ (ultimo istante da considerare)

Quindi :

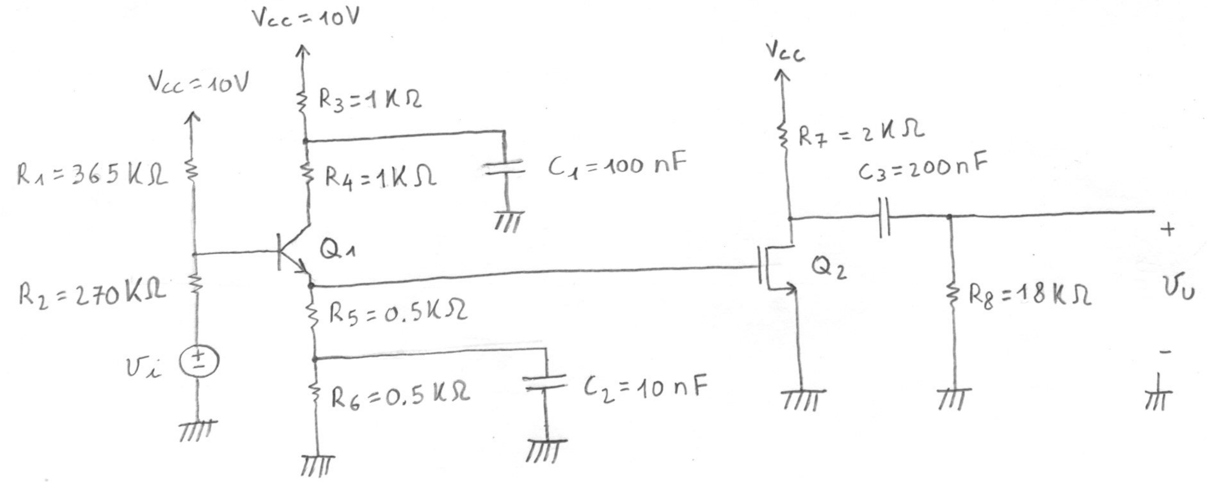
per $0 < t < 0.2s$: D conduce e $v_U = 0$

per $0.2s < t < 0.8s$: D interdetto e $v_U = v_{IN} + 4V$

È un fissatore in basso a zero.

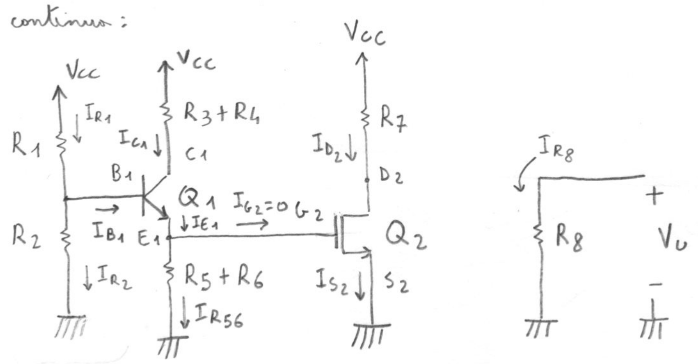


2)

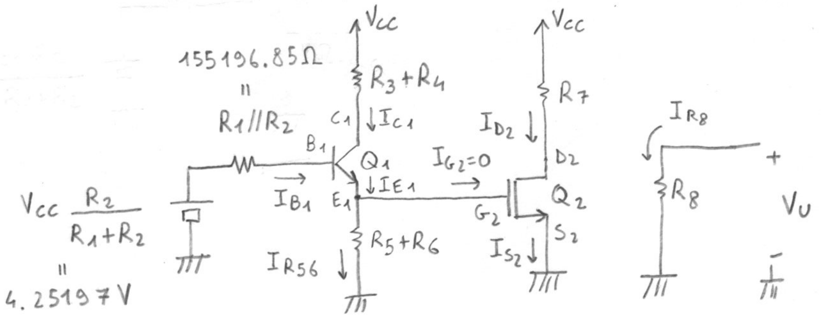


per Q_1: $h_{FE} = 199$; per Q_2: $V_T = 1V$, $\frac{1}{2}\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 2 \frac{mA}{V^2}$

In continua:



cioè (facendo un equivalente di Thevenin a sinistra di B_1)



$I_{G2} = 0 \rightarrow I_{R56} = I_{E1}$

ipotesi 1: Q_1 in zona attiva diretta

$I_{C1} = h_{FE} I_{B1}$

$I_{E1} = I_{B1} + I_{C1} = (h_{FE}+1) I_{B1}$

$V_{BE1} = V_\gamma$

$$V_{CC}\frac{R_2}{R_1+R_2} = (R_1//R_2) I_{B1} + V_\gamma + (R_5+R_6)\underbrace{(h_{FE}+1) I_{B1}}_{I_{E1}} \rightarrow$$

$$I_{B1} = \frac{V_{CC}\frac{R_2}{R_1+R_2} - V_\gamma}{(R_1//R_2) + (R_5+R_6)(h_{FE}+1)} = 10\mu A > 0$$

$I_{E1} = (h_{FE}+1) I_{B1} = 2 mA$

$I_{C1} = h_{FE} I_{B1} = 1.99 mA$

$V_{C1} = V_{CC} - (R_3+R_4) I_{C1} = 6.02V$

$V_{E1} = (R_5+R_6) I_{E1} = 2V = V_{G2}$

$V_{CE1} = V_{C1} - V_{E1} = 4.02V > V_{CEsat} \approx 0.1V \longrightarrow$ ipotesi 1 verificata

$V_{B1} = V_{E1} + V_\gamma = 2.7V$; $I_{R1} = \frac{V_{CC} - V_{B1}}{R_1} = 20\mu A$; $I_{R2} = \frac{V_{B1}}{R_2} = 10\mu A$

$V_{S2} = 0$

$V_{GS2} = V_{G2} - V_{S2} = V_{G2} = 2V > V_T = 1V$

ipotesi 2: Q_2 in saturazione

$I_{D2} = K(V_{GS2} - V_T)^2$ con $K = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 2 \frac{mA}{V^2}$

$I_{D2} = K(V_{GS2} - V_T)^2 = 2\,mA = I_{S2}$

(dato che $I_{G2} = 0$)

$V_{D2} = V_{CC} - R_7 I_{D2} = 6V$

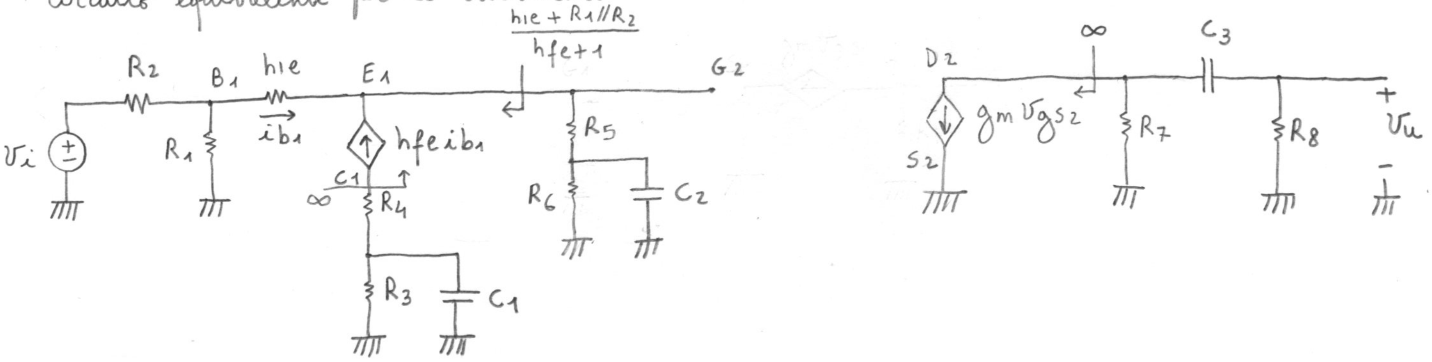
$V_{DS2} = V_{D2} - V_{S2} = 6V > V_{GS2} - V_T = 1V$ → ipotesi 2 verificata

$\left[g_m = \left.\frac{\partial I_{D2}}{\partial V_{GS2}}\right|_Q = 2K(V_{GS2} - V_T) = 4 \frac{mA}{V} \right]$ NON RICHIESTO

$I_{R8} = 0 \rightarrow V_U = R_8 I_{R8} = 0$

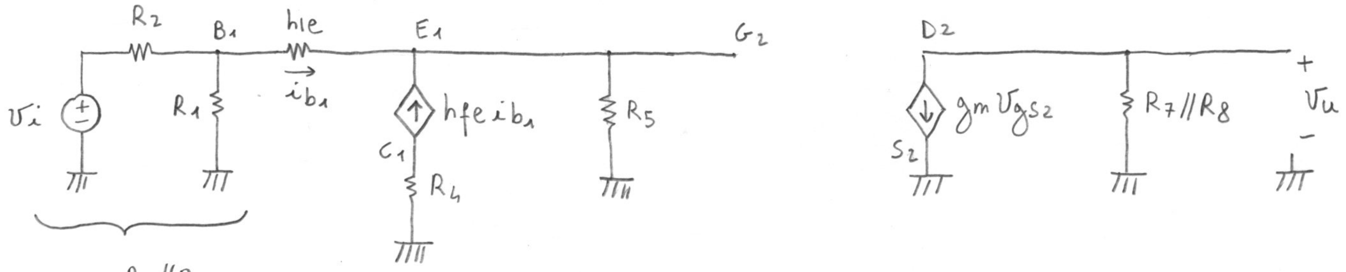
3) per Q_1: $h_{fe} = 220$, $h_{ie} = 5\,K\Omega$; per Q_2: $g_m = 4 \frac{mA}{V}$

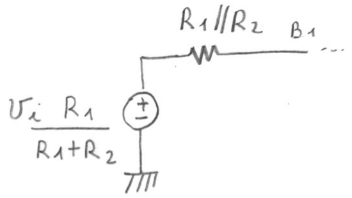
circuito equivalente per le variazioni



3 condensatori, nessuna maglia impropria → 3 poli

Calcoliamo $A_v(\infty)$ chiudendo i 3 condensatori:





(equivalente di Thevenin)

$v_u = -(R_7 // R_8)\, g_m v_{gs2}$

$v_{gs2} = v_{g2} - v_{s2} = v_{g2}$

$v_{g2} = R_5 (1 + h_{fe})\, i_{b1}$

$v_i \frac{R_1}{R_1 + R_2} = (R_1 // R_2)\, i_{b1} + h_{ie}\, i_{b1} + R_5 (h_{fe}+1)\, i_{b1} \rightarrow i_{b1} = v_i \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{(R_1 // R_2) + h_{ie} + R_5(h_{fe}+1)}$

$A_v(\infty) = \frac{v_u}{v_i} = -(R_7 // R_8)\, g_m R_5 (1 + h_{fe}) \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{(R_1 // R_2) + h_{ie} + R_5 (h_{fe}+1)} = -1.6894$

(negativo, come è giusto che sia dato che si tratta di uno stadio a collettore comune, non invertente, e di uno stadio a source comune, invertente, in cascata)

$|A_v(\infty)|_{dB} = 4.5546\ dB$

$A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow$ numero zeri = numero poli = 3

Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include C_1, C_2 e C_3)

L'impedenza che sta sul collettore di Q_1 non influenza l'uscita perché la v_u dipende da v_{gs2} e quindi da v_{g2}, che a sua volta dipende da i_{b1}, ma i_{b1} non è influenzato dall'impedenza che sta sul collettore di Q_1 in quanto $i_{b1} = v_i \frac{R_1}{R_1+R_2} \frac{1}{(R_1//R_2)+h_{ie}+Z_E(h_{fe}+1)}$ con $Z_E = R_5 + \left(R_6 // \frac{1}{C_2 s}\right)$;

quindi C_1 introduce un polo e uno zero coincidenti: $\omega_{zC1} = \omega_{pC1}$

[Se non ce ne fossimo accorti prima avremmo potuto calcolare $R_{VC1} = R_3 // (R_4+\infty) = R_3 \rightarrow \omega_{p1} = \frac{1}{C_1 R_{VC1}} = \frac{1}{C_1 R_3}$; se poi per trovare lo zero avessimo imposto $R_4 + \left(R_3 // \frac{1}{C_1 s}\right) = \infty \rightarrow \left(R_3 // \frac{1}{C_1 s}\right) = \infty$

(cosa in realtà non corretta, dato che quando questo accade la i_{b1} non va a zero perché la i_{b1} non dipende dall'impedenza che sta sul collettore del Q_1) avremmo trovato $\frac{R_3 \frac{1}{C_1 s}}{R_3 + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{R_3}{1+R_3 C_1 s} = \infty \rightarrow$

$1 + R_3 C_1 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_3 C_1} \rightarrow \omega_{z1} = \frac{1}{R_3 C_1} = \omega_{p1}$,

il che ci avrebbe comunque dovuto spingere a osservare che C_1 in realtà non influisce sulla v_u).]

$$R_{VC2} = R_6 // \left(R_5 + \frac{h_{ie}+R_1//R_2}{h_{fe}+1}\right) = 355.0618\ \Omega$$

$$\omega_{p2} = \frac{1}{C_2 R_{VC2}} = 281641.142\ rad/s \rightarrow f_{p2} = \frac{\omega_{p2}}{2\pi} = 44824.58\ Hz$$

la v_u si annulla per la s per cui $R_5 + \left(R_6 // \frac{1}{C_2 s}\right) = 0$ perché in tale situazione $v_{g2} = 0 \rightarrow v_{gs2} = 0 \rightarrow v_u = 0$

$$R_5 + \left(R_6 // \frac{1}{C_2 s}\right) = R_5 + \frac{R_6 \frac{1}{C_2 s}}{R_6 + \frac{1}{C_2 s}} = R_5 + \frac{R_6}{1+R_6 C_2 s} = \frac{R_5+R_6+R_5 R_6 C_2 s}{1+R_6 C_2 s} = 0 \rightarrow$$

$$s = -\frac{R_5+R_6}{R_5 R_6 C_2} = -\frac{1}{\frac{R_5 R_6}{R_5+R_6} C_2} = -\frac{1}{(R_5//R_6) C_2} \rightarrow \omega_{z2} = \frac{1}{(R_5//R_6) C_2} = 400'000\ rad/s \rightarrow$$

$$f_{z2} = \frac{\omega_{z2}}{2\pi} = 63'661.977\ Hz$$

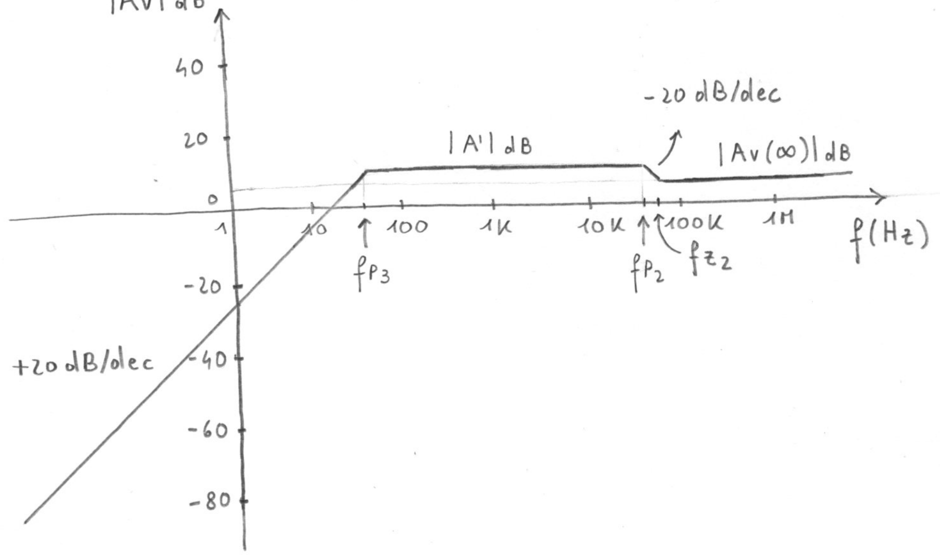
$$R_{VC3} = (R_7 // \infty) + R_8 = R_7 + R_8 = 20\ K\Omega$$

$$\omega_{p3} = \frac{1}{C_3 R_{VC3}} = 250\ rad/s \rightarrow f_{p3} = \frac{\omega_{p3}}{2\pi} = 39.7887\ Hz$$

la v_u si annulla per la s per cui $\frac{1}{C_3 s} = \infty \rightarrow s = 0 \rightarrow \omega_{z3} = 0 \rightarrow f_{z3} = 0$ perché in tale condizione si apre l'unico percorso che porta in uscita l'effetto del segnale di ingresso

La funzione di trasferimento è

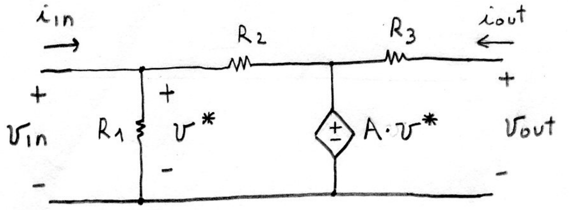
$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{s(s+\omega_{z2})}{(s+\omega_{p2})(s+\omega_{p3})}$$



$|A'| = |A_v(\infty)| \frac{f_{z2}}{f_{p2}} = 2.3994$

$|A'|_{dB} = 7.602\ dB$

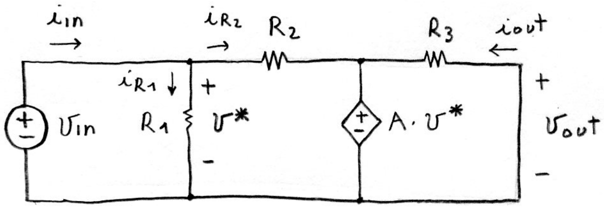
④



(A adimensionale)

$$\begin{cases} i_{out} = g_f\, v_{in} + g_o\, v_{out} \\ i_{in} = g_i\, v_{in} + g_r\, v_{out} \end{cases}$$

$$g_f = \left.\frac{i_{out}}{v_{in}}\right|_{v_{out}=0} \quad ; \quad g_i = \left.\frac{i_{in}}{v_{in}}\right|_{v_{out}=0}$$



$$v^* = v_{in}$$

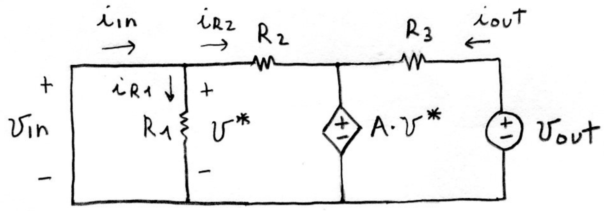
$$i_{out} = -\frac{A v^*}{R_3} = -\frac{A v_{in}}{R_3}$$

$$i_{in} = i_{R1} + i_{R2} = \frac{v^*}{R_1} + \frac{v^* - A v^*}{R_2} = v_{in}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1-A}{R_2}\right)$$

$$g_f = \frac{i_{out}}{v_{in}} = -\frac{A}{R_3}$$

$$g_i = \frac{i_{in}}{v_{in}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1-A}{R_2}$$

$$g_o = \left.\frac{i_{out}}{v_{out}}\right|_{v_{in}=0} \quad ; \quad g_r = \left.\frac{i_{in}}{v_{out}}\right|_{v_{in}=0}$$



$$v^* = 0 \rightarrow A \cdot v^* = 0$$

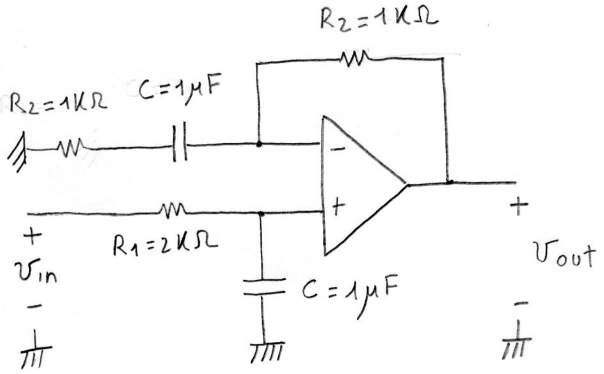
$$i_{out} = \frac{v_{out} - 0}{R_3} = \frac{v_{out}}{R_3}$$

$$i_{in} = i_{R1} + i_{R2} = \frac{v^*}{R_1} + \frac{v^* - A \cdot v^*}{R_2} = 0 + 0 = 0$$

$$g_o = \frac{i_{out}}{v_{out}} = \frac{1}{R_3}$$

$$g_r = \frac{i_{in}}{v_{out}} = 0$$

5)



$$Z = R_2 + \frac{1}{Cs} = \frac{1 + R_2 Cs}{Cs}$$

per il c.c.v. $i^+ = 0 \rightarrow R_1$ e $\frac{1}{Cs}$ sono in serie $\rightarrow v^+ = \frac{\frac{1}{Cs}}{R_1 + \frac{1}{Cs}} v_{in} = \frac{1}{1 + R_1 Cs} v_{in}$

sempre come conseguenza del c.c.v. abbiamo che

$$v_{out} = v^+ \left(1 + \frac{R_2}{Z}\right) = v^+ \left(1 + \frac{R_2 Cs}{1 + R_2 Cs}\right) = v^+ \frac{1 + R_2 Cs + R_2 Cs}{1 + R_2 Cs} =$$

$$= v^+ \frac{1 + 2R_2 Cs}{1 + R_2 Cs} = v_{in} \frac{1}{1 + R_1 Cs} \frac{1 + 2R_2 Cs}{1 + R_2 Cs} =$$

$$= v_{in} \frac{\left(1 + \frac{s}{\frac{1}{2R_2 C}}\right)}{\left(1 + \frac{s}{\frac{1}{R_1 C}}\right)\left(1 + \frac{s}{\frac{1}{R_2 C}}\right)}$$

che è una funzione di trasferimento con poli in $s_{P1} = -\frac{1}{R_1 C} \rightarrow \omega_{P1} = \frac{1}{R_1 C} = 500$ rad/s

e $s_{P2} = -\frac{1}{R_2 C} \rightarrow \omega_{P2} = \frac{1}{R_2 C} = 1000$ rad/s e con uno zero in $s_Z = -\frac{1}{2R_2 C} \rightarrow$

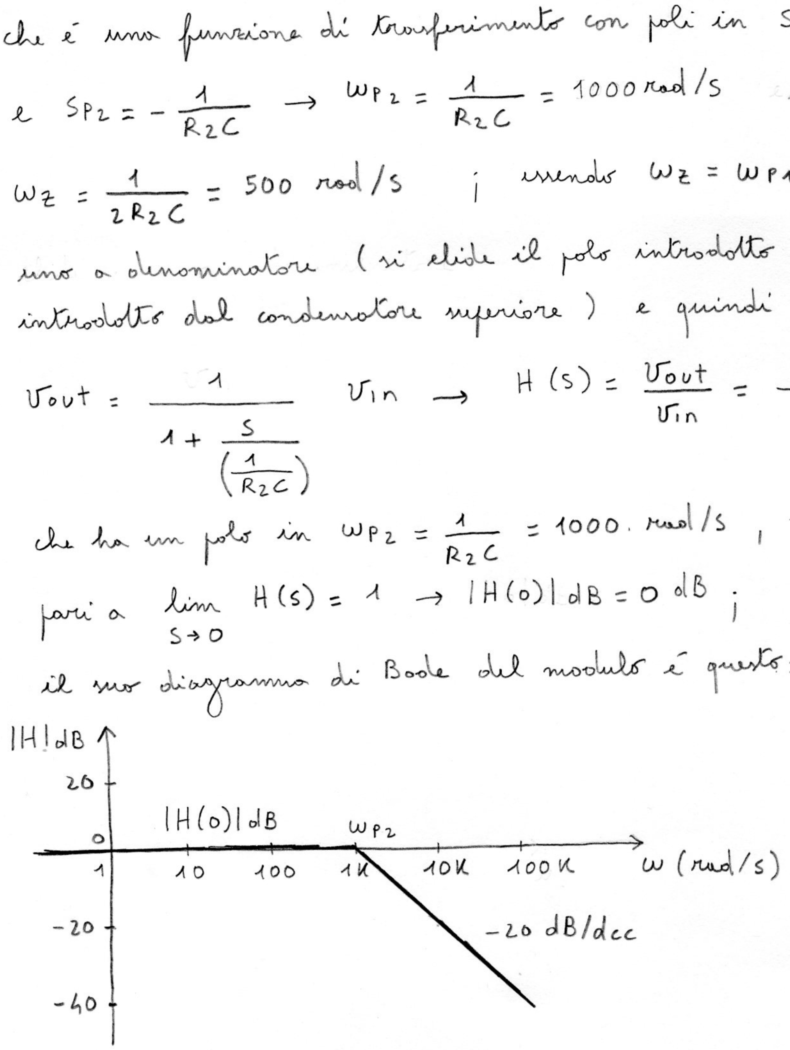
$\omega_Z = \frac{1}{2R_2 C} = 500$ rad/s ; essendo $\omega_Z = \omega_{P1}$ il binomio a numeratore si elide con uno a denominatore (si elide il polo introdotto dal condensatore inferiore con lo zero introdotto dal condensatore superiore) e quindi rimane

$$v_{out} = \frac{1}{1 + \frac{s}{\left(\frac{1}{R_2 C}\right)}} v_{in} \rightarrow H(s) = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{1}{1 + \frac{s}{\left(\frac{1}{R_2 C}\right)}}$$

che ha un polo in $\omega_{P2} = \frac{1}{R_2 C} = 1000.$ rad/s , nessuno zero e un guadagno per $\omega = 0$

pari a $\lim_{s \to 0} H(s) = 1 \rightarrow |H(0)|\,dB = 0$ dB ;

il suo diagramma di Bode del modulo è questo:



il circuito si comporta da filtro passa-basso del 1° ordine con limite superiore di banda ω_{P2} e guadagno in banda passante $H(0) = 1$