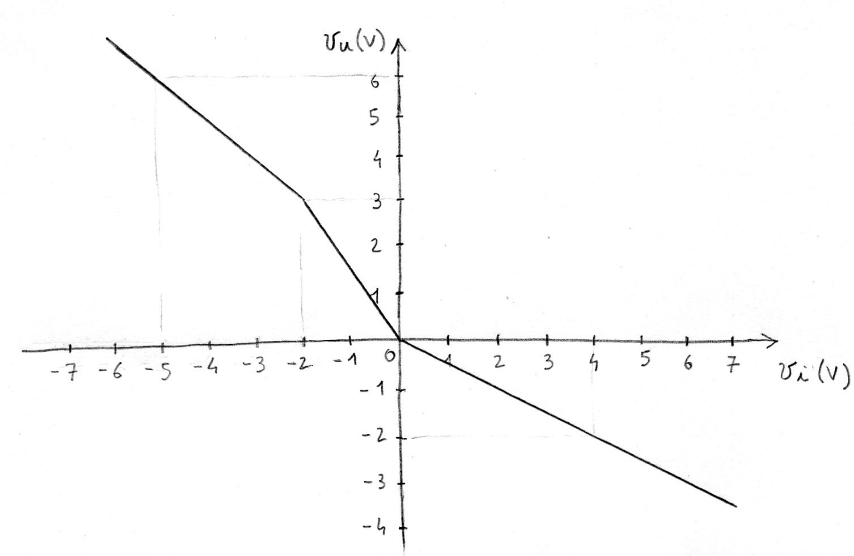
Scheda: **A22_08**		Data: **12 settembre 2022**
Cognome	Nome	Matricola

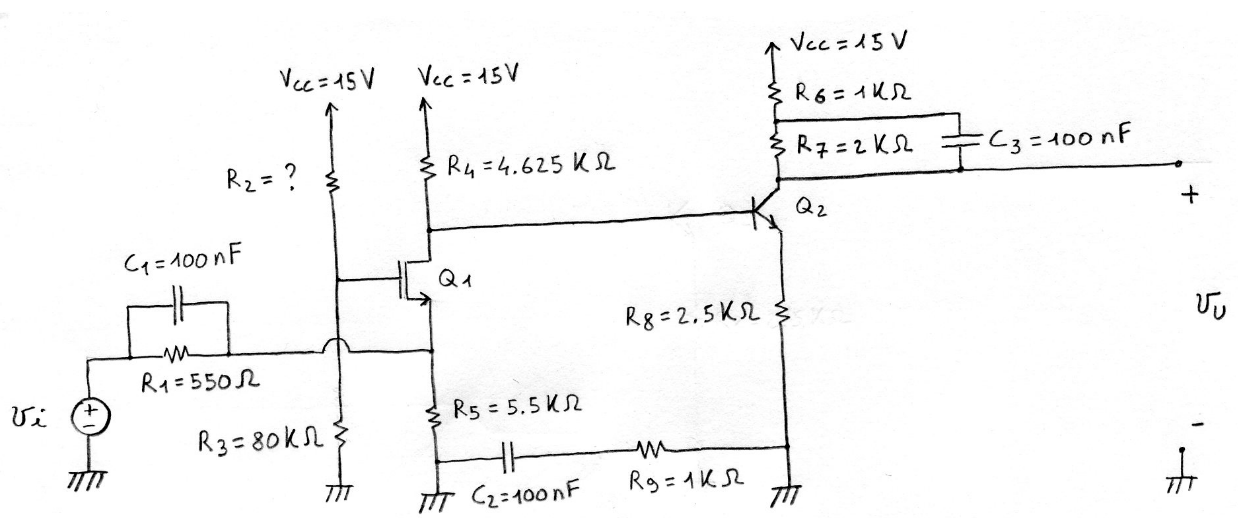
ESERCIZIO N°1
6.5 punti (4)

Si progetti e si dimensioni un circuito che possegga la caratteristica ingresso-uscita lineare a tratti mostrata nella figura sottostante, indipendentemente dalla sorgente e dal carico applicati. Nello svolgimento dell'esercizio, si considerino tutti i componenti ideali.



ESERCIZIO N°2
7 punti (4)

Con riferimento al circuito in figura, ipotizzando Q_1 (transistore MOS a canale n) in saturazione e Q_2 (transistore BJT npn) in zona attiva diretta e sapendo che la tensione V_U di uscita a riposo è pari a 9 V, si ricavi il valore della resistenza R_2. Si determini il punto di lavoro di Q_1 e Q_2 e si verifichino le ipotesi fatte sullo stato dei due transistori.



per Q_1: $\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} = 0.495\ \frac{mA}{V^2}$; per Q_2: $h_{FE} = 100$; $(V_U)_Q = 9V$

$V_T = 1.01\ V$

ESERCIZIO N°3

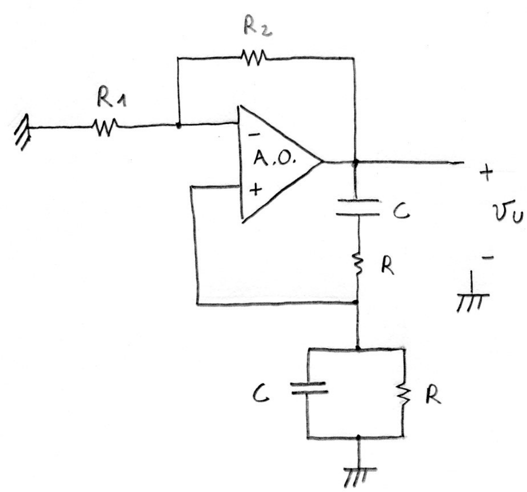
7.5 punti (4)

Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui però stavolta si assuma $R_2 = 250$ KΩ. Considerando per Q_1: $g_m = 2$ mA/V e per Q_2: $h_{ie} = 4$ KΩ, $h_{fe} = 150$, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_i$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa). Il diagramma di Bode non è richiesto.

ESERCIZIO N°4

5.5 punti (4)

Si consideri l'oscillatore a ponte di Wien rappresentato nello schema, con i valori riportati a destra dello schema (notare che il valore della resistenza R_1 dipende dall'ampiezza $V_{U\,max}$ dell'oscillazione in uscita). Per facilitare l'esercizio, accanto alla figura è riportata anche l'espressione della funzione di trasferimento $\beta A(s)$ del circuito (che può quindi essere usata senza doverla valutare di nuovo). Determinare la frequenza e l'ampiezza dell'oscillazione a regime in uscita da tale oscillatore.



A.O. ideale

$C = 100$ nF

$R = 10$ KΩ

$R_2 = 4$ KΩ

$R_1 = R_0 \left(1 + \frac{V_{U\,max}}{V_0}\right)$

con: $R_0 = 1$ KΩ

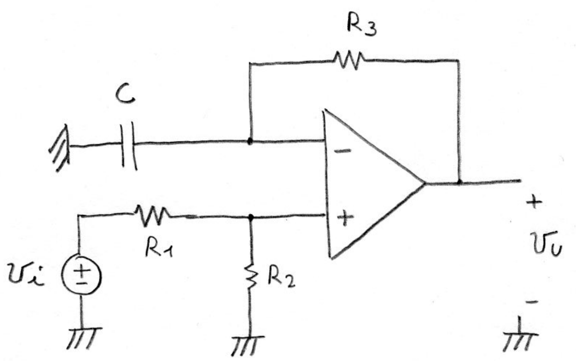
$V_0 = 1$ V

$$\beta A(s) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{RCs}{(RCs)^2 + 3RCs + 1}$$

ESERCIZIO N°5

6.5 punti (4)

Ricavare il massimo sbilanciamento causato sull'uscita del circuito mostrato in figura (dove v_i è il segnale di ingresso e v_u è la tensione in uscita) dai generatori di offset dell'amplificatore operazionale. A parte la presenza dei generatori di offset (il cui valore è riportato accanto allo schema), si consideri tale amplificatore operazionale ideale.



$C = 1\ \mu$F

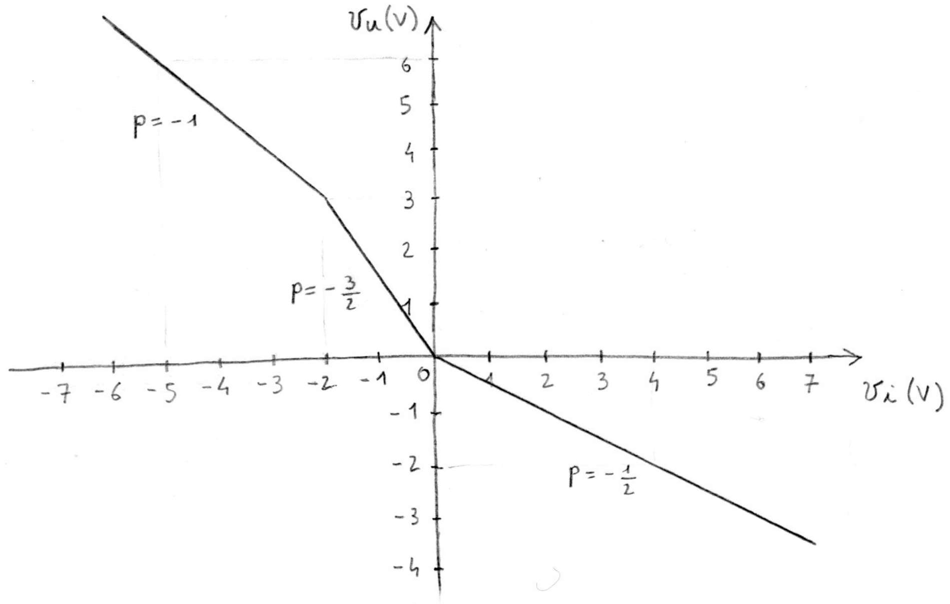
$R_1 = R_2 = R_3 = 2$ KΩ

$|V_{io}|_{max} = 5$ mV

$I_B = \frac{I_1 + I_2}{2} = 80$ nA

$|I_{io}|_{max} = |I_1 - I_2|_{max} = 30$ nA

1)

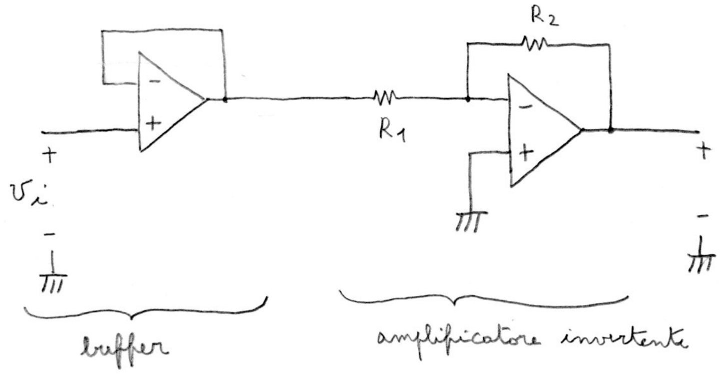


la pendenza del 1° tratto (a partire da sinistra) è $\frac{\Delta v_u}{\Delta v_i} = \frac{3-6}{-2-(-5)} = -1$,

la pendenza del 2° tratto è $\frac{\Delta v_u}{\Delta v_i} = \frac{0-3}{0-(-2)} = -\frac{3}{2}$,

la pendenza del 3° tratto è $\frac{\Delta v_u}{\Delta v_i} = \frac{-2-0}{4-0} = -\frac{1}{2}$;

essendo pendenze negative, c'è bisogno di un amplificatore invertente.
la pendenza di modulo massimo è $-\frac{3}{2}$, quindi mettiamo un amplificatore invertente che guadagna $-\frac{3}{2}$:



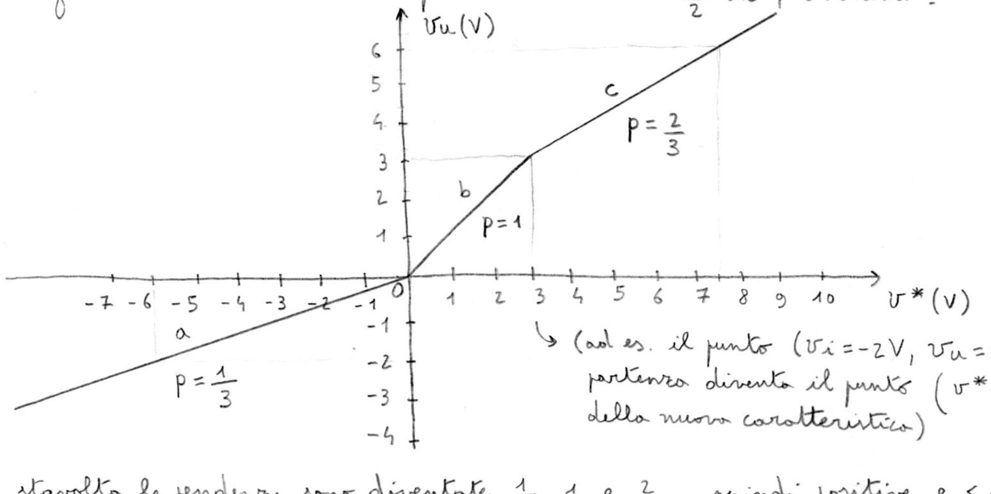
$-\frac{R_2}{R_1} = -\frac{3}{2} \rightarrow R_2 = \frac{3}{2} R_1$

ad es. $R_1 = 2\,K\Omega$, $R_2 = 3\,K\Omega$

$v^* = -\frac{R_2}{R_1} v_i = -\frac{3}{2} v_i$

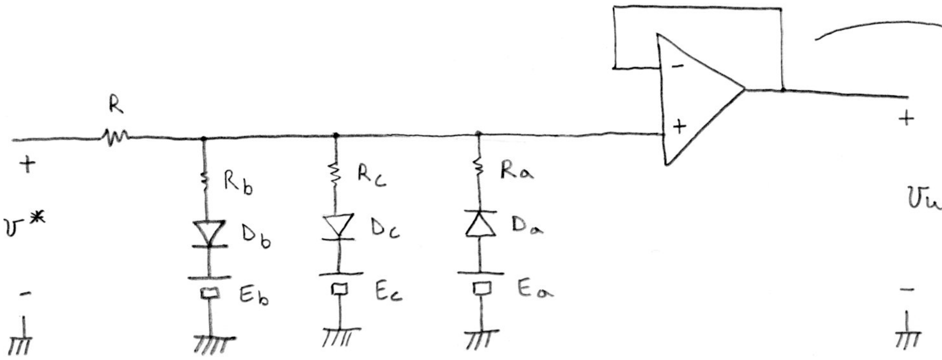
buffer
↓
abbiamo dovuto aggiungere un buffer a monte dell'amplificatore invertente perché l'amplificatore invertente presenta una resistenza di ingresso pari a R_1, mentre noi vogliamo una $R_{in} = \infty$ per avere un comportamento del circuito indipendente dal valore della resistenza della sorgente

ridisegnando la caratteristica in funzione di $v^* = -\frac{3}{2} v_i$, abbiamo:



↳ (ad es. il punto ($v_i = -2V$, $v_u = 3V$) della caratteristica di partenza diventa il punto ($v^* = -\frac{3}{2} v_i = 3V$, $v_u = 3V$) della nuova caratteristica)

stavolta le pendenze sono diventate $\frac{1}{3}$, 1 e $\frac{2}{3}$, quindi positive e ≤ 1, per cui questa relazione può essere realizzata con una rete di questo tipo:

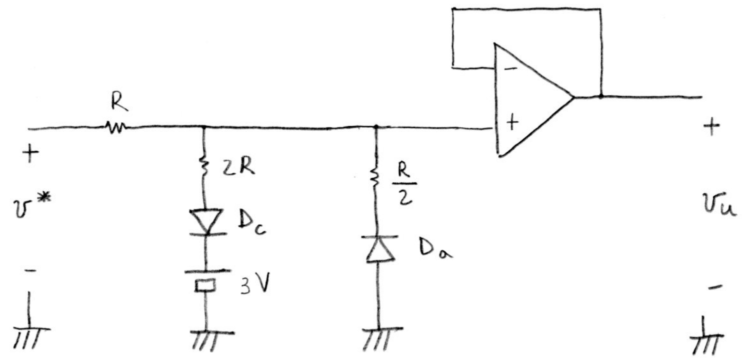


qui ci mettiamo un buffer per avere $R_{out} = 0$ e quindi un comportamento indipendente dal valore della resistenza di carico

rami che implementano i tratti b e c nel 1° quadrante

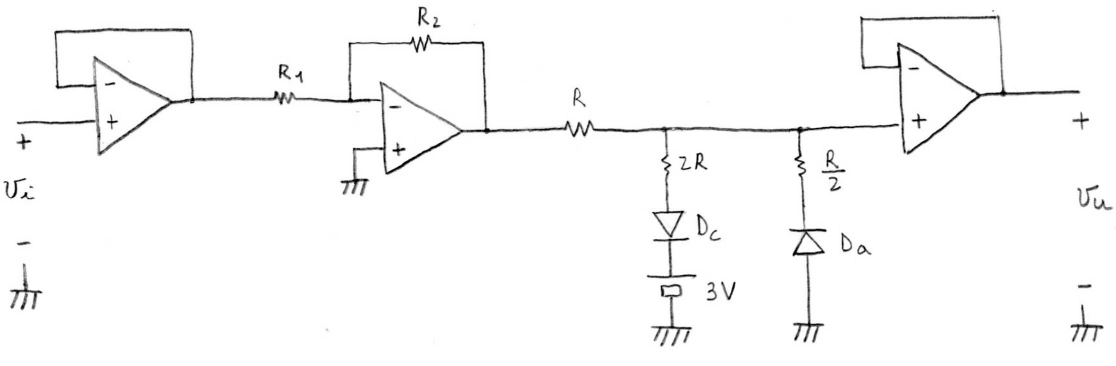
ramo che implementa il tratto a nel 3° quadrante

E_b è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto b, quindi $E_b = 0$;
E_c è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto c, quindi $E_c = 3V$;
E_a è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto a, quindi $E_a = 0$;
quando $0 < v^* < 3V$ conduce solo il 1° diodo, la $\frac{\partial v_u}{\partial v^*} = \frac{R_b}{R + R_b}$, quindi per avere pendenza 1 con $R \neq 0$ (altrimenti $v_u = v^* \ \forall v^*$) dobbiamo avere $R_b = \infty$, cioè in realtà il 1° ramo è un ramo aperto;
quando $v^* > 3V$ conduce solo il 2° diodo (in generale condurrebbe anche il 1°, ma qui è un ramo aperto), la $\frac{\partial v_u}{\partial v^*} = \frac{R_c}{R + R_c}$, quindi per avere pendenza $\frac{2}{3}$ dobbiamo avere $\frac{R_c}{R + R_c} = \frac{2}{3} \rightarrow 3R_c = 2R + 2R_c \rightarrow R_c = 2R$;
quando $v^* < 0$ conduce solo il 3° diodo, la $\frac{\partial v_u}{\partial v^*} = \frac{R_a}{R + R_a}$, quindi per avere pendenza $\frac{1}{3}$ dobbiamo avere $\frac{R_a}{R + R_a} = \frac{1}{3} \rightarrow 3R_a = R + R_a \rightarrow 2R_a = R \rightarrow R_a = \frac{R}{2}$;
quindi questa parte del circuito diventa:



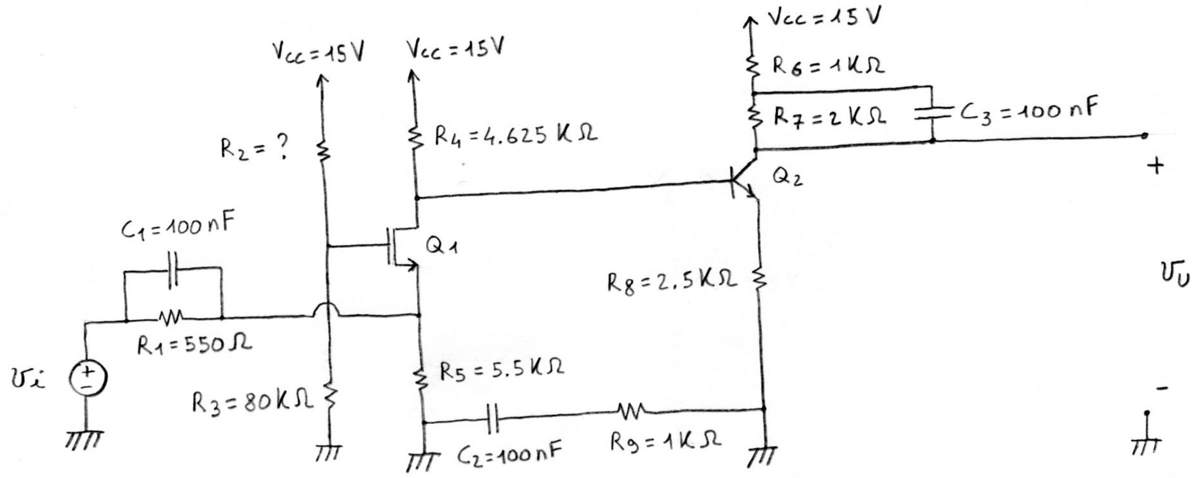
con ad esempio:
$R = 2K\Omega$, $2R = 4K\Omega$, $\frac{R}{2} = 1K\Omega$

Complessivamente quindi avremo:



con ad esempio: $R_1 = 2K\Omega$, $R_2 = 3K\Omega$,
$R = 2K\Omega$, $2R = 4K\Omega$, $\frac{R}{2} = 1K\Omega$

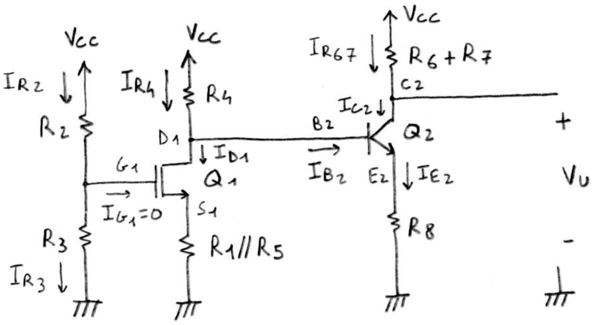
2)



per Q_1: $\frac{1}{2}\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 0.495 \frac{mA}{V^2}$; per Q_2: $h_{FE} = 100$; $(V_U)_Q = 9V$

$V_T = 1.01\ V$

In continua il circuito diventa:



$V_{C2} = V_U = 9V$

$I_{R67} = \frac{V_{cc} - V_U}{R_6 + R_7} = 2\ mA = I_{C2}$

ipotesi 1: Q_2 in zona attiva diretta

$V_{BE2} = V_\gamma$

$I_{C2} = h_{FE} I_{B2} \rightarrow I_{B2} = \frac{I_{C2}}{h_{FE}} = 20\mu A > 0$

$I_{E2} = I_{B2} + I_{C2} = (h_{FE}+1) I_{B2} = 2.02\ mA$

$V_{E2} = R_8 I_{E2} = 5.05\ V$

$V_{CE2} = V_{C2} - V_{E2} = 3.95\ V > V_{CEsat} \approx 0.1V$

$V_{B2} = V_{E2} + V_\gamma = 5.75\ V = V_{D1}$ ipotesi 1 verificata

$I_{R4} = \frac{V_{cc} - V_{D1}}{R_4} = 2\ mA$

$I_{D1} = I_{R4} - I_{B2} = 1.98\ mA = I_{S1}$ (dato che $I_{G1} = 0$)

$V_{S1} = (R_1 // R_5)\, I_{D1} = 0.99\ V$

ipotesi 2: Q_1 in saturazione

$I_{D1} = K (V_{GS1} - V_T)^2$ con $K = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 0.495 \frac{mA}{V^2}$

$V_{GS1} = V_T \cancel{\pm} \sqrt{\frac{I_{D1}}{K}} = 3.01\ V > V_T = 1.01\ V$

(un mos a canale n conduce se $V_{GS} > V_T$)

$V_{G1} = V_{S1} + V_{GS1} = 4V$

$V_{DS1} = V_{D1} - V_{S1} = 4.76V > V_{GS2} - V_T = 2\ V$

ipotesi 2 verificata

$I_{R3} = \frac{V_{G1}}{R_3} = 50\mu A = I_{R2}$ (dato che $I_{G1} = 0$)

$R_2 = \frac{V_{cc} - V_{G1}}{I_{R2}} = 220\ K\Omega$

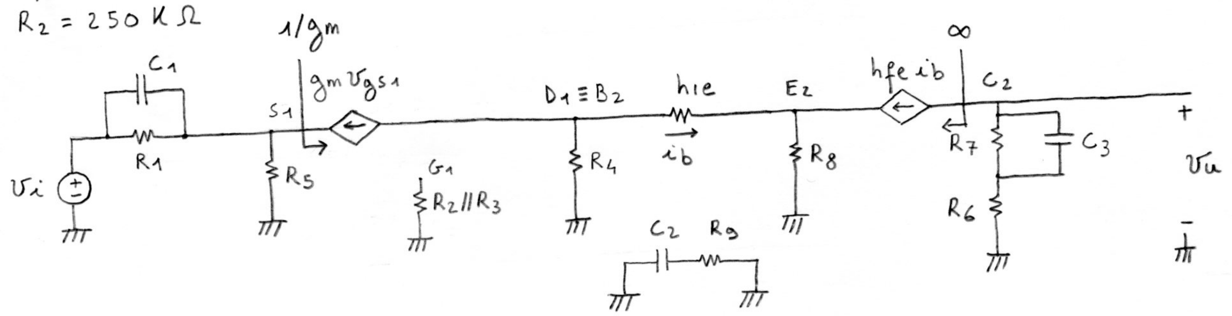
$\left[g_m = \left.\frac{\partial I_{D1}}{\partial V_{GS1}}\right|_Q = 2K (V_{GS1} - V_T) = 1.98 \frac{mA}{V} \right]$ NON RICHIESTO

3) $g_m = 2\ \frac{mA}{V}$

$h_{ie} = 4\,K\Omega$

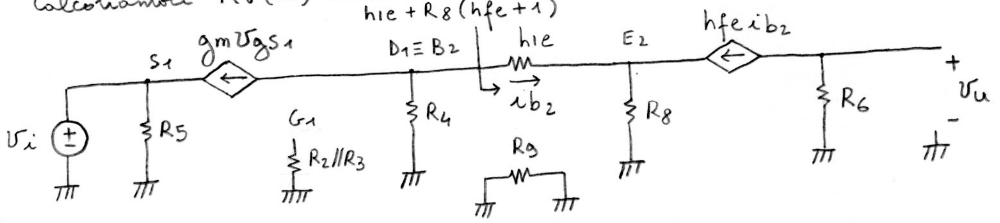
$h_{fe} = 150$

$R_2 = 250\ K\Omega$



3 condensatori, nessuna maglia impropria → 3 poli

Calcoliamoci $A_v(\infty)$ chiudendo i tre condensatori:



$v_u = - h_{fe}\, i_{b2} R_6$

la parte che sta a destra di R_4 potrebbe essere sostituita da un equivalente di Thevenin tra B_2 e massa dato dalla sola resistenza vista $h_{ie} + R_8(h_{fe}+1)$ (non essendoci in tale parte di circuito alcuna eccitazione il generatore di Thevenin è nullo); a questo punto possiamo scrivere la i_{b2} come partizione della $-g_m v_{gs1}$ tra la R_4 e la $h_{ie} + R_8(h_{fe}+1)$:

$$i_{b2} = - g_m v_{gs1} \frac{R_4}{R_4 + h_{ie} + R_8(h_{fe}+1)}$$

[oppure, scrivendo l'equilibrio delle tensioni alla maglia R_4, h_{ie}, R_8:

$R_4(g_m v_{gs1} + i_{b2}) + h_{ie}\, i_{b2} + R_8(h_{fe}+1)\, i_{b2} = 0 \rightarrow i_{b2} = \frac{-g_m v_{gs1} R_4}{R_4 + h_{ie} + R_8(h_{fe}+1)}$]

$v_{gs1} = v_{g1} - v_{s1} = - v_{s1} = - v_i$

$A_v(\infty) = \frac{v_u}{v_i} = - h_{fe} R_6\, g_m \frac{R_4}{R_4 + h_{ie} + R_8(h_{fe}+1)} = -3.5934$ (negativo, come deve essere visto che si tratta di uno stadio a gate comune, non invertente, e di uno stadio a emettitore comune, invertente, in cascata)

$|A_v(\infty)|_{dB} = 11.11\ dB$

$A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow$ n° zeri = n° poli = 3

$R_{vc1} = R_1 // R_5 // \frac{1}{g_m} = 250\ \Omega$

$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{vc1}} = 40'000\ \frac{rad}{s} \rightarrow f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 6366.198\ Hz$

la v_u si annulla per la s per cui $R_1 // \frac{1}{C_1 s} = \infty$ perché in tale condizione si interrompe l'unico percorso che porta verso l'uscita l'effetto del segnale

$R_1 // \frac{1}{C_1 s} = \frac{R_1 \frac{1}{C_1 s}}{R_1 + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{R_1}{1 + R_1 C_1 s} = \infty \rightarrow 1 + R_1 C_1 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_1 C_1} \rightarrow$

$\omega_{Z1} = \frac{1}{R_1 C_1} = 18181.\overline{81}\ \frac{rad}{s} \rightarrow f_{Z1} = \frac{\omega_{Z1}}{2\pi} = 2893.7262\ Hz$

C_2 non ha alcun effetto sull'uscita (che C_2 sia aperto, chiuso o qualunque valore abbia la sua impedenza, la v_u non cambia), per cui introduce un polo e uno zero coincidenti

$\omega_{Z2} = \omega_{P2} \rightarrow f_{Z2} = f_{P2}$ [(in particolare, per il metodo della resistenza vista $R_{VC2} = R_9 = 1K\Omega \rightarrow$ $\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{VC2}} = 10'000\ \frac{rad}{s} = \omega_{Z2} \rightarrow f_{P2} = f_{Z2} = \frac{\omega_{P2}}{2\pi} = 1591.55\,Hz$)]

$R_{VC3} = R_7 // (R_6 + \infty) = R_7 = 2\,K\Omega$

$\omega_{P3} = \dfrac{1}{C_3 R_{VC3}} = 5000 \dfrac{rad}{s} \rightarrow f_{P3} = \dfrac{\omega_{P3}}{2\pi} = 795.775\ Hz$

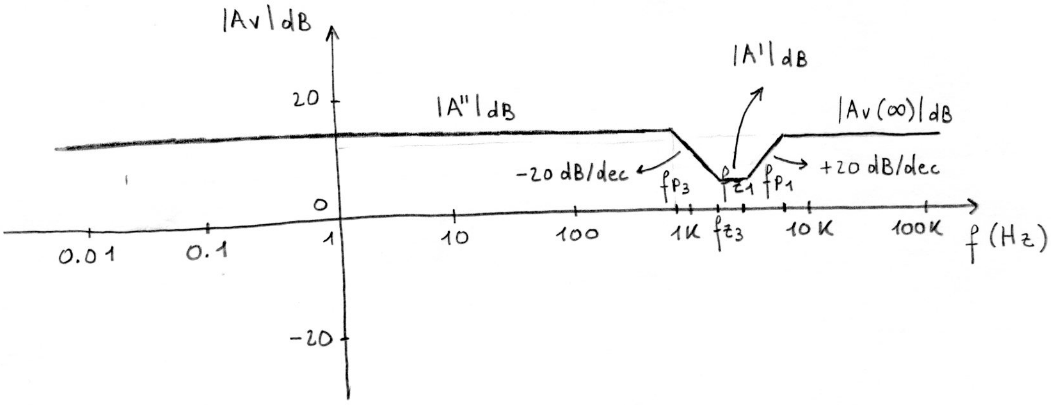
la V_u si annulla per la s per cui $R_6 + \left(R_7 // \dfrac{1}{C_3 s}\right) = 0$ perché in tale condizione l'uscita è cortocircuitata

$R_6 + R_7 // \dfrac{1}{C_3 s} = R_6 + \dfrac{R_7 \frac{1}{C_3 s}}{R_7 + \frac{1}{C_3 s}} = R_6 + \dfrac{R_7}{1 + R_7 C_3 s} = \dfrac{R_6 + R_6 R_7 C_3 s + R_7}{1 + R_7 C_3 s} = 0 \rightarrow R_6 + R_7 + R_6 R_7 C_3 s = 0 \rightarrow$

$s = -\dfrac{R_6 + R_7}{R_6 R_7 C_3} = -\dfrac{1}{C_3 (R_6 // R_7)} \rightarrow \omega_{Z3} = \dfrac{1}{C_3 (R_6 // R_7)} = 15'000 \dfrac{rad}{s} \rightarrow f_{Z3} = \dfrac{\omega_{Z3}}{2\pi} = 2387.324\ Hz$

La funzione di trasferimento è

$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{(s + \omega_{Z1})(s + \omega_{Z3})}{(s + \omega_{P1})(s + \omega_{P3})}$$



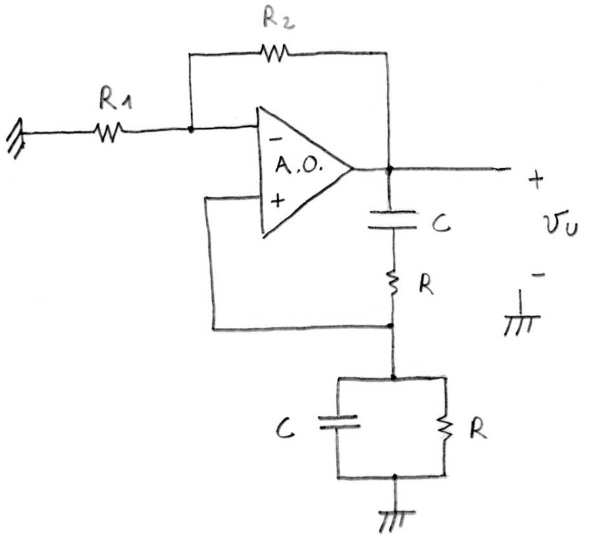
$|A'| = |A_v(\infty)| \dfrac{f_{Z1}}{f_{P1}} = 1.6334$

$|A'|_{dB} = 4.2617\ dB$

$|A''| = |A'| \dfrac{f_{Z3}}{f_{P3}} = 4.9$

$|A''|_{dB} = 13.8041\ dB$

4)



A.O. ideale

$C = 100\ nF$

$R = 10\ K\Omega$

$R_2 = 4\ K\Omega$

$R_1 = R_0 \left(1 + \frac{V_{Umax}}{V_0}\right)$

con: $R_0 = 1\ K\Omega$

$V_0 = 1\ V$

$$\beta A(s) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{RCs}{(RCs)^2 + 3RCs + 1}$$

A partire dalla funzione di trasferimento $\beta A(s)$, ricaviamo la risposta in frequenza $\beta A(j\omega)$:

$$\beta A(j\omega) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{RCj\omega}{(RCj\omega)^2 + 3RCj\omega + 1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{j\omega RC}{(1 - \omega^2 R^2 C^2) + j3\omega RC}$$

All' innesco deve esistere una ω_I tale che $\begin{cases} \angle \beta A(j\omega_I) = 0 \\ |\beta A(j\omega_I)| > 1 \end{cases}$;

a regime deve esistere una ω_0 tale che $\begin{cases} \angle \beta A(j\omega_0) = 0 \\ |\beta A(j\omega_0)| = 1 \end{cases}$ (condizioni di Barkhausen)

Poiché il numeratore di $\beta A(j\omega)$ è immaginario puro, per avere $\angle \beta A(j\omega) = 0$ dobbiamo imporre che anche il denominatore sia immaginario puro e verificare che in quella condizione il βA venga un numero reale positivo.

Poiché il denominatore sia immaginario puro dobbiamo annullare la sua parte reale:

$$1 - \omega^2 R^2 C^2 = 0 \rightarrow \omega^2 = \frac{1}{R^2C^2} \underset{\text{(dato che } \omega > 0)}{\rightarrow} \omega = \frac{1}{RC} = 1000\ rad/s \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 159.155\ Hz$$

Poiché nel caso in esame lo schema e i valori di R e C rimangono i soliti all' innesco e a regime, questa è sia la ω_I (all' innesco) che la ω_0 (a regime).

All' innesco $V_{Umax} = 0$, per cui $R_1 = R_0 = 1K\Omega$ e per $\omega = \omega_I$ si ha che

$$\beta A(j\omega_I) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{j\omega_I RC}{j3\omega_I RC} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

, per cui $|\beta A(j\omega_I)| = \frac{5}{3} > 1$, come deve essere all' innesco.

A regime dobbiamo avere che $|\beta A(j\omega_0)| = 1$; poiché

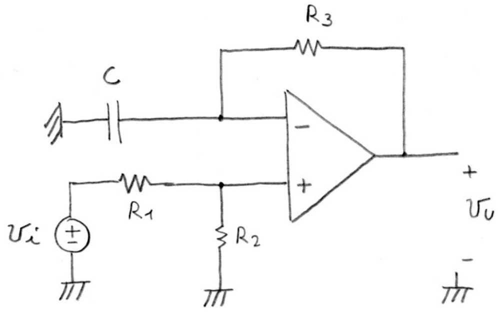
$$|\beta A(j\omega_0)| = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{j\omega_0 RC}{j3\omega_0 RC} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{3}$$

dobbiamo imporre che

$$\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{3} = 1 \rightarrow 1 + \frac{R_2}{R_1} = 3 \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 2 \rightarrow \frac{4K\Omega}{1K\Omega\left(1 + \frac{V_{Umax}}{V_0}\right)} = 2 \rightarrow \frac{4}{1 + \frac{V_{Umax}}{V_0}} = 2 \rightarrow$$

$$1 + \frac{V_{Umax}}{V_0} = 2 \rightarrow \frac{V_{Umax}}{V_0} = 1 \rightarrow V_{Umax} = V_0 = 1V$$

5)



$C = 1\,\mu F$

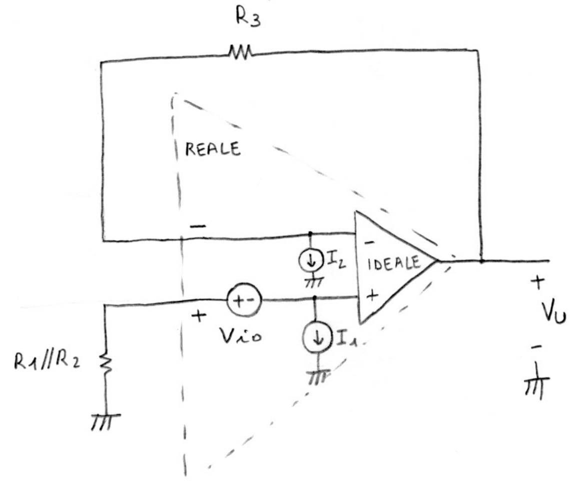
$R_1 = R_2 = R_3 = 2\,K\Omega$

$|V_{io}|_{max} = 5\,mV$

$I_B = \frac{I_1 + I_2}{2} = 80\,nA$

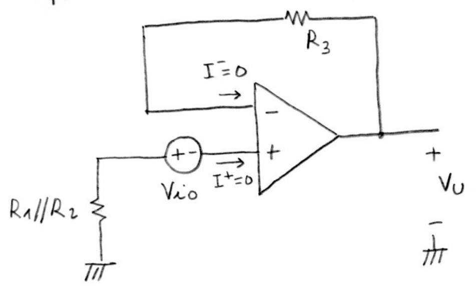
$|I_{io}|_{max} = |I_1 - I_2|_{max} = 30\,nA$

Per valutare l'effetto a regime sulla V_U dei soli generatori di offset (che sono generatori in continua) lavoriamo in continua (quindi sostituiamo il condensatore C con un ramo aperto), disattiviamo V_i e sostituiamo all'amplificatore operazionale reale lo schema equivalente in cui compaiono un amplificatore operazionale ideale e i generatori di offset:



dopodiché calcoliamo l'effetto sull'uscita dei generatori di offset usando la sovrapposizione degli effetti e sfruttando il metodo del cortocircuito virtuale per l'amplificatore operazionale ideale;

a) effetto di V_{io}:

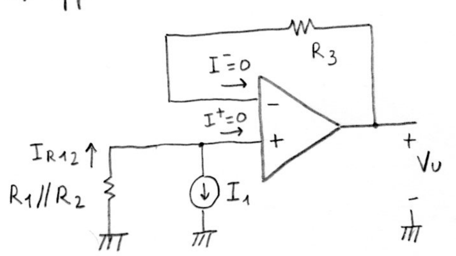


per il c.c.v. $I^+ = 0 \rightarrow$ non c'è caduta su $R_1//R_2 \rightarrow V^+ = -V_{io}$;

per il c.c.v. $V^- = V^+ = -V_{io}$;

per il c.c.v. $I^- = 0 \rightarrow$ non c'è caduta su $R_3 \rightarrow V_U = V^- = -V_{io}$

b) effetto di I_1:



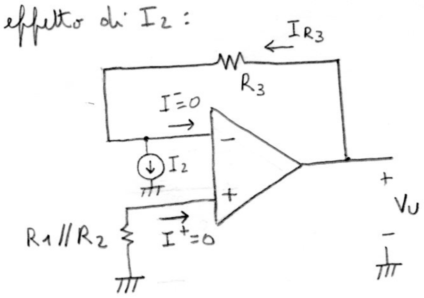
per il c.c.v. $I^+ = 0 \rightarrow I_{R12} = I_1 \rightarrow V^+ = -(R_1//R_2)\,I_1$

per il c.c.v. $V^- = V^+ = -(R_1//R_2)\,I_1$

per il c.c.v. $I^- = 0 \rightarrow$ non c'è caduta su $R_3 \rightarrow$

$V_U = V^- = -(R_1//R_2)\,I_1$

c) effetto di I_2:



per il c.c.v. $I^+ = 0 \rightarrow$ non c'è caduta su $R_1//R_2 \rightarrow V^+ = 0$;

per il c.c.v. $V^- = V^+ = 0$;

per il c.c.v. $I^- = 0$

$I_{R3} = I_2 + I^- = I_2 \rightarrow V_U = V^- + R_3 I_{R3} = R_3 I_2$

Complessivamente abbiamo che

$$V_U = -V_{io} - (R_1 // R_2)\, I_1 + R_3\, I_2 \underset{\uparrow}{=} -V_{io} - (R_1//R_2)\left(I_B + \frac{I_{io}}{2}\right) + R_3\left(I_B - \frac{I_{io}}{2}\right) = -V_{io} + \overbrace{I_B\left(R_3 - R_1//R_2\right)}^{80\mu V} - \frac{I_{io}}{2}\left(R_3 + R_1//R_2\right) =$$

$$\left[\begin{cases} I_B = \dfrac{I_1+I_2}{2} \\ I_{io} = I_1 - I_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_1 + I_2 = 2 I_B \\ I_1 - I_2 = I_{io} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2I_1 = 2I_B + I_{io} \\ 2I_2 = 2I_B - I_{io} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_1 = I_B + \dfrac{I_{io}}{2} \\ I_2 = I_B - \dfrac{I_{io}}{2} \end{cases}\right]$$

$$= -V_{io} + 80\mu V - 1.5\,K\Omega \cdot I_{io}$$

Poiché l'unico addendo il cui valore è noto (cioè $I_B\,(R_3 - R_1//R_2)$) è positivo, per ottenere la V_U di modulo massimo dobbiamo scegliere per gli altri due addendi (cioè $-V_{io}$ e $-\frac{I_{io}}{2}(R_3 + R_1//R_2)$) il valore di modulo massimo e positivo, quindi scegliere $V_{io} = -5\,mV$ e $I_{io} = -30\,nA$, ottenendo così:

$$|V_U|_{max} = |5\,mV + 80\,\mu V + 45\,\mu V| = 5.125\,mV$$