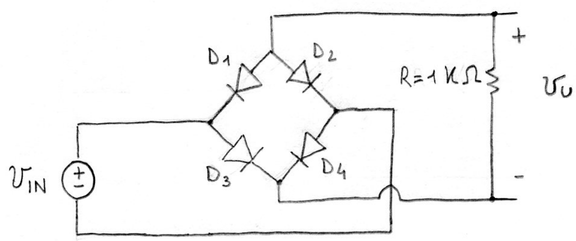
Scheda: **A23_01**	Data: **9 gennaio 2023**

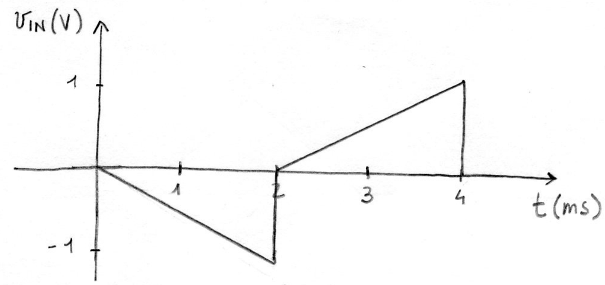
Cognome	Nome	Matricola

ESERCIZIO N°1

6 punti (4)

Si consideri il circuito rappresentato a sinistra in figura, avente ingresso v_{IN} e uscita v_U. Si ricavi e si grafichi la caratteristica ingresso-uscita di tale circuito, specificando (e verificando) per ciascun intervallo di valori di v_{IN} lo stato dei quattro diodi. Si disegni l'andamento nel tempo, per $0 \leq t \leq 4$ ms, della tensione $v_U(t)$ che otteniamo in uscita se in ingresso si applica la tensione $v_{IN}(t)$ graficata a destra in figura. Si considerino i diodi D_1, D_2, D_3 e D_4 ideali (e si faccia attenzione a come sono orientati).

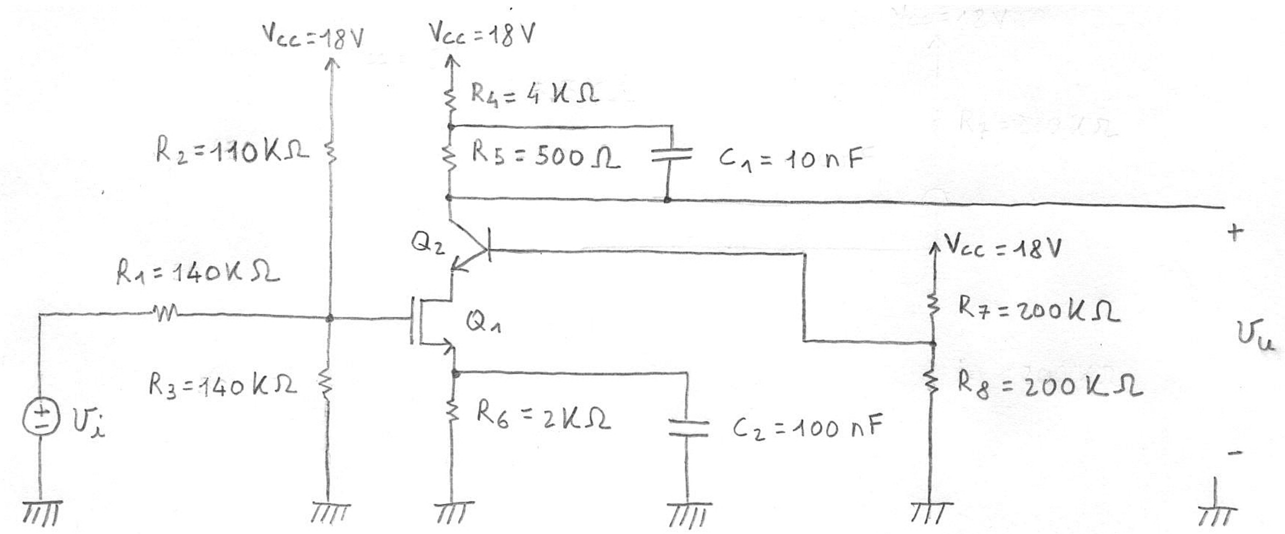




ESERCIZIO N°2

7.5 punti (4)

Con riferimento al circuito in figura, determinare il punto di lavoro dei transistori Q_1 e Q_2 ed il valore della tensione di uscita V_U a riposo.
[Si consiglia di iniziare lo studio del circuito a riposo da Q_1, per la cui analisi è necessario risolvere un'equazione di secondo grado. Poi si passi a studiare il punto di lavoro di Q_2; può convenire fare un equivalente di Thevenin di ciò che sta sulla base di Q_2, in modo da ricavare facilmente la tensione sulla base e sull'emettitore di Q_2 (che serve anche per verificare le ipotesi fatte sulla regione di funzionamento di Q_1 e Q_2).]



per Q_1: $\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} = 0.5\ \frac{mA}{V^2}$; per Q_2: $h_{FE_2} = 199$

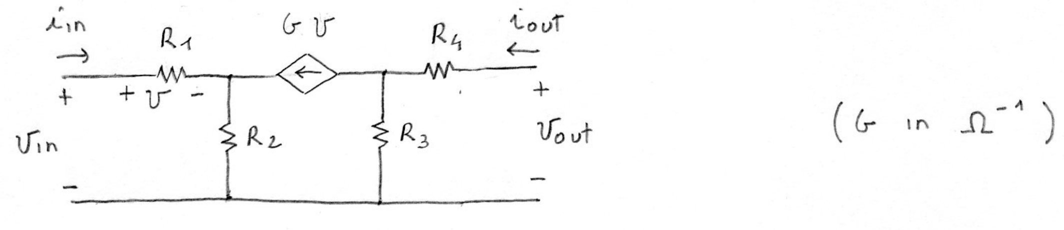
$V_{T_1} = 1\ V$

ESERCIZIO N°3
7 punti (4)

Considerando il circuito mostrato nell'esercizio precedente, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_i$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa). Si consideri per Q_1: $g_{m1} = 2$ mA/V e per Q_2: $h_{ie2} = 5$ KΩ, $h_{fe2} = 200$. Il diagramma di Bode <u>non</u> è richiesto.

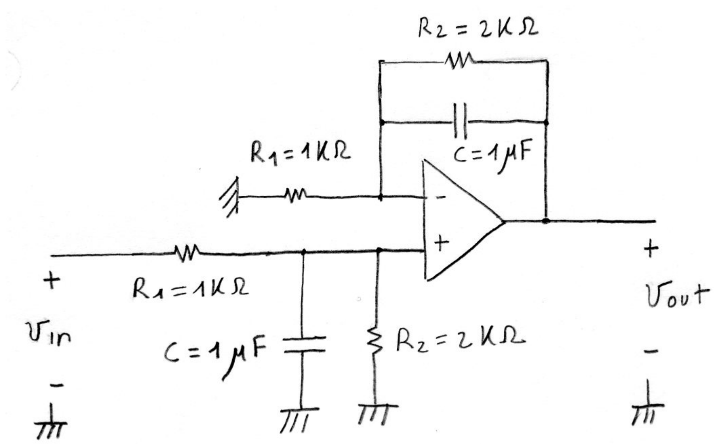
ESERCIZIO N°4
6.5 punti (4)

Si ricavino i parametri h del quadripolo mostrato in figura (le porte di ingresso e di uscita del quadripolo sono quelle alle quali in figura sono prese, rispettivamente, le tensioni v_{in} e v_{out}). G è un coefficiente moltiplicativo espresso in Ω^{-1}.

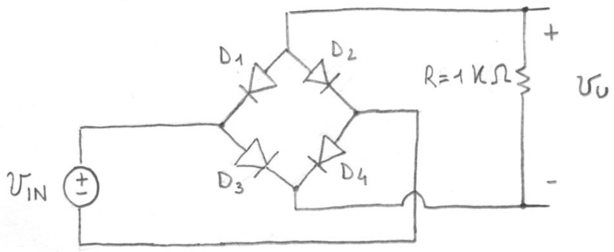


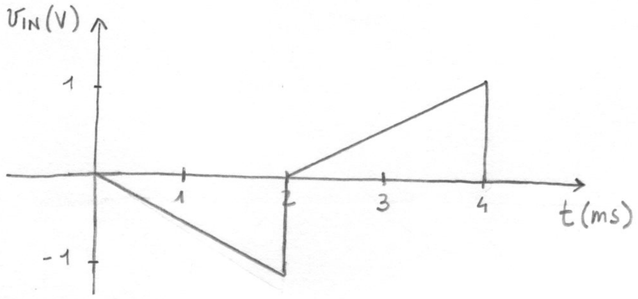
ESERCIZIO N°5
6 punti (4)

Lavorando nel dominio di Laplace, si ricavi l'espressione della funzione di trasferimento del seguente circuito. Si trovino i valori numerici delle singolarità e del guadagno a centrobanda di tale funzione di trasferimento. Si dica a che tipo di filtro tale circuito corrisponde e si indichino il/i limite/i di banda di tale filtro. Si consideri l'amplificatore operazionale ideale.
[Possono verificarsi cancellazioni tra qualche singolarità introdotta da un condensatore e qualche singolarità introdotta dall'altro.]



1)

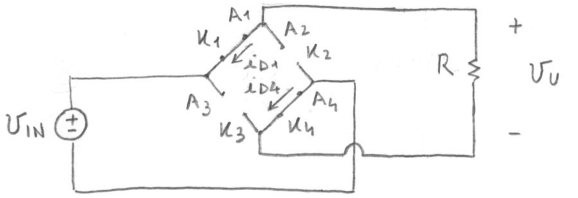




Caratteristica ingresso-uscita: ipotizziamo di partire nell'analisi da v_{IN} molto negativa.

Per v_{IN} molto bassa presumibilmente conducono D_1 e D_4, mentre D_2 e D_3 sono interdetti (dato che la tensione più bassa è sul catodo di D_1 e sull'anodo di D_3, mentre la tensione più alta è sul catodo di D_2 e sull'anodo di D_4):

ipotesi: D_1 e D_4 conducono, D_2 e D_3 interdetti



sotto queste ipotesi, $v_U = v_{IN}$

verifica delle ipotesi: $i_{D1} = \frac{-v_{IN}}{R} > 0$ vero se $v_{IN} < 0$,

$v_{AK2} = v_{IN} < 0$ vero se $v_{IN} < 0$,

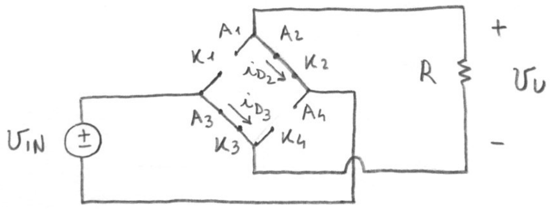
$v_{AK3} = v_{IN} < 0$ vero se $v_{IN} < 0$,

$i_{D4} = \frac{-v_{IN}}{R} > 0$ vero se $v_{IN} < 0$

quindi queste ipotesi sono verificate se $v_{IN} < 0$

Per $v_{IN} > 0$ invece presumibilmente conducono D_3 e D_2, mentre D_1 e D_4 sono interdetti (dato che la tensione più alta è sul catodo di D_1 e sull'anodo di D_3, mentre la tensione più bassa è sul catodo di D_2 e sull'anodo di D_4):

ipotesi: D_1 e D_4 interdetti, D_2 e D_3 conducono



sotto queste ipotesi, $v_U = -v_{IN}$

verifica delle ipotesi: $v_{AK1} = -v_{IN} < 0$ vero se $v_{IN} > 0$,

$i_{D2} = \frac{v_{IN}}{R} > 0$ vero se $v_{IN} > 0$,

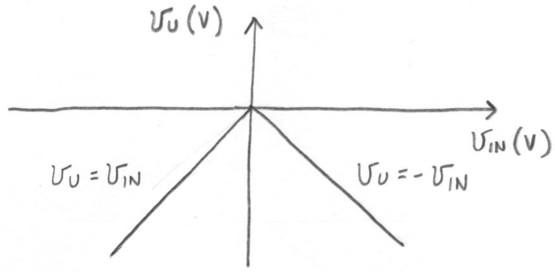
$i_{D3} = \frac{v_{IN}}{R} > 0$ vero se $v_{IN} > 0$,

$v_{AK4} = -v_{IN} < 0$ vero se $v_{IN} > 0$,

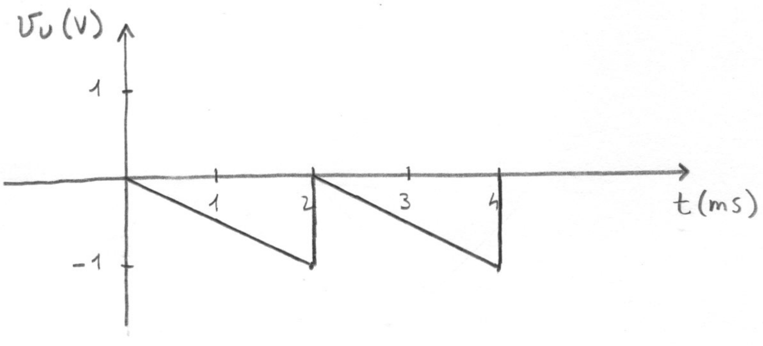
quindi queste ipotesi sono verificate se $v_{IN} > 0$

Quindi: per $v_{IN} < 0$: $v_U = v_{IN}$

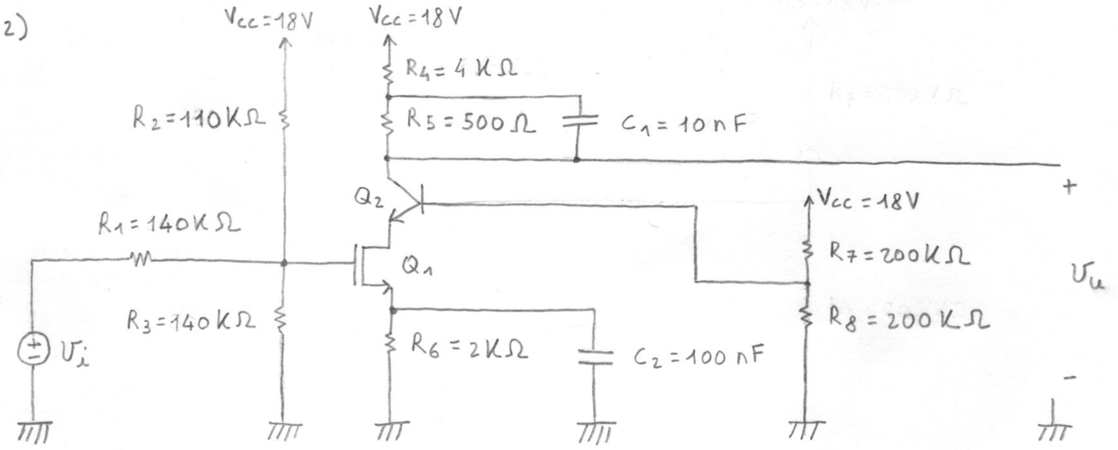
per $v_{IN} > 0$: $v_U = -v_{IN}$



L'uscita corrispondente all'ingresso $v_{IN}(t)$ assegnato quindi è



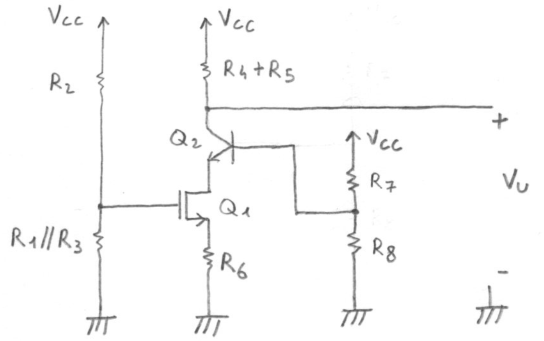
2)



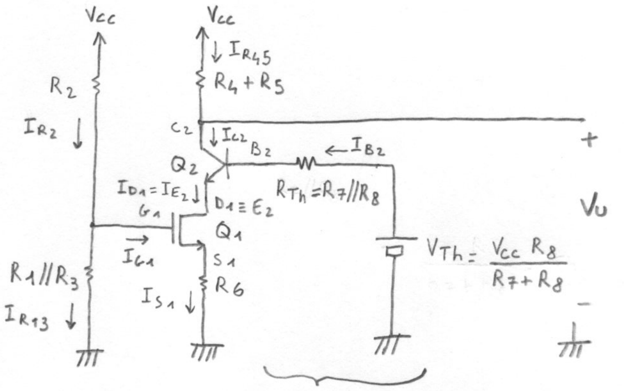
per Q_1: $\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}=0.5\ \frac{mA}{V^2}$; per Q_2: $h_{FE_2}=199$

$V_{T_1}=1V$

In continua il circuito diventa:



$\equiv$



equivalente di Thevenin della parte che sta sulla base di Q_2 (V_{cc}, R_7 e R_8)

$I_{G1}=0 \rightarrow R_2$ e $R_1//R_3$ sono in serie $\rightarrow$

$I_{R2}=I_{R13}=\frac{V_{CC}}{R_2+R_1//R_3}=100\mu A$; $V_{G1}=V_{CC}\frac{R_1//R_3}{R_2+R_1//R_3}=7V$

ipotesi 1: Q_1 in saturazione

$I_{D1}=K_1(V_{GS1}-V_{T1})^2$ con $K_1=\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}=0.5\ \frac{mA}{V^2}$

d'altra parte $V_{GS1}=V_{G1}-V_{S1}=V_{G1}-R_6 I_{S1}\overset{\uparrow}{=}V_{G1}-R_6 I_{D1}$; quindi abbiamo

(poiché $I_{G1}=0$, $I_{S1}=I_{D1}$)

$$\begin{cases} I_{D1}=K_1(V_{GS1}-V_{T1})^2 \\ V_{GS1}=V_{G1}-R_6 I_{D1} \end{cases} \longrightarrow V_{GS1}=V_{G1}-R_6K_1(V_{GS1}-V_{T1})^2=V_{G1}-R_6K_1V_{GS1}^2+2R_6K_1V_{T1}V_{GS1}-R_6K_1V_{T1}^2$$

$$\rightarrow \underbrace{R_6K_1}_{1V^{-1}}V_{GS1}^2+\underbrace{(1-2R_6K_1V_{T1})}_{-1}V_{GS1}+\underbrace{(R_6K_1V_{T1}^2-V_{G1})}_{-6V}=0 \rightarrow$$

$$\rightarrow (1V^{-1})V_{GS1}^2-V_{GS1}-6V=0 \rightarrow V_{GS1}=\frac{1\pm\sqrt{1+24}}{2V^{-1}}=\begin{cases} -2V < V_{T1} \\ 3V > V_{T1} \end{cases}$$

la prima soluzione è da scartare perché un MOS a canale n conduce se $V_{GS}>V_T$, quindi la soluzione fisica è

$V_{GS1}=3V > V_{T1}=1V$

$V_{S1}=V_{G1}-V_{GS1}=4V$

$I_{D1}=\frac{V_{S1}}{R_6}=2mA=I_{S1}=I_{E2}$

ipotesi 2: Q_2 in zona attiva diretta

$V_{BE2}=V_\gamma=0.7V$, $I_{C2}=h_{FE2}I_{B2}$, $I_{E2}=I_{C2}+I_{B2}=(h_{FE2}+1)I_{B2} \rightarrow I_{B2}=\frac{I_{E2}}{h_{FE2}+1}=10\mu A>0$

$I_{C2}=h_{FE2}I_{B2}=1.99\ mA=I_{R45}$

$V_{C2}=V_{CC}-(R_4+R_5)I_{C2}=9.045V=V_U$

usando l'equivalente di Thevenin fatto sulla base del Q_2, con $V_{Th}=V_{CC}\frac{R_8}{R_7+R_8}=9V$ e $R_{Th}=R_7//R_8=100K\Omega$,

si trova che $V_{B2}=V_{Th}-R_{Th}I_{B2}=8V \rightarrow V_{E2}=V_{B2}-V_\gamma=7.3V=V_{D1}$

*

quindi $V_{DS1} = V_{D1} - V_{S1} = 3.3\,V > V_{GS1} - V_{T1} = 2\,V$, che insieme a $V_{GS1} > V_{T1}$ verifica l'ipotesi 1
inoltre $V_{CE2} = V_{C2} - V_{E2} = 1.745\,V > V_{CEsat} = 0.1\,V$, che insieme a $I_{B1} > 0$ verifica l'ipotesi 2

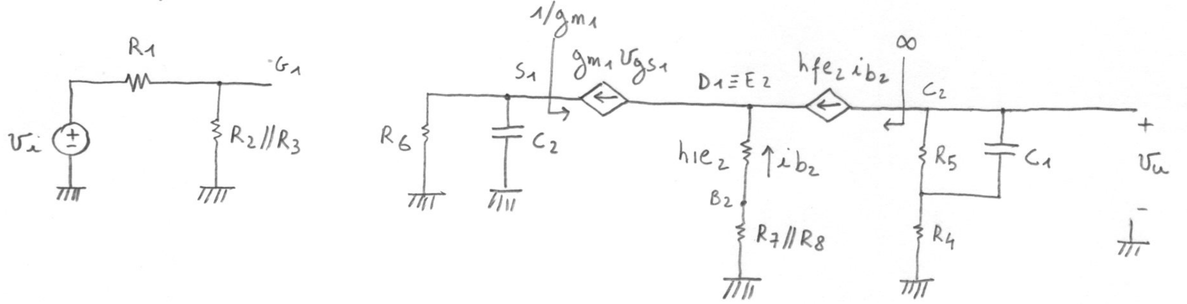
$$\left[g_{m1} = \left.\frac{\partial I_{D1}}{\partial V_{GS1}}\right|_Q = 2K_1(V_{GS1} - V_{T1}) = 2\,\frac{mA}{V} \right]$$ NON RICHIESTO

3) $g_{m1} = 2\,\frac{mA}{V}$

$h_{ie2} = 5\,K\Omega$

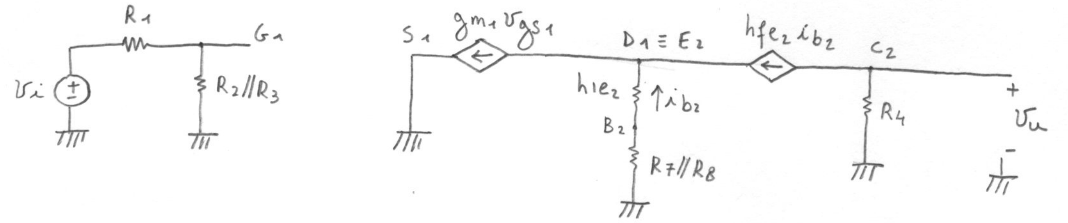
$h_{fe2} = 200$

Circuito equivalente per le variazioni:



2 condensatori, nessuna maglia impropria → 2 poli

Calcoliamo $A_v(\infty)$ chiudendo i due condensatori:



$v_u = -R_4 h_{fe2} i_{b2}$

$i_{b2} + h_{fe2} i_{b2} = g_{m1} v_{gs1} \rightarrow i_{b2} = \frac{g_{m1} v_{gs1}}{1 + h_{fe2}}$

$v_{gs1} = v_{g1} - v_{s1} = v_{g1}$

$v_{g1} = v_i \frac{R_2 // R_3}{R_1 + R_2 // R_3}$

$A_v(\infty) = \frac{v_u}{v_i} = -R_4 \frac{h_{fe2}}{1 + h_{fe2}} g_{m1} \frac{R_2//R_3}{R_1 + R_2//R_3} = -2.43228$ (negativo, come deve essere visto che si tratta di uno stadio a source comune, invertente, e di uno stadio a base comune, non invertente, in cascata)

$|A_v(\infty)|_{dB} = 7.72\,dB$

$A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow$ n° zeri = n° poli = 2

Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include C_1 e C_2)

$R_{VC1} = R_5 // (R_4 + \infty) = R_5 = 500\,\Omega$

$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{VC1}} = 200'000\,\frac{rad}{s} \rightarrow f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 31'830.989\,Hz$

la v_u si annulla per la s per cui $R_4 + R_5 // \frac{1}{C_1 s} = 0$ perché in tale condizione l'uscita è cortocircuitata

$$R_4 + \frac{R_5 \frac{1}{C_1 s}}{R_5 + \frac{1}{C_1 s}} = R_4 + \frac{R_5}{1 + R_5 C_1 s} = \frac{R_4 + R_5 + R_4 R_5 C_1 s}{1 + R_5 C_1 s} = 0 \rightarrow R_4 + R_5 + R_4 R_5 C_1 s = 0 \rightarrow$$

$$s = -\frac{1}{C_1 \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}} = -\frac{1}{C_1 (R_4 // R_5)} \rightarrow \omega_{Z1} = \frac{1}{C_1 (R_4 // R_5)} = 225'000\,\frac{rad}{s} \rightarrow f_{Z1} = \frac{\omega_{Z1}}{2\pi} = 35809.86\,Hz$$

$R_{VC2} = R_6 // \frac{1}{g_{m1}} = 400\,\Omega$

$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{VC2}} = 25'000\,\frac{rad}{s} \rightarrow f_{P2} = \frac{\omega_{P2}}{2\pi} = 3978.874\,Hz$

la v_u si annulla per la s per cui $Z_{S1} = R_6 // \frac{1}{C_2 s} = \infty$ (perché $v_u = -h_{fe2} i_{b2} \left(R_4 + R_5 // \frac{1}{C_1 s}\right)$ con $(1 + h_{fe2}) i_{b2} = g_{m1} v_{gs1}$, per cui v_u si annulla quando v_{gs1} si annulla; ma $v_{gs1} = v_{g1} - v_{s1} =$

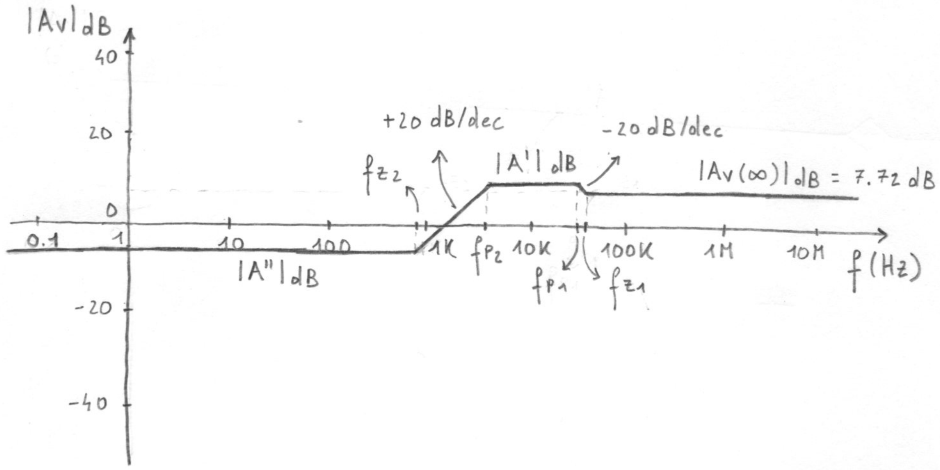
$= v_{g1} - g_{m1} v_{gs1} Z_{s1} \rightarrow v_{gs1}(1+g_{m1}Z_{s1}) = v_{g1} \rightarrow v_{gs1} = \frac{v_{g1}}{1+g_{m1}Z_{s1}}$ che si annulla quando $Z_{s1} = \infty$);

$$R_6 /\!/ \frac{1}{C_2 s} = \frac{R_6 \frac{1}{C_2 s}}{R_6 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{R_6}{1+R_6 C_2 s} = \infty \rightarrow 1 + R_6 C_2 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_6 C_2} \rightarrow \omega_{z2} = \frac{1}{R_6 C_2} = 5000 \frac{rad}{s} \rightarrow$$

$$f_{z2} = \frac{\omega_{z2}}{2\pi} = 795.775 \text{ Hz}$$

La funzione di trasferimento è

$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{(s+\omega_{z1})(s+\omega_{z2})}{(s+\omega_{p1})(s+\omega_{p2})}$$



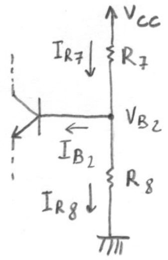
$$|A'| = |A_v(\infty)| \frac{f_{z1}}{f_{p1}} = 2.7363$$

$$|A'|_{dB} = 8.7433 \text{ dB}$$

$$|A''| = |A'| \frac{f_{z2}}{f_{p2}} = 0.5473$$

$$|A''|_{dB} = -5.2361 \text{ dB}$$

[* alternativamente, si può ad esempio procedere in questo modo per ricavare V_{B2} conoscendo I_{B2}:

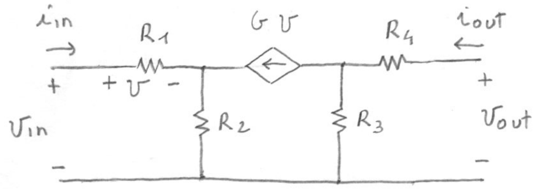


$$I_{R7} = I_{B2} + I_{R8} \rightarrow \frac{V_{cc} - V_{B2}}{R_7} = I_{B2} + \frac{V_{B2}}{R_8} \rightarrow \frac{V_{cc}}{R_7} - \frac{V_{B2}}{R_7} = I_{B2} + \frac{V_{B2}}{R_8} \rightarrow$$

$$\frac{V_{B2}}{R_7} + \frac{V_{B2}}{R_8} = \frac{V_{cc}}{R_7} - I_{B2} \rightarrow V_{B2}\left(\frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_8}\right) = \frac{V_{cc}}{R_7} - I_{B2} \rightarrow$$

$$V_{B2} = \frac{R_7 R_8}{R_7 + R_8}\left(\frac{V_{cc}}{R_7} - I_{B2}\right) = 8 \text{ V}$$]

4)

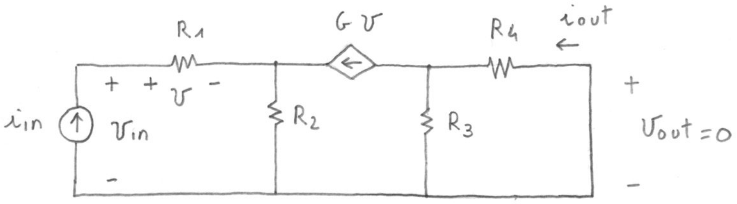


(G in Ω^{-1})

$$\begin{cases} i_{out} = h_f \, i_{in} + h_o \, v_{out} \\ v_{in} = h_i \, i_{in} + h_r \, v_{out} \end{cases}$$

$$h_f = \left. \frac{i_{out}}{i_{in}} \right|_{v_{out}=0} \quad ; \quad h_i = \left. \frac{v_{in}}{i_{in}} \right|_{v_{out}=0}$$

($v_{out} = 0$ significa porta di uscita cortocircuitata)



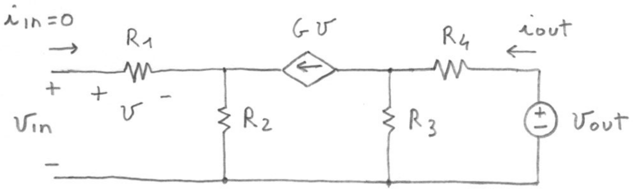
$$v = R_1 i_{in} \rightarrow G v = G R_1 i_{in}$$

$$i_{out} = (G v) \frac{R_3}{R_3 + R_4} = G R_1 i_{in} \frac{R_3}{R_3 + R_4} \rightarrow h_f = \frac{i_{out}}{i_{in}} = G R_1 \frac{R_3}{R_3 + R_4}$$

$$v_{in} = v + R_2 \left(i_{in} + (G v) \right) = R_1 i_{in} + R_2 \left(i_{in} + G R_1 i_{in} \right) \rightarrow h_i = \frac{v_{in}}{i_{in}} = R_1 + R_2 (1 + G R_1)$$

$$h_o = \left. \frac{i_{out}}{v_{out}} \right|_{i_{in}=0} \quad ; \quad h_r = \left. \frac{v_{in}}{v_{out}} \right|_{i_{in}=0}$$

($i_{in} = 0$ significa porta di ingresso aperta)



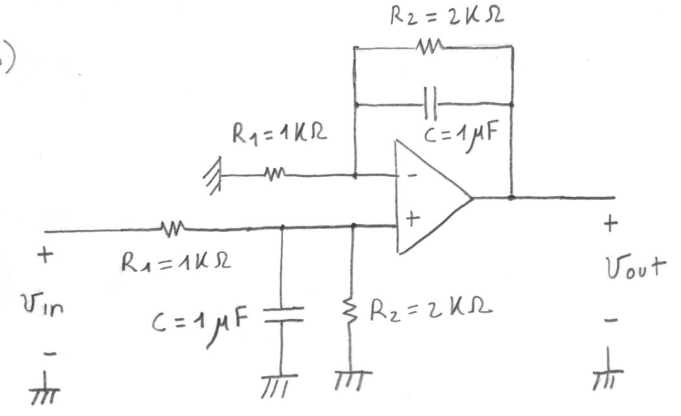
$$v = R_1 i_{in} = R_1 \cdot 0 = 0 \rightarrow G v = G R_1 i_{in} = 0$$

$$v_{out} = (R_3 + R_4) \, i_{out} \rightarrow h_o = \frac{i_{out}}{v_{out}} = \frac{1}{R_3 + R_4}$$

$$v_{in} = v + R_2 \left(i_{in} + (G v) \right) = R_1 i_{in} + R_2 \left(i_{in} + G R_1 i_{in} \right) = (R_1 + R_2 + R_2 G R_1) \, i_{in} = 0 \rightarrow$$

$$h_r = \frac{v_{in}}{v_{out}} = 0$$

5)



$$Z = R_2 // \frac{1}{CS} = \frac{R_2 \frac{1}{CS}}{R_2 + \frac{1}{CS}} = \frac{R_2}{1 + R_2 C S}$$

per il c.c.v. $i^+ = 0 \rightarrow R_1$ e Z sono in serie $\rightarrow v^+ = v_{in} \frac{Z}{R_1 + Z}$

sempre come conseguenza del c.c.v. abbiamo che $v_{out} = v^+ \left(1 + \frac{Z}{R_1}\right) =$

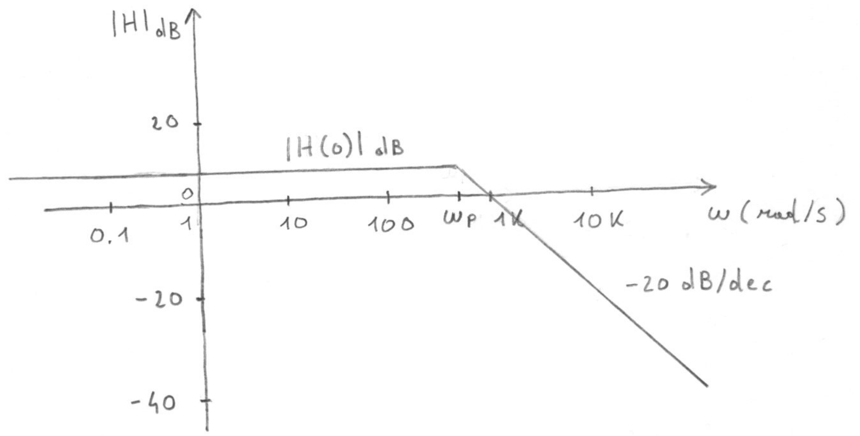
$$= v^+ \frac{R_1 + Z}{R_1} = \left(v_{in} \frac{Z}{\cancel{R_1 + Z}}\right) \frac{\cancel{R_1 + Z}}{R_1} = v_{in} \frac{Z}{R_1} = v_{in} \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + R_2 C S} \rightarrow$$

$$H(s) = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{s}{\left(\frac{1}{R_2 C}\right)}}$$

(si è eliso il polo introdotto dal condensatore inferiore con lo zero introdotto dal condensatore superiore)

che è una funzione di trasferimento con un polo in $S_P = -\frac{1}{R_2 C}$ (valore di s per cui si annulla il denominatore) $\rightarrow \omega_P = -S_P = \frac{1}{R_2 C} = 500$ rad/s , nessuno zero e guadagno per $\omega = 0$ pari a $\lim_{s \to 0} H(s) = \frac{R_2}{R_1} = 2 \rightarrow |H(0)|_{dB} = 6.02$ dB

il suo diagramma di Bode del modulo è questo:



il circuito si comporta da filtro passa-basso del 1° ordine con limite superiore di banda ω_P e guadagno in banda passante $H(0) = 2$