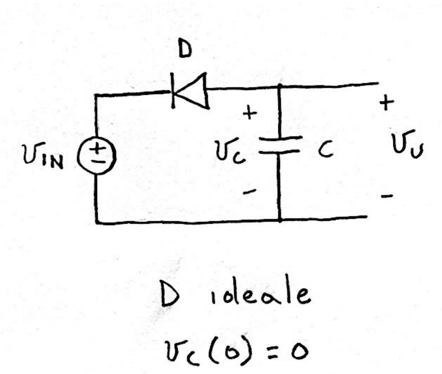
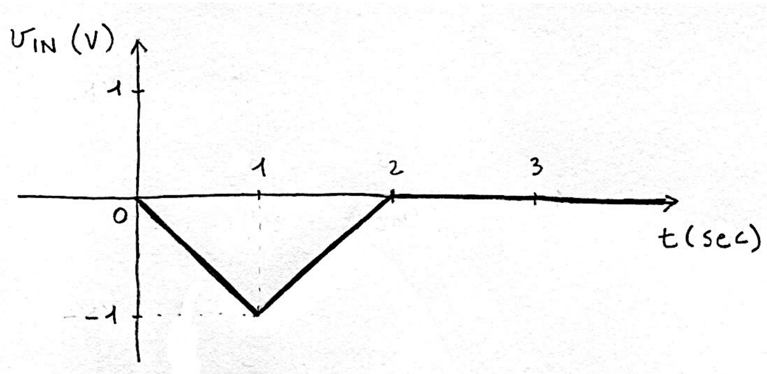
Scheda: **A23_05**	Data: **5 giugno 2023**

Cognome	Nome	Matricola

ESERCIZIO N°1
6 punti

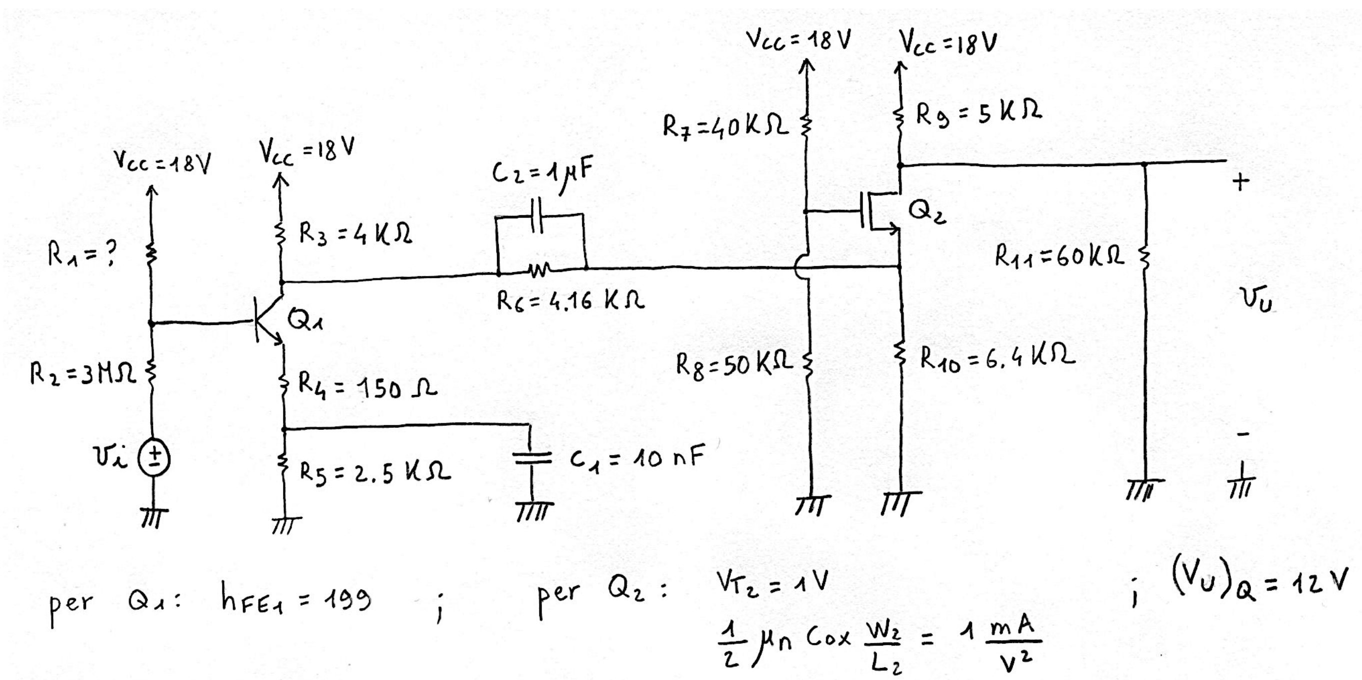
Si consideri il circuito rappresentato a sinistra in figura. Considerando il diodo ideale e ipotizzando il condensatore inizialmente scarico ($v_C(0) = 0$), si ricavi passo passo e si disegni l'andamento nel tempo della tensione $v_U(t)$ che si ha in uscita da tale circuito quando in ingresso al circuito si applica la tensione $v_{IN}(t)$ il cui andamento nel tempo è rappresentato a destra in figura. In particolare, si specifichi in quali intervalli di tempo il diodo conduce e in quali è interdetto.





ESERCIZIO N°2
7 punti

Con riferimento al circuito in figura, ipotizzando Q_1 (transistore BJT npn) in zona attiva diretta e Q_2 (transistore MOS a canale n) in saturazione e sapendo che la tensione V_U di uscita a riposo è pari a 12 V, si ricavi il valore della resistenza R_1. Si determini il punto di lavoro di Q_1 e Q_2 e si verifichino le ipotesi fatte sulla zona di funzionamento dei due transistori.

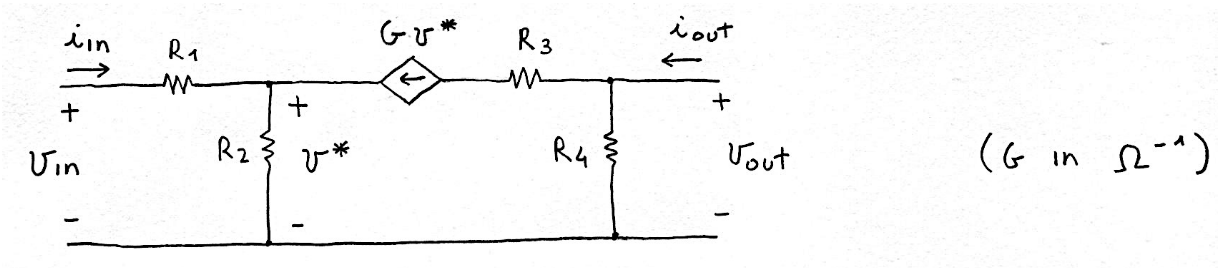


ESERCIZIO N°3
7.5 punti

Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui però stavolta si assuma $R_1 = 1.2$ MΩ. Considerando per Q_1: $h_{fe1} = 200$, $h_{ie1} = 5$ KΩ e per Q_2: $g_{m2} = 2$ mA/V, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_i$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa). Il diagramma di Bode non è richiesto.

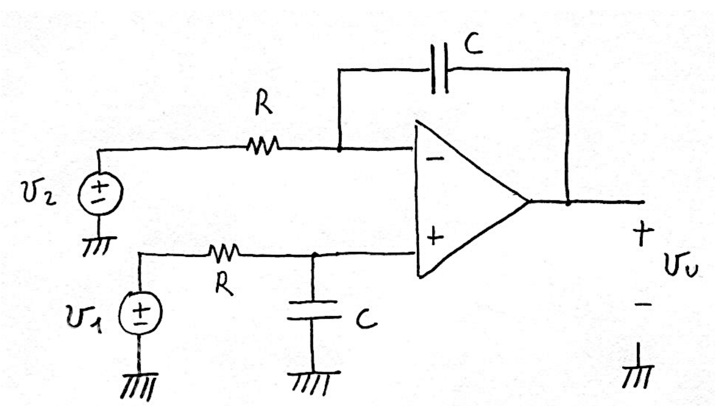
ESERCIZIO N°4
6.5 punti

Si ricavino i parametri r_f e r_i del quadripolo mostrato in figura (le porte di ingresso e di uscita del quadripolo sono quelle alle quali in figura sono prese, rispettivamente, le tensioni v_{in} e v_{out}). G è un coefficiente moltiplicativo espresso in Ω^{-1}.

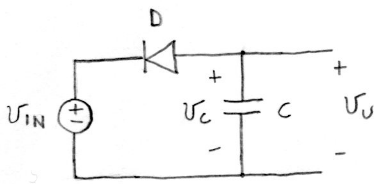


ESERCIZIO N°5
6 punti

Lavorando nel dominio di Laplace e considerando l'amplificatore operazionale ideale, si trovi come è legata la tensione di uscita v_U alle due tensioni di ingresso v_1 e v_2 nel circuito mostrato in figura. Alla fine, si antitrasformi il risultato nel dominio del tempo.

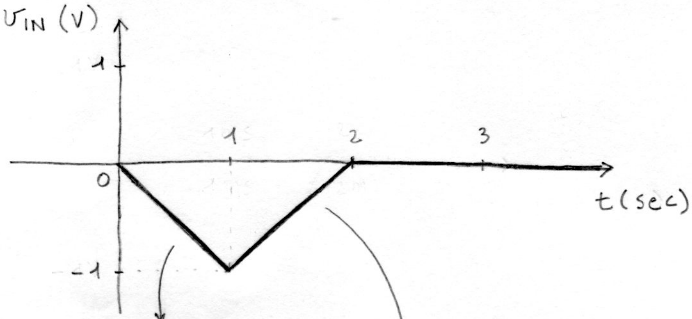


1)



D ideale

$v_C(0) = 0$



$v_{IN} = -1 \frac{V}{sec} \cdot t$

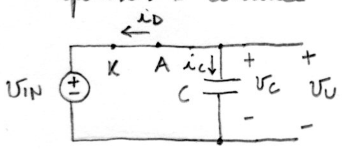
$v_{IN} = 1 \frac{V}{sec} (t - 2\,sec) = 1 \frac{V}{sec} t - 2V$

C inizialmente scarico ($v_C(0) = 0$);

per $t = 0$ $\quad v_U = v_C = 0$;

poi per t maggiore inizialmente la v_{IN} (cioè la tensione sul catodo) decresce e diventa negativa; poiché inizialmente la v_C (cioè la tensione sull'anodo) è nullo, l'ipotesi più probabile è che il diodo D conduca

ipotesi: D conduce



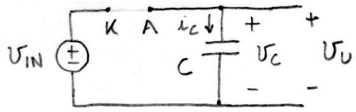
$v_U = v_C = v_{IN}$

verifica dell'ipotesi: $i_D = -i_C = -C \frac{d v_C}{dt} = -C \frac{d v_{IN}}{dt} > 0 \rightarrow \frac{d v_{IN}}{dt} < 0$,

vero fino a $t = 1\,sec$ (fino a $t = 1\,sec$ $\frac{d v_{IN}}{dt} = -1 \frac{V}{sec}$);

dopo $t = 1\,sec$ quest'ipotesi viene meno, quindi ipotizziamo che il diodo D sia interdetto

ipotesi: D interdetto



la maglia è aperta $\rightarrow i_C = C \frac{d v_C}{dt} = 0 \rightarrow v_C$ è costante e pari al valore che aveva all'inizio di questa fase, cioè alla fine della fase precedente, cioè a $v_{IN}(1\,sec) = -1V$

$v_U = v_C = -1V$

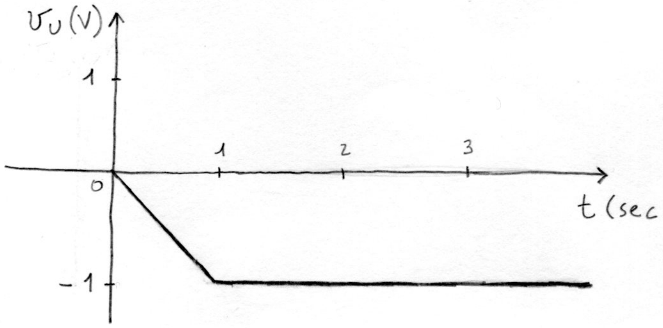
verifica dell'ipotesi: $v_{AK} = v_A - v_K = v_C - v_{IN} = -1V - v_{IN} < 0 \rightarrow$
$v_{IN} > -1V$, vero da 1 sec in poi

Quindi:

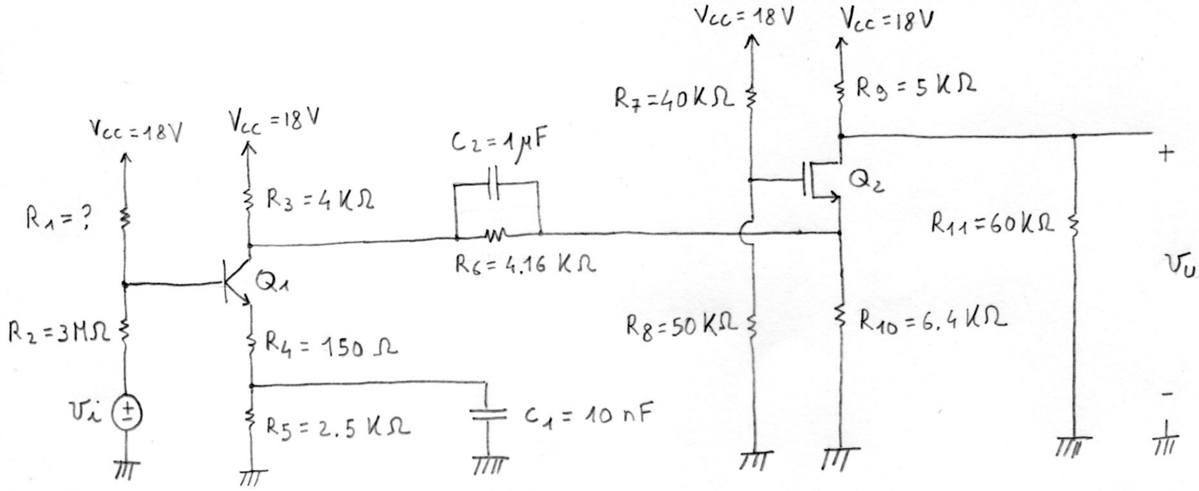
per $0 < t < 1\,sec$: D conduce e $v_U = v_{IN}$

per $t > 1\,sec$: D interdetto e $v_U = -1V$

È un rivelatore di picco negativo.



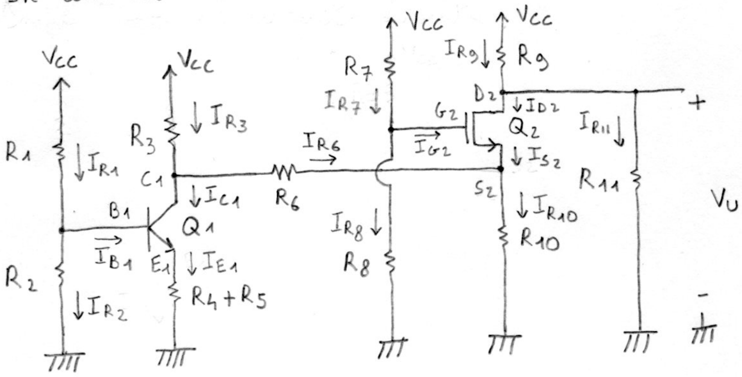
2)



per Q_1: $h_{FE1} = 199$; per Q_2: $V_{T2} = 1V$; $(V_U)_Q = 12V$

$\frac{1}{2}\mu_n C_{ox} \frac{W_2}{L_2} = 1 \frac{mA}{V^2}$

In continua il circuito diventa:



$V_U = V_{D2} = 12V$

$I_{R11} = \frac{V_U}{R_{11}} = 0.2\ mA$

$I_{R9} = \frac{V_{CC} - V_U}{R_9} = 1.2\ mA$

$I_{D2} = I_{S2} = I_{R9} - I_{R11} = 1\ mA$
(dato che $I_{G2} = 0$)

$I_{G2} = 0 \rightarrow I_{R7} = I_{R8} = \frac{V_{CC}}{R_7 + R_8} = 0.2\ mA$

$V_{G2} = V_{CC} \frac{R_8}{R_7 + R_8} = 10\ V$

ipotesi 1: Q_2 in saturazione

$I_{D2} = K_2 (V_{GS2} - V_{T2})^2$ $\left(\text{con } K_2 = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox} \frac{W_2}{L_2} = 1 \frac{mA}{V}\right) \rightarrow V_{GS2} = V_{T2} \cancel{\pm} \sqrt{\frac{I_{D2}}{K_2}} = 2V > V_{T2} = 1V$

(un MOS a canale n conduce se $V_{GS2} > V_{T2}$)

$V_{S2} = V_{G2} - V_{GS2} = 8\ V$

$V_{DS2} = V_{D2} - V_{S2} = 4V > V_{GS2} - V_{T2} = 1V \longrightarrow$ ipotesi 1 verificata

$I_{R10} = \frac{V_{S2}}{R_{10}} = 1.25\ mA$

$I_{R6} = I_{R10} - I_{S2} = 0.25\ mA$

$V_{C1} = V_{S2} + R_6 I_{R6} = 9.04\ V$

$I_{R3} = \frac{V_{CC} - V_{C1}}{R_3} = 2.24\ mA$

$I_{C1} = I_{R3} - I_{R6} = 1.99\ mA$

ipotesi 2: Q_1 in zona attiva diretta

$I_{B1} = \frac{I_{C1}}{h_{FE1}} = 10\ \mu A > 0$

$I_{E1} = I_{C1} + I_{B1} = 2\ mA$

$V_{E1} = (R_4 + R_5) I_{E1} = 5.3V$

$V_{CE1} = V_{C1} - V_{E1} = 3.74\ V > V_{CEsat} = 0.1\ V \longrightarrow$ ipotesi 2 verificata

$V_{B1} = V_{E1} + V_\gamma = 6\ V$

$I_{R2} = \frac{V_{B1}}{R_2} = 2\ \mu A$

$I_{R1} = I_{R2} + I_{B1} = 12\ \mu A$

$R_1 = \frac{V_{CC} - V_{B1}}{I_{R1}} = 1\ M\Omega$

$\left[g_{m2} = \left.\frac{\partial I_{D2}}{\partial V_{GS2}}\right|_Q = 2K_2 (V_{GS2} - V_{T2}) = 2 \frac{mA}{V} \right]$ NON RICHIESTO

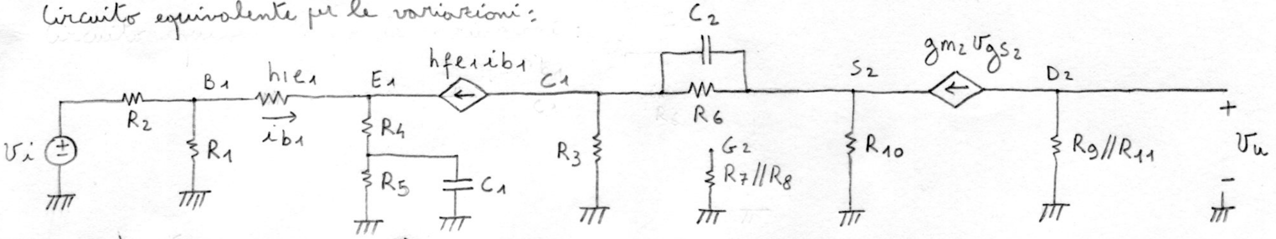
3) $R_1 = 1.2\ M\Omega$

$h_{fe1} = 200$

$h_{ie1} = 5\ K\Omega$

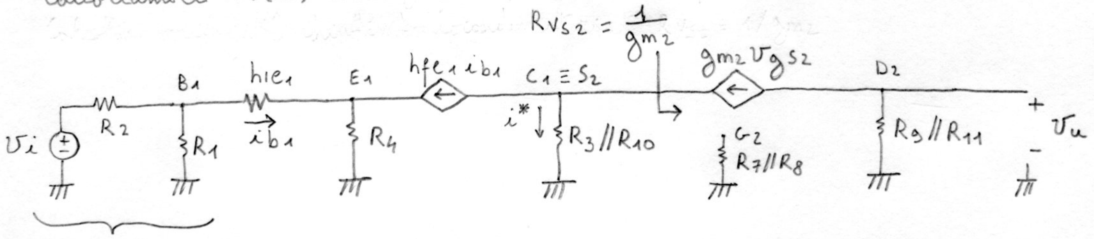
$g_{m2} = 2\ \frac{mA}{V}$

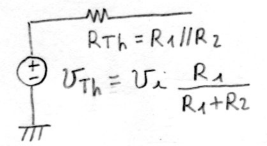
Circuito equivalente per le variazioni:



2 condensatori, nessuna maglia impropria → 2 poli

Calcoliamoci $A_v(\infty)$ chiudendo i due condensatori



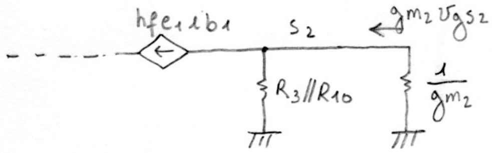


(equivalente di Thevenin)

$$v_u = -(R_9 // R_{11})\, g_{m2}\, v_{gs2} \underset{\uparrow}{=} +(R_9 // R_{11})\, g_{m2}\, v_{s2}$$

$v_{g2} = 0$ (perché in $R_7 // R_8$ non scorre corrente) $\rightarrow v_{gs2} = v_{g2} - v_{s2} = -v_{s2}$

facendo l'equivalente di Thevenin tra S_2 e massa di tutto ciò che sta a destra di $R_3 // R_{10}$ (che è costituito dalla sola $R_{VS2} = \frac{1}{g_{m2}}$ tra S_2 e massa, dato che non essendoci generatori di eccitazione a destra di $R_3 // R_{10}$ la tensione di Thevenin di tale equivalente è nulla) si ha:



$$v_{s2} = -h_{fe1}\, i_{b1} \left(R_3 // R_{10} // \frac{1}{g_{m2}}\right)$$

[oppure: $g_{m2}\, v_{gs2} = h_{fe1}\, i_{b1} \dfrac{R_3 // R_{10}}{R_3 // R_{10} + \frac{1}{g_{m2}}}$ (partitore di corrente)

$$\rightarrow v_{gs2} = -v_{s2} = h_{fe1}\, i_{b1} \frac{(R_3 // R_{10})\left(\frac{1}{g_{m2}}\right)}{R_3 // R_{10} + \frac{1}{g_{m2}}} \rightarrow$$

$$v_{s2} = -h_{fe1}\, i_{b1} \left(R_3 // R_{10} // \frac{1}{g_{m2}}\right)$$

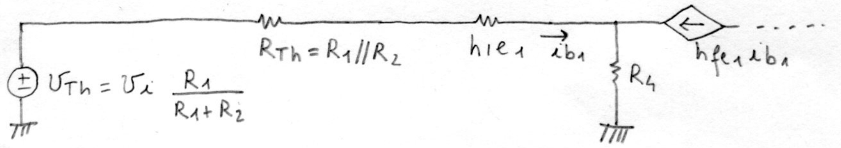
(anche senza usare l'equivalente di Thevenin a destra di $R_3 // R_{10}$)

oppure ancora: $i^* = g_{m2}\, v_{gs2} - h_{fe1}\, i_{b1} = -g_{m2}\, v_{s2} - h_{fe1}\, i_{b1} \rightarrow v_{s2} \overset{\text{(caduta su } R_3//R_{10} \text{ prodotta da } i^*)}{=} (R_3 // R_{10})\, i^* =$

$$= (R_3 // R_{10})(-g_{m2}\, v_{s2} - h_{fe1}\, i_{b1}) \rightarrow v_{s2}\left(1 + (R_3 // R_{10})\, g_{m2}\right) = -(R_3 // R_{10})\, h_{fe1}\, i_{b1} \rightarrow$$

$$v_{s2} = -h_{fe1}\, i_{b1} \frac{R_3 // R_{10}}{1 + (R_3 // R_{10})\, g_{m2}} = -h_{fe1}\, i_{b1} \frac{(R_3 // R_{10})\left(\frac{1}{g_{m2}}\right)}{\frac{1}{g_{m2}} + R_3 // R_{10}} = -h_{fe1}\, i_{b1} \left(R_3 // R_{10} // \frac{1}{g_{m2}}\right)]$$

infine per calcolare i_{b1} in funzione di v_i abbiamo:



quindi

$v_{Th} = R_{Th}\, i_{b1} + h_{ie1}\, i_{b1} + R_4 (h_{fe1} + 1)\, i_{b1} \rightarrow$

$$i_{b1} = \frac{v_{Th}}{R_{Th} + h_{ie1} + R_4 (h_{fe1} + 1)} =$$

$$= v_i \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{R_1 // R_2 + h_{ie1} + R_4 (h_{fe1} + 1)}$$

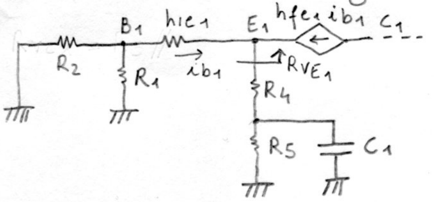
in conclusione

$$A_v(\infty) = \frac{v_u}{v_i} = -(R_9 // R_{11})\, g_{m2}\, h_{fe1} \left(R_3 // R_{10} // \frac{1}{g_{m2}}\right) \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{R_1 // R_2 + h_{ie1} + R_4 (h_{fe1} + 1)} = -0.24567$$

(negativo, come deve essere dato che si tratta di uno stadio a emettitore comune, invertente, e di uno stadio a gate comune, non invertente, in cascata)

$|A_v(\infty)|_{dB} = -12.193 \text{ dB}$

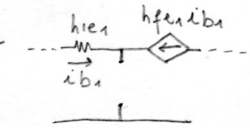
Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include C_1 e C_2)



$$R_{VC1} = R_5 // \Big(R_4 + \underbrace{\frac{h_{ie1} + R_1//R_2}{h_{fe1}+1}}_{R_{VE1}}\Big) = 1599.329\ \Omega$$

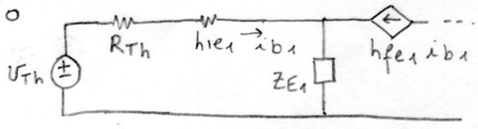
$$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{VC1}} = 62526.237 \frac{rad}{s} \rightarrow f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 9951.36 \text{ Hz}$$

la v_u si annulla per la s per cui $R_4 + \left(R_5 // \frac{1}{C_1 s}\right) = \infty$ perché in tale condizione abbiamo



per cui $i_{b1} + h_{fe1} i_{b1} = 0 \rightarrow \underbrace{(1+h_{fe1})}_{\neq 0} i_{b1} = 0 \rightarrow i_{b1} = 0 \rightarrow h_{fe1} i_{b1} = 0 \rightarrow v_u = 0$

o equivalentemente abbiamo che



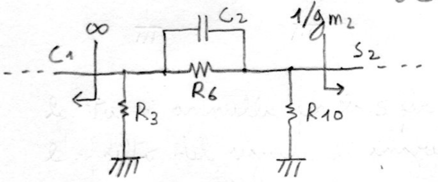
$v_{Th} = R_{Th} i_b + h_{ie1} i_{b1} + Z_{E1}(h_{fe1}+1) i_{b1} \rightarrow$

$i_{b1} = \dfrac{v_{Th}}{R_{Th} + h_{ie1} + Z_{E1}(h_{fe1}+1)}$ che

per $Z_{E1} = R_4 + \left(R_5 // \frac{1}{C_1 s}\right) = \infty$ va a $0 \rightarrow h_{fe1} i_{b1} = 0 \rightarrow v_u = 0$)

$$R_4 + \left(R_5 // \frac{1}{C_1 s}\right) = \infty \rightarrow \left(R_5 // \frac{1}{C_1 s}\right) = \infty \rightarrow \frac{R_5 \frac{1}{C_1 s}}{R_5 + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{R_5}{1 + R_5 C_1 s} = \infty \rightarrow 1 + R_5 C_1 s = 0 \rightarrow$$

$$s = -\frac{1}{R_5 C_1} \rightarrow \omega_{Z1} = \frac{1}{R_5 C_1} = 40000 \frac{rad}{s} \rightarrow f_{Z1} = \frac{\omega_{Z1}}{2\pi} = 6366.1977 \text{ Hz}$$



$$R_{VC2} = R_6 // \left((R_3 // \infty) + \left(R_{10} // \frac{1}{g_{m2}}\right)\right) = R_6 // \left(R_3 + R_{10} // \frac{1}{g_{m2}}\right) = 2153.267\ \Omega$$

$$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{VC2}} = 464.41 \frac{rad}{s} \rightarrow f_{P2} = \frac{\omega_{P2}}{2\pi} = 73.913 \text{ Hz}$$

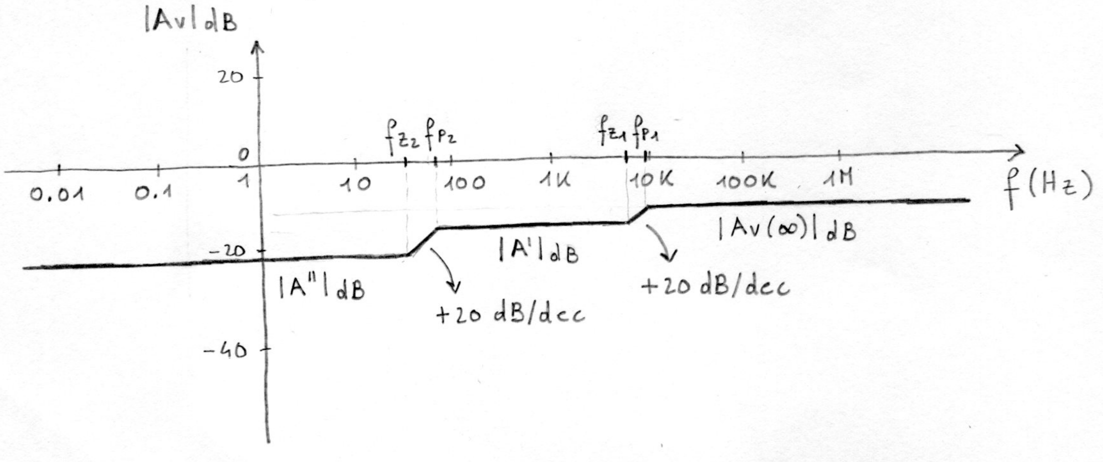
la v_u si annulla per la s per cui $R_6 // \frac{1}{C_2 s} = \infty$ (cioè il parallelo di R_6 e C_2 diventa un ramo aperto), interrompendo così l'unico percorso che porta in uscita l'effetto del segnale di ingresso

$$R_6 // \frac{1}{C_2 s} = \frac{R_6 \frac{1}{C_2 s}}{R_6 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{R_6}{1 + R_6 C_2 s} = \infty \rightarrow 1 + R_6 C_2 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_6 C_2} \rightarrow \omega_{Z2} = \frac{1}{R_6 C_2} = 240.3846 \frac{rad}{s} \rightarrow$$

$$f_{Z2} = \frac{\omega_{Z2}}{2\pi} = 38.2584 \text{ Hz}$$

La funzione di trasferimento è

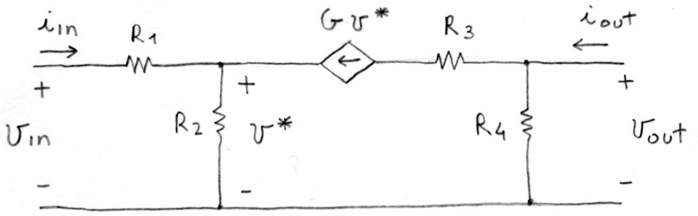
$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{(s + \omega_{Z1})(s + \omega_{Z2})}{(s + \omega_{P1})(s + \omega_{P2})}$$



$$|A'| = |A_v(\infty)| \frac{f_{Z1}}{f_{P1}} = 0.1572 \rightarrow |A'|_{dB} = -16.073 \text{ dB}$$

$$|A''| = |A'| \frac{f_{Z2}}{f_{P2}} = 0.08135 \rightarrow |A''|_{dB} = -21.793 \text{ dB}$$

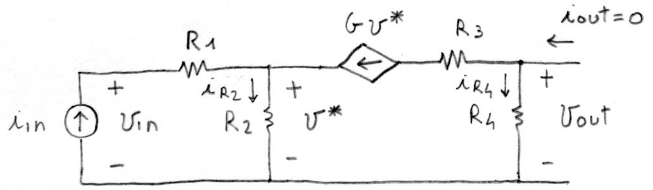
4)



$(G \text{ in } \Omega^{-1})$

$$\begin{cases} v_{out} = r_f\, i_{in} + r_o\, i_{out} \\ v_{in} = r_i\, i_{in} + r_r\, i_{out} \end{cases}$$

$r_f = \left.\dfrac{v_{out}}{i_{in}}\right|_{i_{out}=0}$; $\quad r_i = \left.\dfrac{v_{in}}{i_{in}}\right|_{i_{out}=0}$ $\quad$ ($i_{out}=0$ significa porta di uscita aperta)



essendo $i_{out}=0$, $i_{R4} = -G v^* \rightarrow v_{out} = R_4 i_{R4} = -R_4 G v^*$

d'altra parte $v^* = R_2 i_{R2} = R_2 (i_{in} + G v^*) \rightarrow v^* (1 - R_2 G) = R_2 i_{in} \rightarrow v^* = \dfrac{R_2}{1-R_2 G} i_{in}$

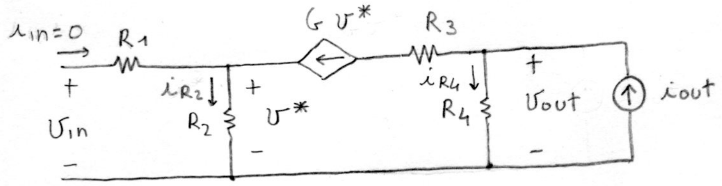
quindi $v_{out} = -\dfrac{R_4 G R_2}{1-R_2 G} i_{in} \rightarrow r_f = \dfrac{v_{out}}{i_{in}} = -\dfrac{R_4 G R_2}{1 - R_2 G}$

$v_{in} = R_1 i_{in} + v^*$

ma abbiamo trovato che $v^* = \dfrac{R_2}{1-R_2 G} i_{in}$, quindi

$v_{in} = R_1 i_{in} + \dfrac{R_2}{1-R_2 G} i_{in} = \left(R_1 + \dfrac{R_2}{1-R_2 G}\right) i_{in} \rightarrow r_i = \dfrac{v_{in}}{i_{in}} = R_1 + \dfrac{R_2}{1-R_2 G}$

$r_o = \left.\dfrac{v_{out}}{i_{out}}\right|_{i_{in}=0}$; $\quad r_r = \left.\dfrac{v_{in}}{i_{out}}\right|_{i_{in}=0}$ $\quad$ ($i_{in}=0$ significa porta di ingresso aperta)



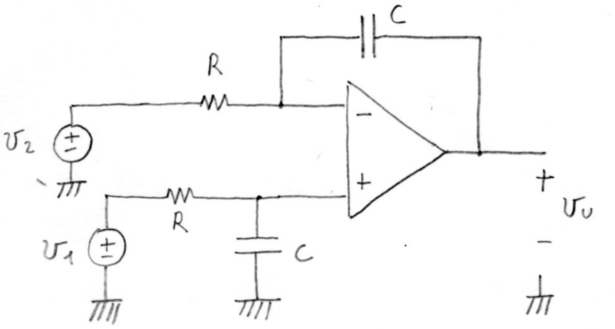
essendo $i_{in}=0$, $i_{R2} = G v^*$; quindi $v^* = R_2 i_{R2} = R_2 G v^* \rightarrow \overbrace{(1 - R_2 G)}^{\neq 0} v^* = 0 \rightarrow$

$v^* = 0 \rightarrow G v^* = 0 \rightarrow i_{R4} = i_{out} \rightarrow v_{out} = R_4 i_{R4} = R_4 i_{out} \rightarrow r_o = \dfrac{v_{out}}{i_{out}} = R_4$

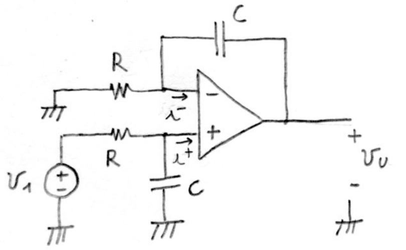
$v_{in} = R_1 i_{in} + v^* \underset{\uparrow}{=} 0 \rightarrow r_r = \dfrac{v_{in}}{i_{out}} = \dfrac{0}{i_{out}} = 0$

(essendo $i_{in}=0$ e $v^*=0$)

5)



usando il principio di sovrapposizione degli effetti, quando agisce v_1 con v_2 disattivato abbiamo:

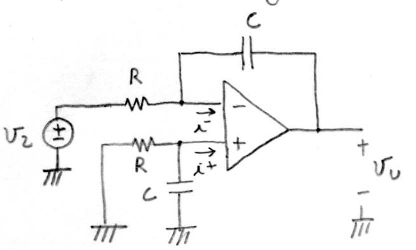


per il c.c.v. $i^+ = 0 \to v^+ = \frac{\frac{1}{Cs}}{R+\frac{1}{Cs}} v_1 = \frac{v_1}{1+RCs}$

tra v^+ e v_u c'è un "amplificatore non invertente generalizzato" con funzione di trasferimento (per il c.c.v.) $1 + \frac{\frac{1}{Cs}}{R} = 1 + \frac{1}{RCs} = \frac{1+RCs}{RCs} \to$

$v_U^{(1)} = \frac{\cancel{1+RCs}}{RCs} \frac{v_1}{\cancel{1+RCs}} = \frac{1}{RCs} v_1$

quando invece agisce v_2 con v_1 disattivato abbiamo:



per il c.c.v. $i^+ = 0 \to v^+ = -\left(R /\!/ \frac{1}{Cs}\right) i^+ = 0$

dato che $v^+ = 0$, tra v_2 e v_U c'è un "amplificatore invertente generalizzato" con funzione di trasferimento (per il c.c.v.) $-\frac{\frac{1}{Cs}}{R} = -\frac{1}{RCs} \to$

$v_U^{(2)} = -\frac{1}{RCs} v_2$

quindi complessivamente in uscita abbiamo

$v_U = v_U^{(1)} + v_U^{(2)} = \frac{1}{RCs} v_1 - \frac{1}{RCs} v_2 = \frac{1}{RCs}(v_1 - v_2)$

che antitrasformato nel dominio del tempo dà

$v_U(t) = \frac{1}{RC} \int_0^t [v_1(\tau) - v_2(\tau)]\, d\tau$ (integratore differenziale)