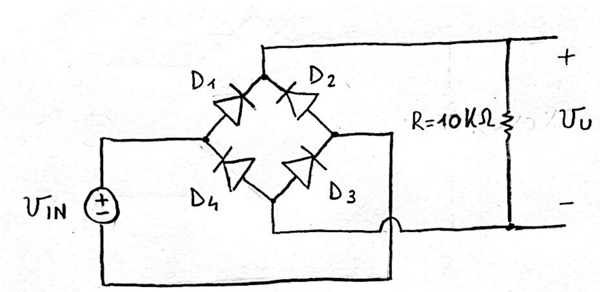
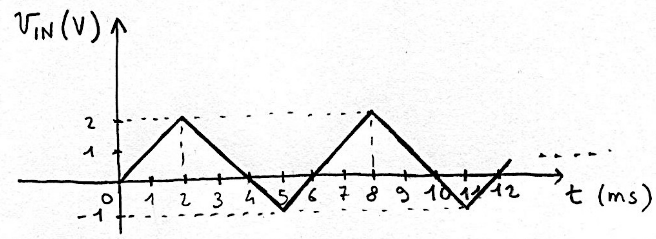
Scheda: **A23_06**	Data: **26 giugno 2023**

Cognome	Nome	Matricola

ESERCIZIO N°1
6 punti

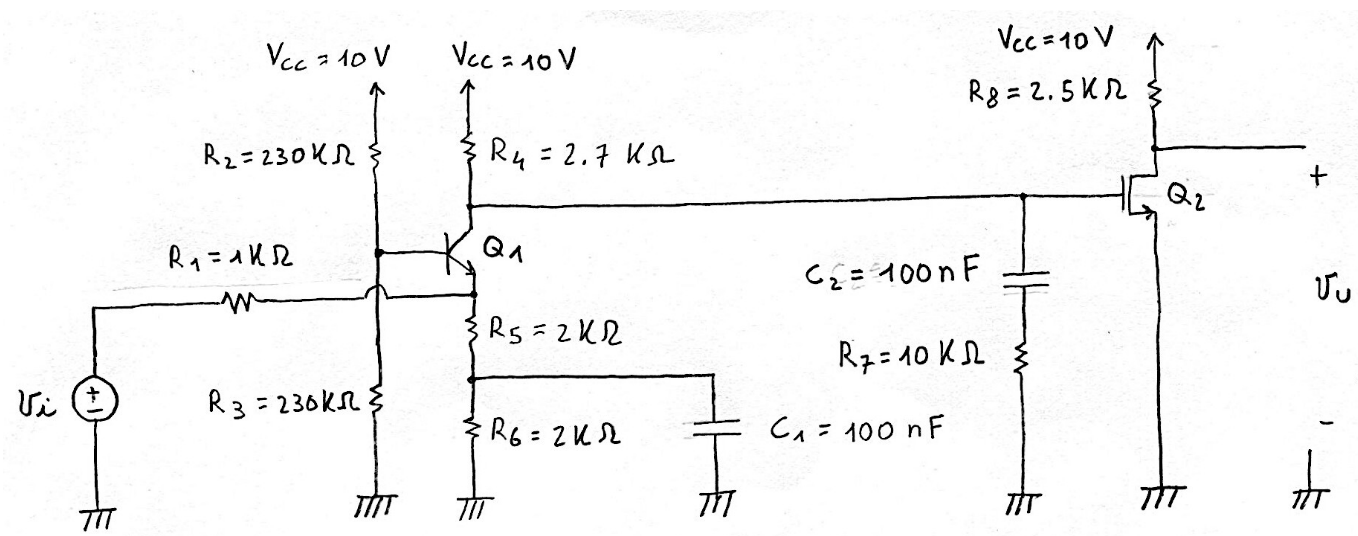
Si consideri il circuito rappresentato a sinistra in figura, avente ingresso v_{IN} e uscita v_U. Si ricavi e si grafichi la caratteristica ingresso-uscita di tale circuito, specificando (e verificando) per ciascun intervallo di valori di v_{IN} lo stato dei quattro diodi. Si disegni l'andamento nel tempo, per $0 \leq t \leq 12$ ms, della tensione $v_U(t)$ che otteniamo in uscita se in ingresso si applica la tensione $v_{IN}(t)$ graficata a destra in figura. Si considerino i diodi D_1, D_2, D_3 e D_4 ideali.





ESERCIZIO N°2
7 punti

Si studi in continua il circuito in figura. In particolare, si determini il punto di lavoro di Q_1 e Q_2.
[Si consiglia di iniziare lo studio del circuito da Q_1; a tal fine può convenire fare un equivalente di Thevenin della parte di circuito a sinistra della base di Q_1.]



per Q_1 : $h_{FE_1} = 124$; per Q_2 : $V_{T_2} = 2.304$ V

$$\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W_2}{L_2} = 2 \frac{mA}{V^2}$$

ESERCIZIO N°3
7.5 punti

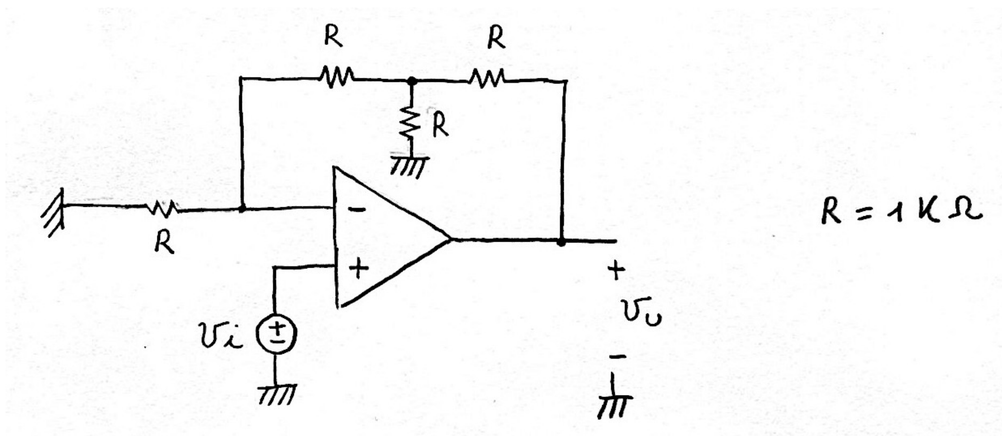
Considerando il circuito mostrato nell'esercizio precedente, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_i$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa). Si consideri per Q_1: $h_{fe1} = 200$, $h_{ie1} = 4$ KΩ, e per Q_2: $g_{m2} = 4$ mA/V. Il diagramma di Bode non è richiesto.

ESERCIZIO N°4
6.5 punti

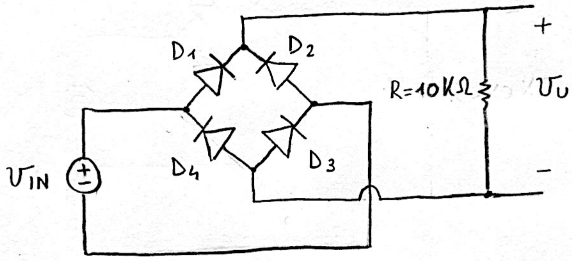
Si progetti (componendo in maniera appropriata due filtri di ordine 1) un filtro elimina-banda che sopprima l'intervallo di pulsazioni compreso tra $\omega_L = 100$ rad/s e $\omega_H = 100$ Krad/s e che per $\omega \ll \omega_L$ e per $\omega \gg \omega_H$ presenti un guadagno pari a +2. Si realizzi in maniera tale che la sua funzione di trasferimento sia indipendente dall'impedenza della sorgente e del carico. Dopo averne disegnato lo schema circuitale, se ne trovi la funzione di trasferimento e si dimensionino tutti i suoi componenti circuitali.

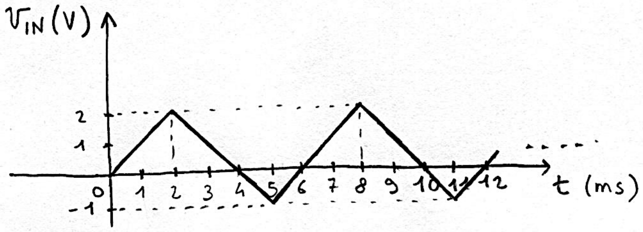
ESERCIZIO N°5
6 punti

Considerando l'amplificatore operazionale ideale, si determini, studiando il circuito passo passo e sfruttando il metodo del cortociruito virtuale, la relazione tra la tensione di uscita v_u e la tensione di ingresso v_i.



1)

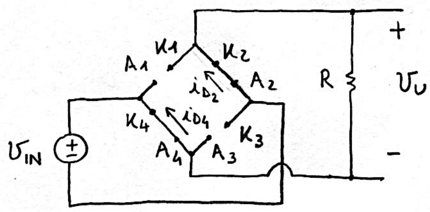




Caratteristica ingresso - uscita

Ipotizziamo di esaminare il dominio in ingresso partendo dal considerare v_{IN} molto negative.
Per v_{IN} molto negative presumibilmente conducono D_2 e D_4, mentre D_1 e D_3 sono interdetti (perché la tensione più bassa del circuito è sull'anodo di D_1 e sul catodo di D_4, mentre la tensione più alta del circuito è sull'anodo di D_2 e sul catodo di D_3):

ipotesi: D_2 e D_4 conducono, D_1 e D_3 interdetti



sotto questa ipotesi, $v_U = -v_{IN}$

verifica delle ipotesi: $v_{AK_1} = v_{IN} < 0$ vero se $v_{IN} < 0$,

$i_{D_2} = -\frac{v_{IN}}{R} > 0$ vero se $v_{IN} < 0$,

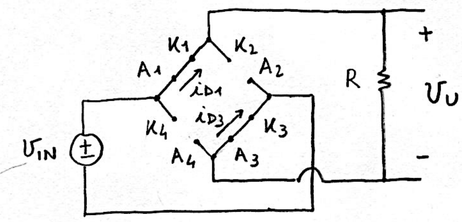
$v_{AK_3} = v_{IN} < 0$ vero se $v_{IN} < 0$,

$i_{D_4} = -\frac{v_{IN}}{R} > 0$ vero se $v_{IN} < 0$

quindi queste ipotesi sono verificate per tutte le $v_{IN} < 0$

Invece per $v_{IN} > 0$ presumibilmente conducono D_1 e D_3, mentre D_2 e D_4 sono interdetti (perché la tensione più alta del circuito è sull'anodo di D_1 e sul catodo di D_4, mentre la tensione più bassa del circuito è sull'anodo di D_2 e sul catodo di D_3):

ipotesi: D_1 e D_3 conducono, D_2 e D_4 interdetti



sotto questa ipotesi, $v_U = v_{IN}$

verifica delle ipotesi: $i_{D_1} = \frac{v_{IN}}{R} > 0$ vero se $v_{IN} > 0$,

$v_{AK_2} = -v_{IN} < 0$ vero se $v_{IN} > 0$,

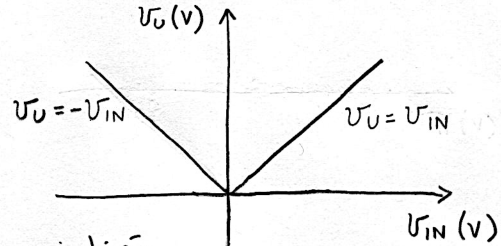
$i_{D_3} = \frac{v_{IN}}{R} > 0$ vero se $v_{IN} > 0$,

$v_{AK_4} = -v_{IN} < 0$ vero se $v_{IN} > 0$

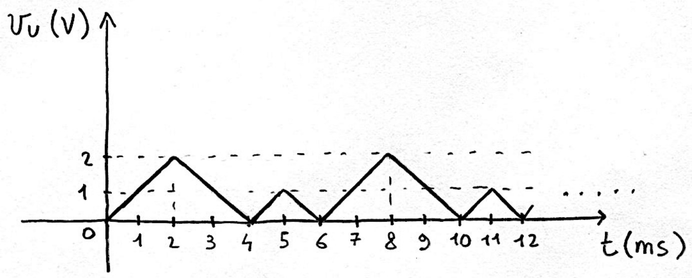
quindi queste ipotesi sono verificate per tutte le $v_{IN} > 0$

Quindi: per $v_{IN} < 0$, $v_u = -v_{IN}$

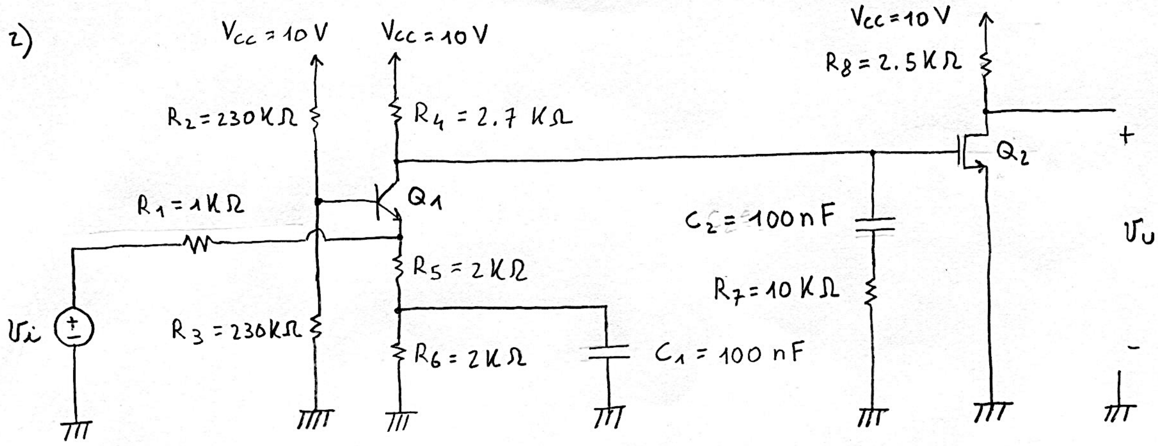
per $v_{IN} > 0$, $v_u = v_{IN}$



L'uscita corrispondente all'ingresso $v_{IN}(t)$ assegnato quindi è:



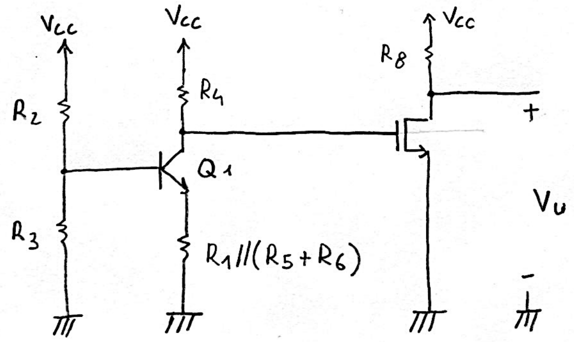
2)



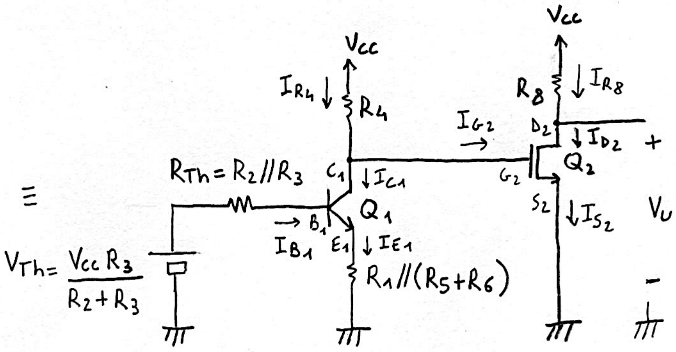
per Q_1: $h_{FE1} = 124$; per Q_2: $V_{T2} = 2.304\,V$

$$\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W_2}{L_2} = 2\,\frac{mA}{V^2}$$

In continua il circuito diventa:



$\equiv$



(equivalente di Thevenin)

$$V_{Th} = V_{CC}\frac{R_3}{R_2+R_3} = 5V$$

$R_{Th} = R_2 // R_3 = 115\,K\Omega$

ipotesi 1: Q_1 in zona attiva diretta

$$V_{Th} = R_{Th} I_{B1} + V_\gamma + (R_1//(R_5+R_6))\underbrace{I_{B1}(h_{FE1}+1)}_{I_{E1}} \rightarrow I_{B1} = \frac{V_{Th} - V_\gamma}{R_{Th} + (R_1//(R_5+R_6))(h_{FE1}+1)} = 20\,\mu A > 0$$

$I_{C1} = h_{FE1} I_{B1} = 2.48\,mA$

$I_{E1} = I_{B1} + I_{C1} = 2.5\,mA$

$V_{E1} = (R_1//(R_5+R_6))\,I_{E1} = 2V \rightarrow V_{B1} = V_{E1} + V_\gamma = 2.7V \rightarrow I_{R2} = \frac{V_{CC} - V_{B1}}{R_2} = 31.74\,\mu A$; $I_{R3} = \frac{V_{B1}}{R_3} = 11.74\,\mu A$

$I_{G2} = 0 \rightarrow I_{R4} = I_{C1} = 2.48\,mA$

$V_{C1} = V_{CC} - R_4 I_{R4} = 3.304\,V = V_{G2}$

$V_{CE1} = V_{C1} - V_{E1} = 1.304V > V_{CEsat} = 0.1V \longrightarrow$ ipotesi 1 verificata $\leftarrow$

ipotesi 2: Q_2 in saturazione

$I_{D2} = K_2 (V_{GS2} - V_{T2})^2$ con $K_2 = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W_2}{L_2} = 2\,\frac{mA}{V}$

$V_{S2} = 0 \rightarrow V_{GS2} = V_{G2} - V_{S2} = V_{G2} = 3.304\,V > V_{T2} = 2.304\,V$

$I_{D2} = K_2 (V_{GS2} - V_{T2})^2 = 2\,mA = I_{R8} = I_{S2}$ (essendo $I_{G2} = 0$)

$V_{D2} = V_{CC} - R_8 I_{R8} = 5\,V = V_U$

$V_{DS2} = V_{D2} - V_{S2} = 5V > V_{GS2} - V_{T2} = 1V \longrightarrow$ ipotesi 2 verificata

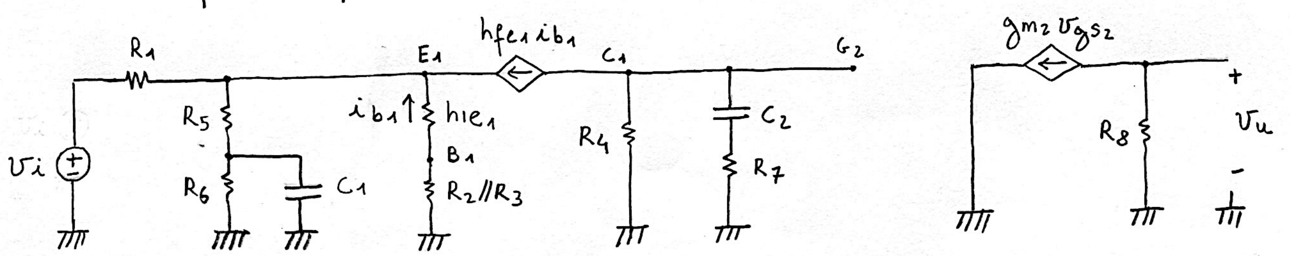
$$\left[g_{m2} = \left.\frac{\partial I_{D2}}{\partial V_{GS2}}\right|_Q = 2K_2(V_{GS2} - V_{T2}) = 4\,\frac{mA}{V} \right]$$ NON RICHIESTO

3) $h_{fe1} = 200$

$h_{ie1} = 4\,K\Omega$

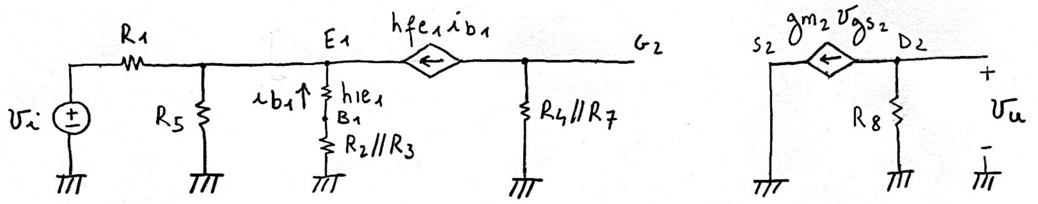
$g_{m2} = 4\,\frac{mA}{V}$

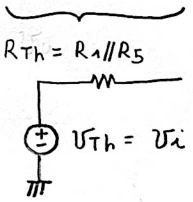
Circuito equivalente per le variazioni:



2 condensatori, nessuna maglia impropria → 2 poli

Calcoliamo $A_v(\infty)$ chiudendo i due condensatori





$R_{Th} = R_1 // R_5$

$v_{Th} = v_i \frac{R_5}{R_1 + R_5}$

$v_u = -g_{m2} v_{gs2} R_8$

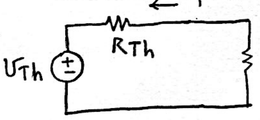
$v_{gs2} = v_{g2} - v_{s2} = v_{g2}$ (essendo $v_{s2} = 0$)

$v_{g2} = -h_{fe1} i_{b1} (R_4 // R_7)$

$v_{Th} + R_{Th}(i_{b1} + h_{fe1} i_{b1}) + (h_{ie1} + R_2//R_3)\, i_{b1} = 0 \rightarrow i_{b1} = -\frac{v_{Th}}{R_{Th}(h_{fe1}+1)\, i_{b1} + h_{ie1} + R_2//R_3} =$

$= -v_i \frac{R_5}{R_1+R_5} \frac{1}{(R_1//R_5)(h_{fe1}+1) + h_{ie1} + R_2//R_3}$

[oppure:



$R_{VE1} = \frac{h_{ie1} + R_2//R_3}{h_{fe1}+1}$

$i_{b1}(1+h_{fe1}) = -\frac{v_{Th}}{R_{Th} + \frac{h_{ie1} + R_2//R_3}{h_{fe1}+1}} \rightarrow$

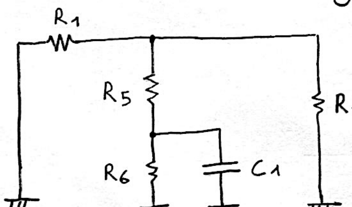
$i_{b1} = -\frac{v_{Th}}{R_{Th}(h_{fe1}+1) + h_{ie1} + R_2//R_3}$]

$A_v(\infty) = \frac{v_u}{v_i} = -g_{m2} R_8 h_{fe1} (R_4//R_7) \frac{R_5}{R_1+R_5} \frac{1}{(R_1//R_5)(h_{fe1}+1) + h_{ie1} + R_2//R_3} = -11.204133$

(negativo, come deve essere dato che si tratta della cascata di uno stadio a base comune, non invertente, e di uno stadio a source comune, invertente)

$|A_v(\infty)|_{dB} = 20.988\ dB$ $\qquad A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow$ numero zeri = numero poli = 2

Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include C_1 e C_2)



$R_{VE1} = \frac{h_{ie1} + R_2//R_3}{h_{fe1}+1}$

$R_{VC1} = R_6 // \left(R_5 + R_1 // \frac{h_{ie1} + R_2//R_3}{h_{fe1}+1}\right) =$

$= 1085.0608\ \Omega$

$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{VC1}} = 9216.0738\ \frac{rad}{s}$

$f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 1466.7837\ Hz$

la v_u si annulla per la s per cui $R_5 + R_6 // \frac{1}{C_1 s} = 0$ perché in tale condizione $v_{e1} = 0$, per cui $i_{b1} = -\frac{v_{e1}}{h_{ie1} + R_2//R_3} = 0$, quindi $h_{fe2} i_{b1} = 0$ e $v_u = 0$

$$R_5 + R_6 // \frac{1}{C_1 s} = R_5 + \frac{R_6 \frac{1}{C_1 s}}{R_6 + \frac{1}{C_1 s}} = R_5 + \frac{R_6}{1 + R_6 C_1 s} = \frac{R_5 + R_5 R_6 C_1 s + R_6}{1 + R_6 C_1 s} = 0 \rightarrow R_5 + R_6 + R_5 R_6 C_1 s = 0 \rightarrow$$

$$s = -\frac{R_5 + R_6}{R_5 R_6 C_1} = -\frac{1}{\frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6} C_1} = -\frac{1}{C_1 (R_5 // R_6)} \rightarrow \omega_{z1} = \frac{1}{C_1 (R_5 // R_6)} = 10000 \ \frac{rad}{s} \rightarrow$$

$$f_{z1} = \frac{\omega_{z1}}{2\pi} = 1591.55 \ Hz$$

$$R_{vc2} = R_7 + R_4 // \infty = R_7 + R_4 = 12.7 \ K\Omega$$

$$\omega_{p2} = \frac{1}{C_2 R_{vc2}} = 787.4016 \ \frac{rad}{s} \rightarrow f_{p2} = \frac{\omega_{p2}}{2\pi} = 125.3189 \ Hz$$

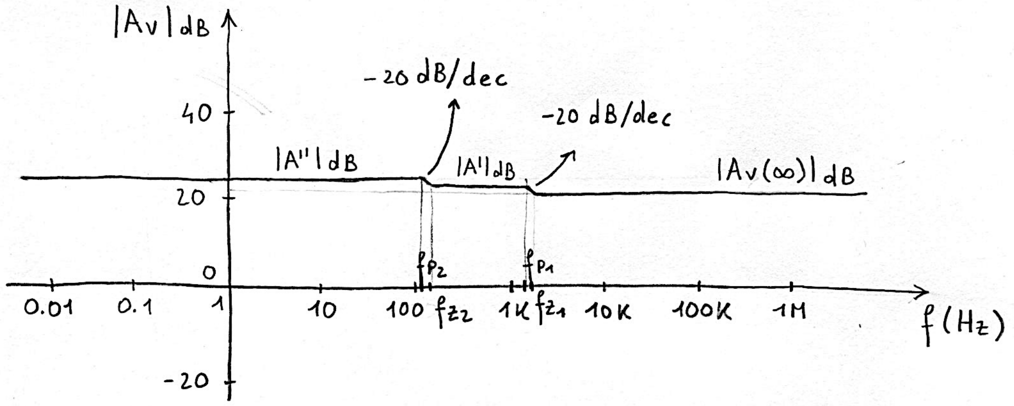
la v_u si annulla per la s per cui $R_7 + \frac{1}{C_2 s} = 0$ perché in tale condizione $v_{g2} = 0 \rightarrow v_{gs2} = v_{g2} = 0 \rightarrow$ $g_{m2} v_{gs2} = 0 \rightarrow v_u = 0$

$$R_7 + \frac{1}{C_2 s} = 0 \rightarrow \frac{R_7 C_2 s + 1}{C_2 s} = 0 \rightarrow R_7 C_2 s + 1 = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_7 C_2} \rightarrow \omega_{z2} = \frac{1}{R_7 C_2} = 1000 \ \frac{rad}{s} \rightarrow$$

$$f_{z2} = \frac{\omega_{z2}}{2\pi} = 159.155 \ Hz$$

La funzione di trasferimento è

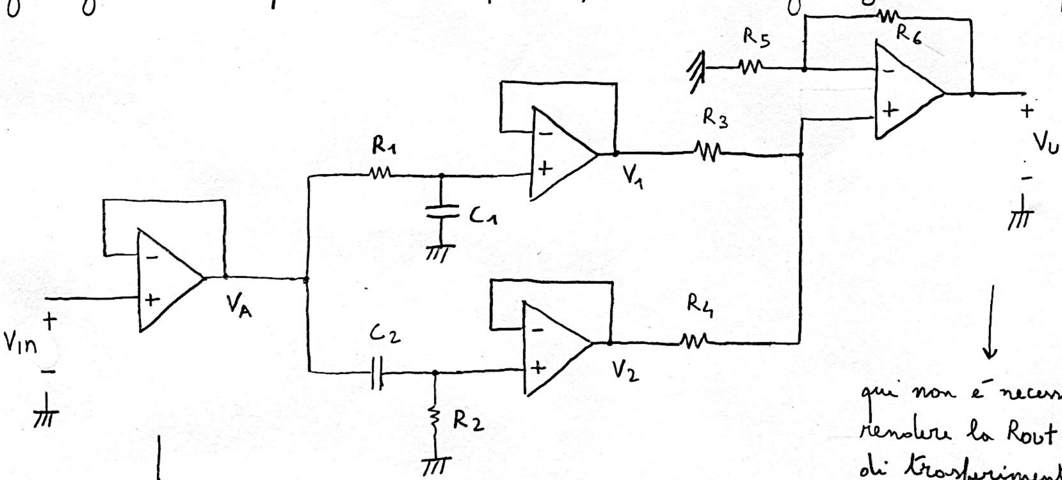
$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{(s + \omega_{z1})(s + \omega_{z2})}{(s + \omega_{p1})(s + \omega_{p2})}$$



$$|A'| = |A_v(\infty)| \frac{f_{z1}}{f_{p1}} = 12.157 \longrightarrow |A'|_{dB} = 21.7 \ dB$$

$$|A''| = |A'| \frac{f_{z2}}{f_{p2}} = 15.44 \longrightarrow |A''|_{dB} = 23.77 \ dB$$

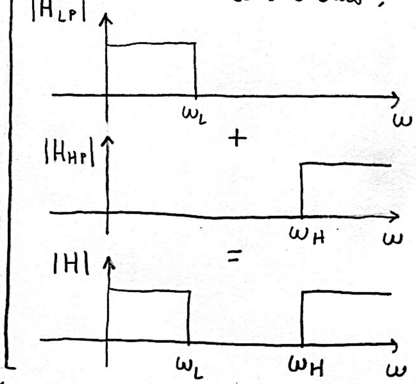
4) Per ottenere un filtro elimina-banda si possono sommare le uscite di un filtro passa-basso e di un filtro passa-alto; l'ingresso del filtro elimina-banda va portato all'ingresso di ciascuno dei due filtri. Visto che da specifiche sia il guadagno a basse frequenze che il guadagno ad alte frequenze deve essere positivo, possiamo ad esempio scegliere di usare un filtro passa-basso non invertente, un filtro passa-alto non invertente e un sommatore non invertente (alternativamente avremmo potuto scegliere di usare un filtro passa-basso invertente, un filtro passa-alto invertente e un sommatore invertente). Visto che sia a basse che a alte frequenze il guadagno deve essere pari a +2, scelgo di fare il sommatore con guadagno +2 e i filtri passa-basso e passa-alto con guadagno in banda passante pari a +1 (ma avrei potuto anche distribuire diversamente il guadagno tra il sommatore e i filtri passa-basso e passa alto, ad esempio: sommatore con guadagno +1, filtro passa-basso con guadagno in banda passante +2 e filtro passa-alto con guadagno in banda passante +2).



buffer, che consente di rendere la $R_{in} \approx \infty$ e quindi la funzione di trasferimento del filtro indipendente dalla resistenza della sorgente

qui non è necessario mettere un buffer per rendere la $R_{out} \approx 0$ e quindi la funzione di trasferimento indipendente dalla resistenza del carico perché la R_{out} è già circa nulla

idealmente abbiamo:



$$V_A = V_{in}$$

$$V_1 = V_A \frac{\frac{1}{C_1 s}}{R_1 + \frac{1}{C_1 s}} = V_{in} \frac{1}{1 + R_1 C_1 s} = V_{in} \frac{1}{1 + \frac{s}{\underbrace{\frac{1}{R_1 C_1}}_{\omega_L}}}$$

$$V_2 = V_A \frac{R_2}{\frac{1}{C_2 s} + R_2} = V_{in} \frac{R_2 C_2 s}{1 + R_2 C_2 s} = V_{in} \frac{s}{s + \underbrace{\frac{1}{R_2 C_2}}_{\omega_H}}$$

usando il principio di sovrapposizione degli effetti, abbiamo che

$$V_u = \left(1 + \frac{R_6}{R_5}\right)\left(V_1 \frac{R_4}{R_3 + R_4} + V_2 \frac{R_3}{R_3 + R_4}\right) = \left(1 + \frac{R_6}{R_5}\right) \frac{1}{2} (V_1 + V_2) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{R_6}{R_5}\right)\left(\frac{1}{1 + R_1 C_1 s} + \frac{R_2 C_2 s}{1 + R_2 C_2 s}\right) V_{in} =$$

prendendo $R_3 = R_4 = 1\,K\Omega$

$$= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{R_6}{R_5}\right)\left(\frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_L}} + \frac{s}{s + \omega_H}\right) V_{in} \rightarrow H(s) = \frac{V_u(s)}{V_{in}(s)} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{R_6}{R_5}\right)\left(\frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_L}} + \frac{s}{s + \omega_H}\right) \quad \text{con} \quad \omega_L = \frac{1}{R_1 C_1}, \quad \omega_H = \frac{1}{R_2 C_2}$$

sia per $|s| \to 0$ che per $|s| \to \infty$ il guadagno è pari a $\frac{1}{2}\left(1 + \frac{R_6}{R_5}\right)$, quindi dobbiamo imporre *

$$\frac{1}{2}\left(1 + \frac{R_6}{R_5}\right) = +2 \rightarrow 1 + \frac{R_6}{R_5} = 4 \rightarrow \frac{R_6}{R_5} = 3 \rightarrow R_6 = 3 R_5$$

, ad esempio $R_5 = 1\,K\Omega$, $R_6 = 3\,K\Omega$;

inoltre dobbiamo imporre:

$\omega_L = \frac{1}{R_1 C_1} = 100 \frac{rad}{s}$, ad esempio $R_1 = 10\,K\Omega$, $C_1 = \frac{1}{R_1 \omega_L} = 1\,\mu F$

$\omega_H = \frac{1}{R_2 C_2} = 100 \frac{Krad}{s}$, ad esempio $R_2 = 1\,K\Omega$, $C_2 = \frac{1}{R_2 \omega_H} = 10\,nF$

(cioè $f_L = \frac{\omega_L}{2\pi} = 15.9155\ Hz$, $f_H = \frac{\omega_H}{2\pi} = 15915.49\ Hz$)

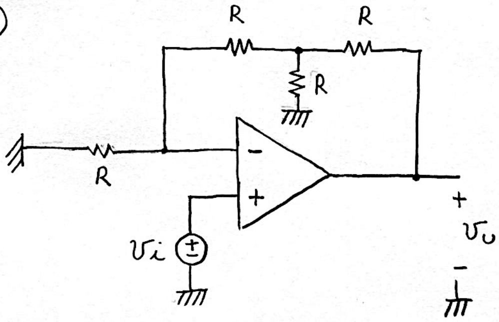
* il guadagno per $|s| \to 0$ (e quindi per $\omega \to 0$) si può ricavare dall' $H(s)$ oppure notando che per $\omega \to 0$ l'uscita V_1 del passa-basso è pari a $1 \cdot V_{in} = V_{in}$; mentre l'uscita V_2 del passa-alto è nulla, per cui

$$V_U = \left(1+\frac{R_6}{R_5}\right)\frac{R_4}{R_3+R_4}V_{in} \rightarrow \frac{V_U}{V_{in}} = \left(1+\frac{R_6}{R_5}\right)\frac{R_4}{R_3+R_4} = \frac{1}{2}\left(1+\frac{R_6}{R_5}\right);$$

il guadagno per $|s| \to \infty$ (e quindi per $\omega \to \infty$) si può ricavare dall' $H(s)$ oppure notando che per $\omega \to \infty$ l'uscita V_1 del passa-basso è nulla, mentre l'uscita V_2 del passa-alto è $1 \cdot V_{in} = V_{in}$, per cui

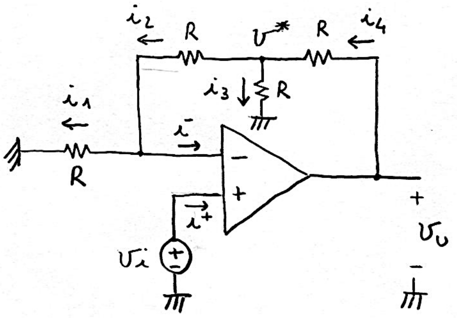
$$V_U = \left(1+\frac{R_6}{R_5}\right)\frac{R_3}{R_3+R_4}V_{in} \rightarrow \frac{V_U}{V_{in}} = \left(1+\frac{R_6}{R_5}\right)\frac{R_3}{R_3+R_4} = \frac{1}{2}\left(1+\frac{R_6}{R_5}\right)$$

5)



$R = 1\,K\Omega$

usando il c.c.v., abbiamo che



$v^+ = v_i$

per il c.c.v. $\quad v^- = v^+ = v_i$

$i_1 = \dfrac{v^-}{R} = \dfrac{v_i}{R}$

per il c.c.v. $\; i^- = 0 \rightarrow i_2 = i_1 = \dfrac{v_i}{R}$

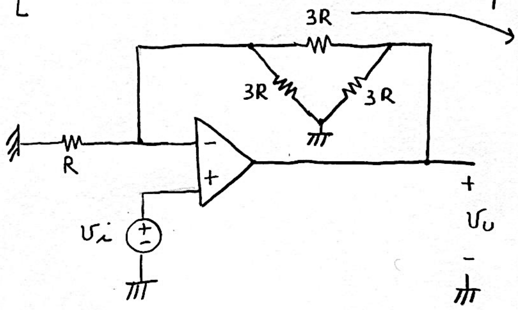
$v^* = v^- + R\,i_2 = v_i + R \cdot \dfrac{v_i}{R} = 2 v_i$

$i_3 = \dfrac{v^*}{R} = 2\,\dfrac{v_i}{R}$

$i_4 = i_2 + i_3 = \dfrac{v_i}{R} + 2\,\dfrac{v_i}{R} = 3\,\dfrac{v_i}{R}$

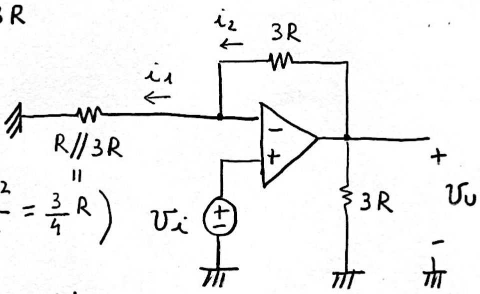
$v_u = v^* + R\,i_4 = 2 v_i + R \cdot 3\,\dfrac{v_i}{R} = 5\,v_i$

[alternativamente sarebbe stato possibile fare una conversione stella-triangolo e ottenere:



$\dfrac{R \cdot R}{R//R//R} = \dfrac{R \cdot R}{\frac{R}{3}} = 3R$

$\equiv$



$R//3R$ $\; = \left(\dfrac{3R^2}{4R} = \dfrac{3}{4}R\right)$

per cui $\quad v_u = v_i \cdot \left(1 + \dfrac{3R}{\frac{3}{4}R}\right) = v_i \left(1 + 4 \cdot \dfrac{\cancel{3R}}{\cancel{3R}}\right) = 5\,v_i$

(la resistenza 3R in parallelo all'uscita non influisce sull'uscita visto che la Rout dell'amplificatore non invertente è nulla; in altri termini:

$i_1 = \dfrac{v_i}{R//3R} = i_2 \rightarrow v_u = v^- + 3R \cdot i_2 = v_i + \dfrac{3R}{R//3R}\,v_i = v_i\left(1 + \dfrac{3R}{R//3R}\right)$

a prescindere dalla presenza o meno della resistenza 3R in parallelo all'uscita)]