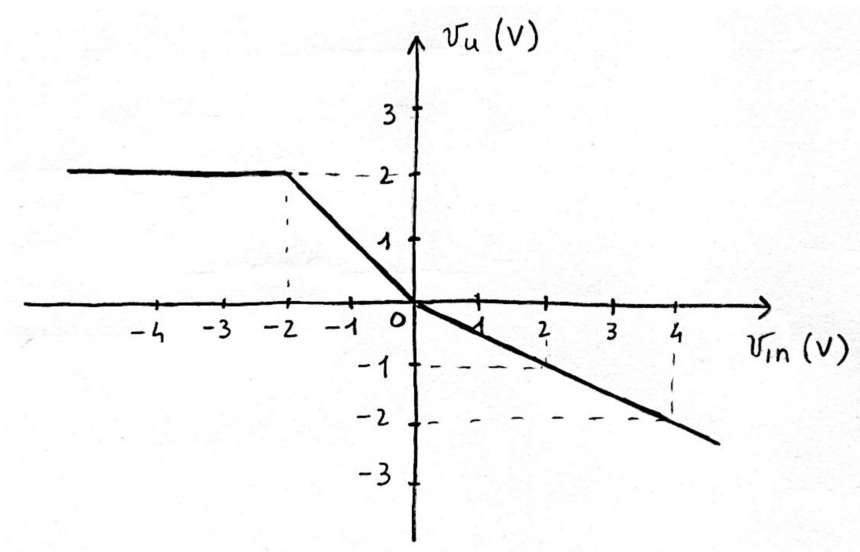
Scheda: **A23_07**	Data: **17 luglio 2023**

Cognome	Nome	Matricola

ESERCIZIO N°1

6.5 punti

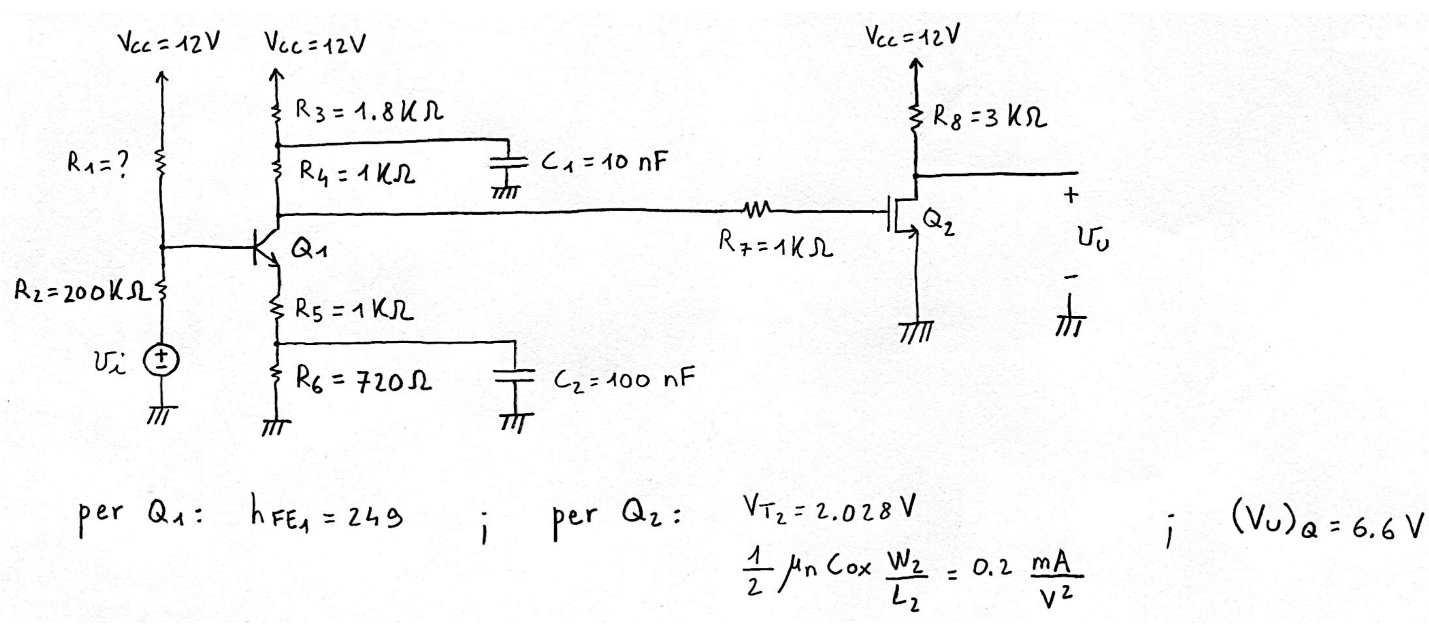
Si progetti e si dimensioni un circuito che possegga la caratteristica ingresso-uscita lineare a tratti mostrata nella figura sottostante, indipendentemente dalla sorgente e dal carico applicati. Nello svolgimento dell'esercizio, si considerino tutti i componenti ideali.



ESERCIZIO N°2

7 punti

Con riferimento al circuito in figura, ipotizzando Q_1 (transistore BJT npn) in zona attiva diretta e Q_2 (transistore MOS a canale n) in saturazione e sapendo che la tensione V_U di uscita a riposo è pari a 6.6 V, si ricavi il valore della resistenza R_1. Si determini il punto di lavoro di Q_1 e Q_2 e si verifichino le ipotesi fatte sulla zona di funzionamento dei due transistori.

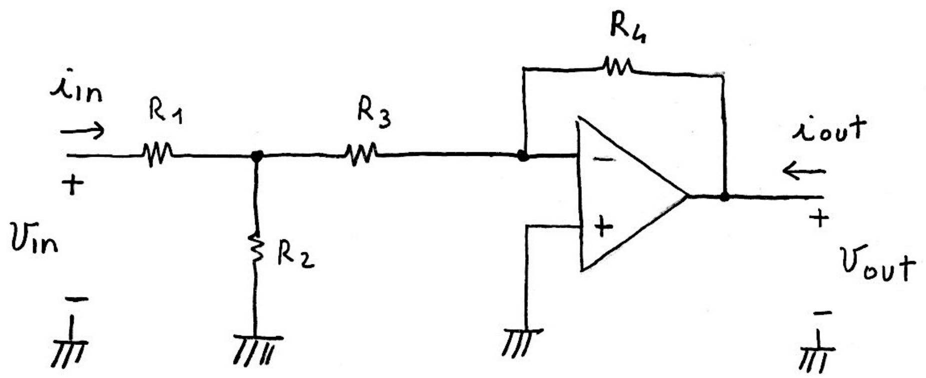


ESERCIZIO N°3
7.5 punti

Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui però stavolta si assuma $R_1 = 250$ KΩ. Considerando per Q_1: $h_{fe1} = 250$, $h_{ie1} = 4$ KΩ e per Q_2: $g_{m2} = 1.5$ mA/V, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_i$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa) e se ne disegni il diagramma di Bode asintotico del modulo.

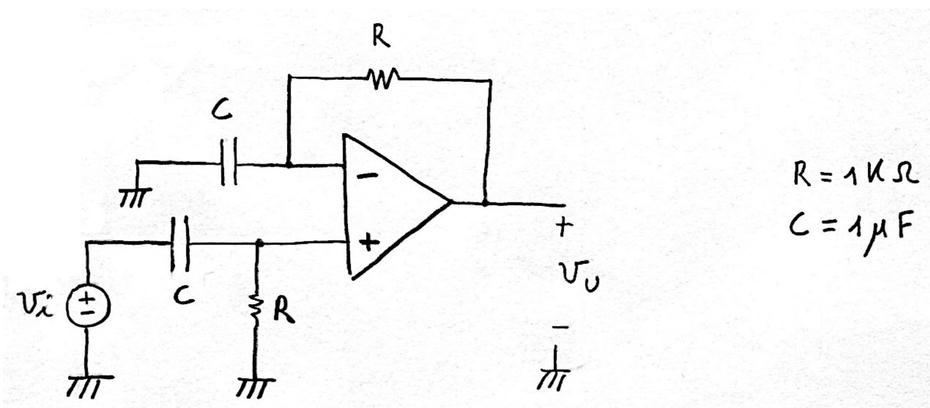
ESERCIZIO N°4
6.5 punti

Si ricavino i parametri f per il quadripolo mostrato nella seguente figura. Si consideri l'amplificatore operazionale ideale.

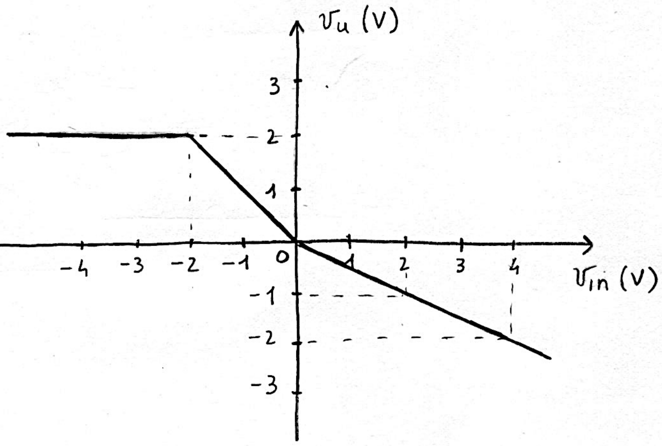


ESERCIZIO N°5
5.5 punti

Lavorando nel dominio di Laplace e considerando l'amplificatore operazionale ideale, si trovi come è legata la tensione di uscita v_u alla tensione di ingresso v_i nel circuito mostrato in figura. Alla fine, si antitrasformi il risultato nel dominio del tempo.

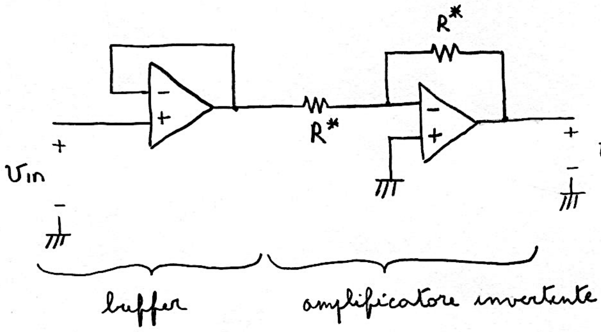


1)



a partire da sinistra:
la pendenza del primo tratto è 0,
la pendenza del secondo tratto è $\dfrac{\Delta v_u}{\Delta v_{in}} = \dfrac{0-2}{0-(-2)} = -1$,

la pendenza del terzo tratto è $\dfrac{\Delta v_u}{\Delta v_{in}} = \dfrac{-2-0}{4-0} = -\dfrac{1}{2}$;
la caratteristica passa per l'origine e le pendenze diminuiscono in modulo allontanandosi dall'origine; però, essendoci pendenze negative, c'è bisogno di un amplificatore invertente;
la pendenza di modulo massimo è -1, quindi mettiamo un amplificatore invertente che guadagna -1:

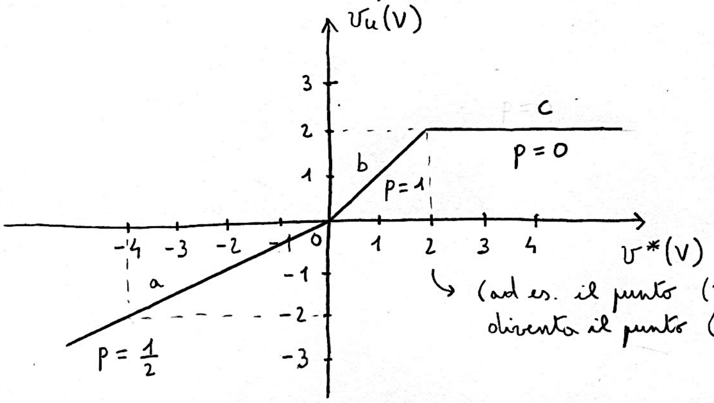


$v^* = -\dfrac{R^*}{R^*} v_{in} = -v_{in}$

con ad esempio $R^* = 1K\Omega$

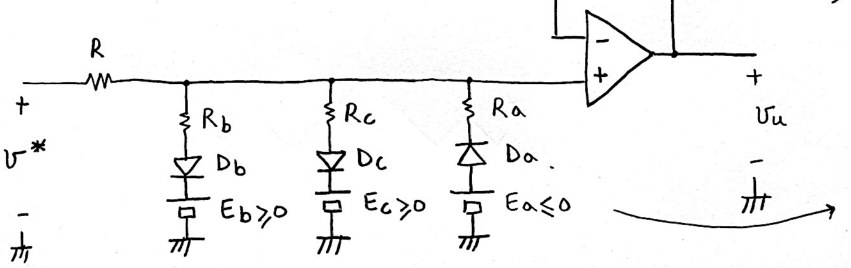
abbiamo dovuto aggiungere un buffer a monte dell'amplificatore invertente perché l'amplificatore invertente presenta una resistenza di ingresso pari a R, mentre noi vogliamo una $R_{IN} = \infty$ per avere un comportamento del circuito indipendente dal valore della resistenza della sorgente

Ridisegnando la caratteristica in funzione di $v^* = -v_{in}$, abbiamo:



(ad es. il punto ($v_{in} = -2V$, $v_u = 2V$) della caratteristica di partenza diventa il punto ($v^* = -v_{in} = 2V$, $v_u = 2V$) della nuova caratteristica)

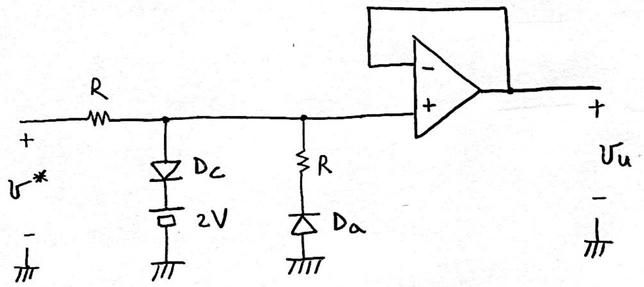
stavolta le pendenze sono diventate $\frac{1}{2}$, 1 e 0, quindi positive e ≤ 1, per cui questa relazione può essere realizzata con una rete di questo tipo:



qui mettiamo un buffer per avere $R_{OUT} = 0$ e quindi un comportamento indipendente dal valore della resistenza del carico

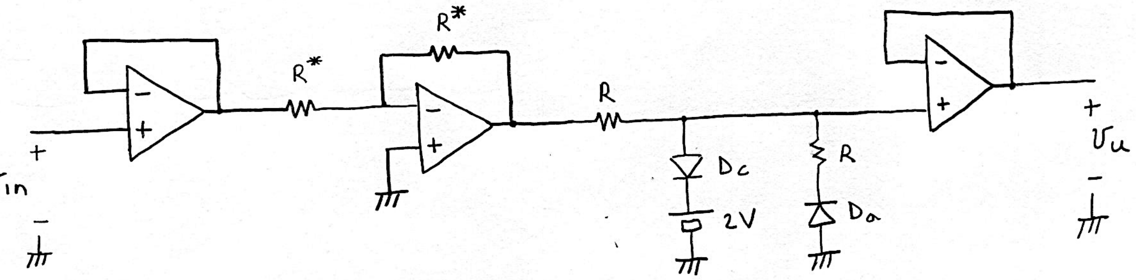
dove i primi due rami danno luogo ai tratti b e c nel 1° quadrante, mentre il terzo ramo dà luogo al tratto a nel 3° quadrante

E_b è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto b, quindi $E_b = 0$;
E_c è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto c, quindi $E_c = 2V$;
E_a è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto a, quindi $E_a = 0$;
quando $0 < v^* < 2V$ conduce solo il 1° diodo, la $\frac{\partial v_u}{\partial v^*} = \frac{R_b}{R+R_b}$, quindi per avere pendenza 1 con $R \neq 0$ (perché se $R=0$ si ha che $v_u = v^* \ \forall v^*$) dobbiamo avere $R_b = \infty$, cioè in realtà il 1° ramo è un ramo aperto;
quando $v^* > 2V$ conduce solo il 2° diodo (in generale condurrebbe anche il 1°, ma qui è un ramo aperto), la $\frac{\partial v_u}{\partial v^*} = \frac{R_c}{R+R_c}$, quindi per avere pendenza 0 dobbiamo avere $R_c = 0$;
quando $v^* < 0$ conduce solo il 3° diodo, la $\frac{\partial v_u}{\partial v^*} = \frac{R_a}{R+R_a}$, quindi per avere pendenza $\frac{1}{2}$ dobbiamo avere $\frac{R_a}{R+R_a} = \frac{1}{2} \rightarrow 2R_a = R + R_a \rightarrow R_a = R$;
quindi questa parte del circuito diventa:



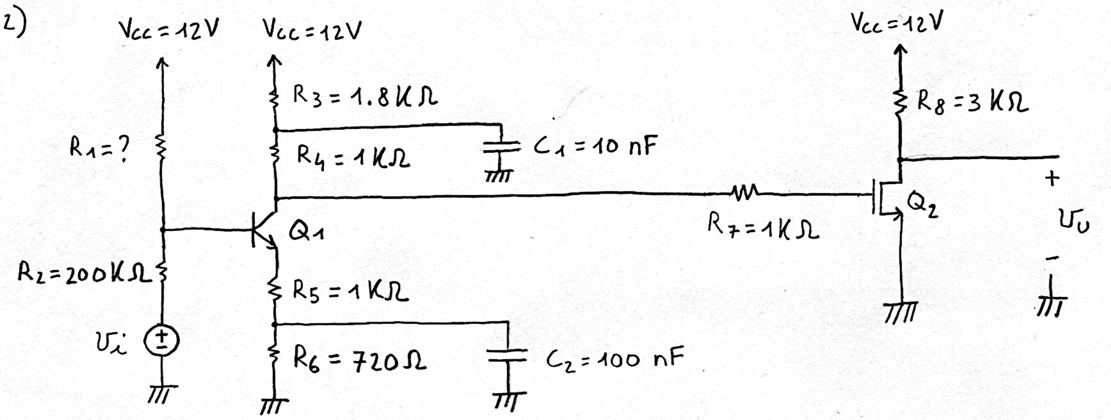
con ad esempio $R = 1K\Omega$

Complessivamente quindi avremo:



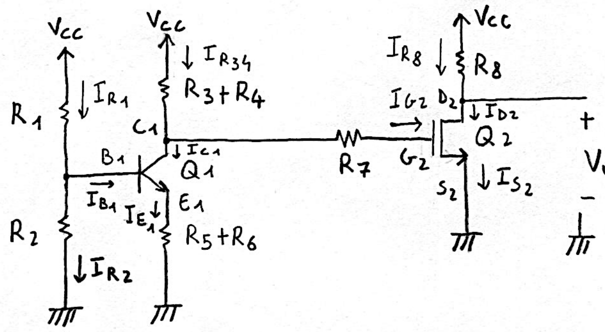
con ad esempio: $R^* = 1K\Omega$, $R = 1K\Omega$

2)



per Q_1: $h_{FE_1} = 249$; per Q_2: $V_{T_2} = 2.028\,V$, $\frac{1}{2}\mu_n C_{ox} \frac{W_2}{L_2} = 0.2\ \frac{mA}{V^2}$; $(V_U)_Q = 6.6\,V$

In continua il circuito diventa:



$$I_{R8} = \frac{V_{CC} - V_U}{R_8} = 1.8\ mA = I_{D2}$$

$I_{G2} = 0 \rightarrow I_{S2} = I_{D2} = 1.8\ mA$

ipotesi 1: Q_2 in saturazione

$$I_{D2} = K_2 (V_{GS2} - V_{T_2})^2 \quad \left(\text{con } K_2 = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W_2}{L_2} = 0.2\ \frac{mA}{V^2}\right)$$

$$V_{GS2} = V_{T_2} \pm \sqrt{\frac{I_{D2}}{K_2}} = 5.028\,V > V_{T_2}$$

(un mos a canale n conduce se $V_{GS2} > V_{T2}$)

$V_{D2} = V_U = 6.6\,V$

$V_{S2} = 0 \rightarrow V_{G2} = V_{GS2} + V_{S2} = V_{GS2} = 5.028\,V$

$V_{DS2} = V_{D2} - V_{S2} = 6.6\,V > V_{GS2} - V_{T_2} = 3\,V$

ipotesi 1 verificata

$I_{G2} = 0 \rightarrow V_{C1} = V_{G2} + R_7 I_{G2} = V_{G2} = 5.028\,V$

$$I_{R34} = \frac{V_{CC} - V_{C1}}{R_3 + R_4} = 2.49\ mA$$

$I_{G2} = 0 \rightarrow I_{C1} = I_{R34} - I_{G2} = I_{R34} = 2.49\,mA$

ipotesi 2: Q_1 in zona attiva diretta

$$I_{B1} = \frac{I_{C1}}{h_{FE1}} = 10\ \mu A > 0$$

$I_{E1} = I_{C1} + I_{B1} = 2.5\ mA$

$V_{E1} = (R_5 + R_6) I_{E1} = 4.3\,V$

$V_{CE1} = V_{C1} - V_{E1} = 0.728\,V > V_{CE\,sat} = 0.1\,V \longrightarrow$ ipotesi 2 verificata

$V_{B1} = V_{E1} + V_\gamma = 5\,V$

$$I_{R2} = \frac{V_{B1}}{R_2} = 25\ \mu A$$

$I_{R1} = I_{R2} + I_{B1} = 35\ \mu A$

$$R_1 = \frac{V_{CC} - V_{B1}}{I_{R1}} = 200\ K\Omega$$

$$\left[g_{m2} = \left.\frac{\partial I_{D2}}{\partial V_{GS2}}\right|_Q = 2K_2(V_{GS2} - V_{T_2}) = 1.2\ \frac{mA}{V} \right]$$ NON RICHIESTO

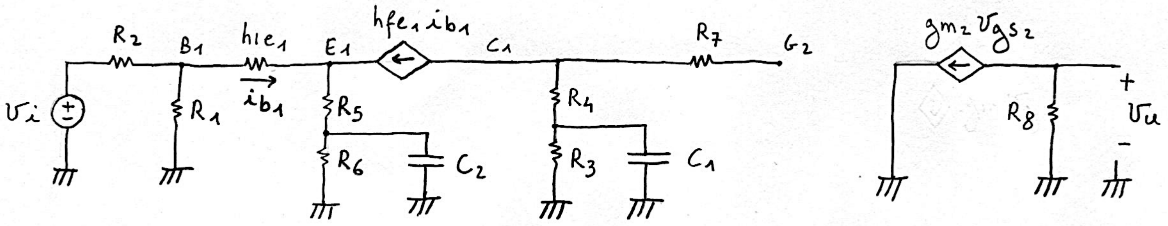
3) $R_1 = 250\ K\Omega$

$h_{fe1} = 250$

$h_{ie1} = 4\ K\Omega$

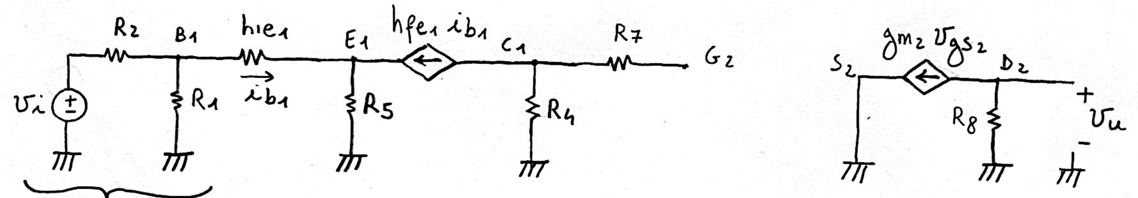
$g_{m2} = 1.5\ mA/V$

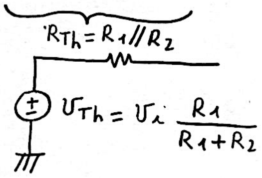
Circuito equivalente per le variazioni:



2 condensatori, nessuna maglia impropria → 2 poli

Calcoliamoci Av(∞) chiudendo i due condensatori





(equivalente di Thevenin)

$v_u = -R_8\, g_{m2}\, v_{gs2} \underset{\uparrow}{=} -R_8\, g_{m2}\, v_{g2}$

$v_{s2} = 0 \rightarrow v_{gs2} = v_{g2} - v_{s2} = v_{g2}$

essendo R_7 flottante, non ci scorre corrente e quindi non c'è caduta di tensione → $v_{g2} = v_{C1}$ →

$v_{g2} = -h_{fe1}\, i_{b1}\, R_4$

$v_{Th} = R_{Th}\, i_{b1} + h_{ie1}\, i_{b1} + R_5 (h_{fe1}+1)\, i_{b1} \rightarrow i_{b1} = \dfrac{v_{Th}}{R_{Th} + h_{ie1} + R_5 (h_{fe1}+1)} =$

$= v_i \dfrac{R_1}{R_1+R_2} \dfrac{1}{R_1 // R_2 + h_{ie1} + R_5 (h_{fe1}+1)}$

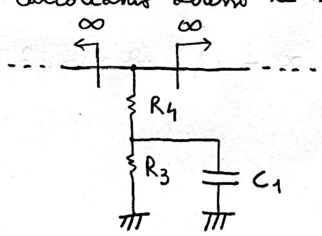
in conclusione

$$Av(\infty) = \frac{v_u}{v_i} = R_8\, g_{m2}\, h_{fe1}\, R_4 \frac{R_1}{R_1+R_2} \frac{1}{R_1//R_2 + h_{ie1} + R_5(h_{fe1}+1)} = 1.707132$$

(positivo, come deve essere dato che si tratta della cascata di uno stadio a emettitore comune, invertente, e di uno stadio a source comune, invertente).

$|Av(\infty)|_{dB} = 4.645\ dB$ $\qquad$ $Av(\infty) \neq 0 \rightarrow$ numero zeri = numero poli = 2

Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include C_1 e C_2)



$R_{VC1} = R_3 // (R_4 + \infty // \infty) = R_3 // (R_4 + \infty) = R_3 // \infty = R_3 = 1.8\ K\Omega$

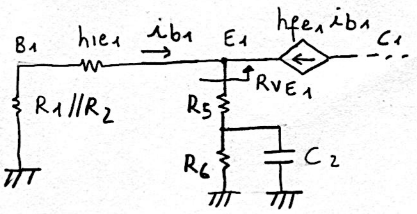
$\omega_{P1} = \dfrac{1}{C_1 R_{VC1}} = \dfrac{1}{C_1 R_3} = 55555.\bar{5}\ \dfrac{rad}{s} \rightarrow$

$f_{P1} = \dfrac{\omega_{P1}}{2\pi} = 8841.941\ Hz$

la v_u si annulla per la s per cui $R_4 + \left(R_3 // \frac{1}{C_1 s}\right) = 0 \rightarrow R_4 + \dfrac{R_3 \cdot \frac{1}{C_1 s}}{R_3 + \frac{1}{C_1 s}} = R_4 + \dfrac{R_3}{1 + R_3 C_1 s} =$

$= \dfrac{R_4 + R_3 R_4 C_1 s + R_3}{1 + R_3 C_1 s} = 0 \rightarrow R_3 + R_4 + R_3 R_4 C_1 s = 0 \rightarrow s = -\dfrac{R_3 + R_4}{R_3 R_4 C_1} = -\dfrac{1}{C_1 \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}} =$

$= -\dfrac{1}{C_1 (R_3 // R_4)} \rightarrow \omega_{z1} = \dfrac{1}{C_1 (R_3 // R_4)} = 155'555.\bar{5}\ \dfrac{rad}{s} \rightarrow f_{z1} = \dfrac{\omega_{z1}}{2\pi} = 24'757.436\ Hz$



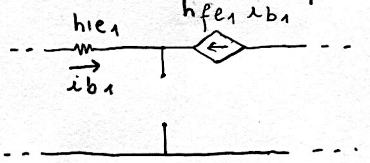
$$R_{VC2} = R_6 // (R_5 + R_{VE1}) = R_6 // \left(R_5 + \frac{h_{ie1} + R_1 // R_2}{h_{fe1}+1}\right) =$$

$$= 482.05\ \Omega$$

$$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{VC2}} = 20744.73\ \frac{rad}{s} \rightarrow$$

$$f_{P2} = \frac{\omega_{P2}}{2\pi} = 3301.63\ Hz$$

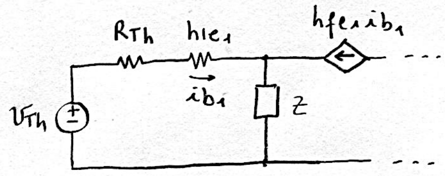
la v_u si annulla per la s per cui $R_5 + \left(R_6 // \frac{1}{C_2 s}\right) = \infty$ perché in tale condizione abbiamo



per cui $i_{b1} + h_{fe1} i_{b1} = 0 \rightarrow \underbrace{(1+h_{fe1})}_{\neq 0} i_{b1} = 0 \rightarrow i_{b1} = 0 \rightarrow$

$h_{fe1} i_{b1} = 0 \rightarrow v_u = 0$

o equivalentemente abbiamo che



$$v_{Th} = R_{Th} i_{b1} + h_{ie1} i_{b1} + Z(h_{fe1}+1) i_{b1}$$

$$\rightarrow i_{b1} = \frac{v_{Th}}{R_{Th} + h_{ie1} + Z(h_{fe1}+1)}$$

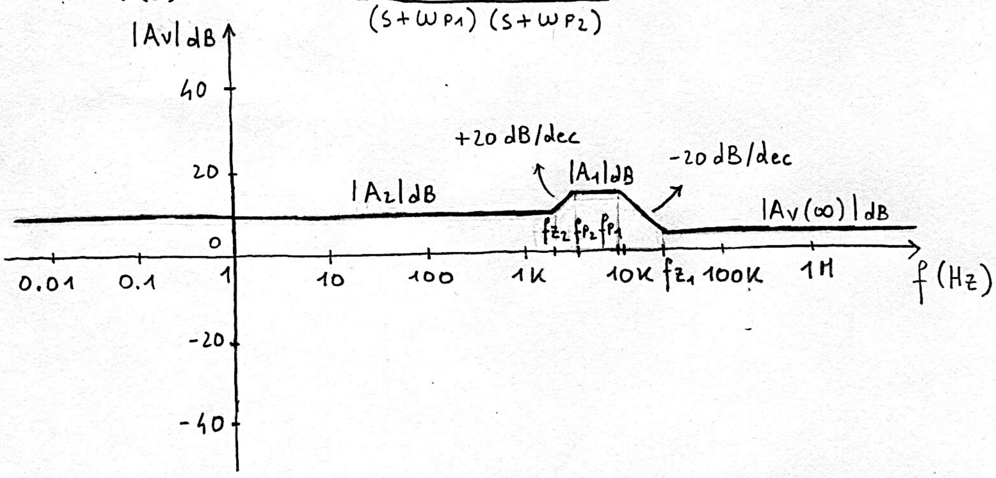
che per $Z = R_5 + \left(R_6 // \frac{1}{C_2 s}\right) = \infty$ va a 0 $\rightarrow h_{fe1} i_{b1} = 0 \rightarrow v_u = 0$

$$R_5 + \left(R_6 // \frac{1}{C_2 s}\right) = \infty \rightarrow R_6 // \frac{1}{C_2 s} = \infty \rightarrow \frac{R_6 \frac{1}{C_2 s}}{R_6 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{R_6}{1 + R_6 C_2 s} = \infty \rightarrow 1 + R_6 C_2 s = 0 \rightarrow$$

$$s = -\frac{1}{R_6 C_2} \rightarrow \omega_{Z2} = \frac{1}{R_6 C_2} = 13888.\overline{8}\ \frac{rad}{s} \rightarrow \quad f_{Z2} = \frac{\omega_{Z2}}{2\pi} = 2210.4853\ Hz$$

La funzione di trasferimento è

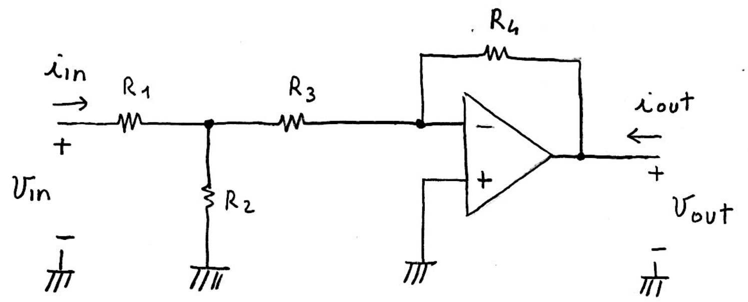
$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{(s+\omega_{Z1})(s+\omega_{Z2})}{(s+\omega_{P1})(s+\omega_{P2})}$$



$$|A_1| = |A_v(\infty)| \frac{f_{Z1}}{f_{P1}} = 4.77997 \rightarrow |A_1|_{dB} = 13.59\ dB$$

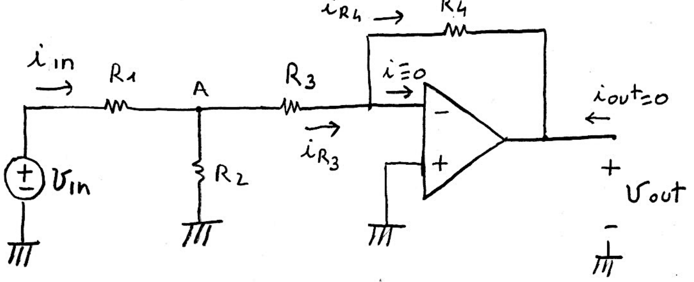
$$|A_2| = |A_1| \frac{f_{Z2}}{f_{P2}} = 3.20025 \rightarrow |A_2|_{dB} = 10.10\ dB$$

4)



$$\begin{cases} v_{out} = f_f\, v_{in} + f_o\, i_{out} \\ i_{in} = f_i\, v_{in} + f_r\, i_{out} \end{cases}$$

$$f_f = \left.\frac{v_{out}}{v_{in}}\right|_{i_{out}=0} \quad ; \quad f_i = \left.\frac{i_{in}}{v_{in}}\right|_{i_{out}=0}$$



per il c.c.v. $i^- \cong 0 \rightarrow i_{R3} = i_{R4}$

$v^- = v^+ = 0$

essendo $v^- = 0$, R_2 e R_3 hanno ai propri terminali la stessa tensione, quindi sono in parallelo (*)

$$i_{in} = \frac{v_{in}}{R_1 + (R_2 // R_3)} \rightarrow f_i = \frac{i_{in}}{v_{in}} = \frac{1}{R_1 + (R_2//R_3)}$$

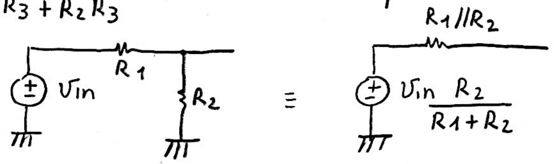
$$\underset{\uparrow}{i_{R3}} = i_{in} \cdot \frac{R_2}{R_2+R_3} = \frac{v_{in}}{R_1 + (R_2//R_3)} \frac{R_2}{R_2+R_3} = i_{R4} \rightarrow v_{out} = v^- - R_4 i_{R4} = v^- - R_4 i_{R3} = -R_4 i_{R3} =$$

(partitore di corrente

$$= - \frac{R_4}{R_1 + (R_2//R_3)} \frac{R_2}{R_2+R_3} v_{in} \rightarrow f_f = \frac{v_{out}}{v_{in}} = - \frac{R_4}{R_1 + (R_2//R_3)} \frac{R_2}{R_2+R_3} =$$

$$= - \frac{R_4 \cancel{(R_2+R_3)}}{R_1(R_2+R_3) + R_2 R_3} \frac{R_2}{\cancel{R_2+R_3}} = - \frac{R_2 R_4}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

, che si sarebbe potuto ottenere anche facendo l'equivalente di Thevenin del blocco:

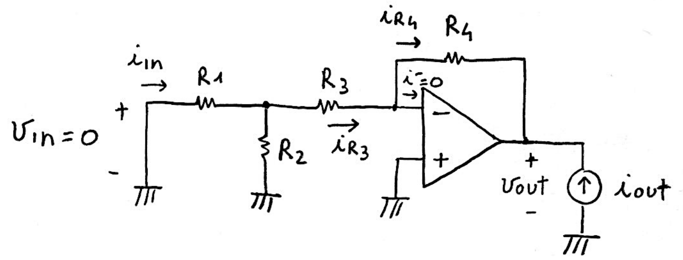


dal che si sarebbe ottenuto che $v_{out} = \left(v_{in} \frac{R_2}{R_1+R_2}\right) \underbrace{\left(- \frac{R_4}{(R_1//R_2)+R_3}\right)}_{\text{guadagno dell'amplificatore invertente con resistenze } (R_1//R_2)+R_3 \text{ e } R_4} \rightarrow$

$$f_f = \frac{v_{out}}{v_{in}} = - \frac{R_4}{(R_1//R_2)+R_3} \frac{R_2}{R_1+R_2} \left[= - \frac{R_4 \cancel{(R_1+R_2)}}{R_1 R_2 + R_3(R_1+R_2)} \frac{R_2}{\cancel{R_1+R_2}} = - \frac{R_2 R_4}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \right]$$

*

$$f_o = \left.\frac{v_{out}}{i_{out}}\right|_{v_{in}=0} \quad ; \quad f_r = \left.\frac{i_{in}}{i_{out}}\right|_{v_{in}=0}$$



per il c.c.v. $i^- = 0 \rightarrow i_{R3} = i_{R4}$

$v^- = v^+ = 0$

$$i_{in} = \frac{0}{R_1 + R_2//R_3} = 0 \rightarrow f_r = \frac{i_{in}}{i_{out}} = 0$$

$$i_{R3} = i_{in} \frac{R_2}{R_2+R_3} = 0 = i_{R4} \rightarrow v_{out} = v^- - R_4 i_{R4} =$$

$$= 0 - R_4 \cdot 0 = 0 \rightarrow f_o = \frac{v_{out}}{i_{out}} = 0$$

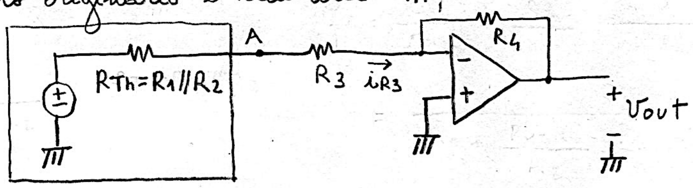
* oppure si sarebbe potuto ottenere valutando prima la tensione nel nodo A e poi moltiplicandola per il guadagno dell'amplificatore invertente con resistenze R_3 e R_4 per trovare v_{out}; ma (poiché dal nodo A verso destra si vede la resistenza R_3) si ha che

$$v_A = v_{in} \frac{R_2 // R_3}{R_1 + (R_2 // R_3)} \rightarrow v_{out} = v_A \left(-\frac{R_4}{R_3}\right) = -\frac{R_4}{R_3} \frac{R_2 // R_3}{R_1 + R_2 // R_3} v_{in} = -\frac{R_4}{\cancel{R_3}} \frac{R_2 \cancel{R_3}}{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3} v_{in} =$$

$$= -\frac{R_2 R_4}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} v_{in} \rightarrow f_f = \frac{v_{out}}{v_{in}} = -\frac{R_2R_4}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$$

(*) notare che i_{in}, essendo una quantità interna al blocco v_{in}, R_1, R_2, non si può calcolare direttamente dall'equivalente di Thevenin $v_{Th} = v_{in} \frac{R_2}{R_1+R_2}$, $R_{Th} = R_1 // R_2$ di tale blocco (fatto dalla porta compresa tra i nodi A e massa);
eventualmente si possono ricavare da tale equivalente le quantità esterne a tale blocco (es v_A, i_{R3}) per poi tornare al circuito originario e ricavarci i_{in}, ma è una strada più lunga:

$$v_{Th} = v_{in} \frac{R_2}{R_1+R_2}$$



$$i_{R3} = \frac{v_{Th}}{R_{Th}+R_3} = \frac{1}{R_1//R_2+R_3} \cdot \frac{R_2}{R_1+R_2} v_{in}$$

$$v_A = R_3 \, i_{R3} = \frac{R_3}{R_{Th}+R_3} v_{Th} = \frac{R_3}{R_1//R_2+R_3} \frac{R_2}{R_1+R_2} v_{in} = \frac{R_2R_3}{R_1R_2+R_3(R_1+R_2)} v_{in} =$$

$$= \frac{R_2R_3}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3} v_{in}$$

dopodiché (tornando al circuito originario):

$$i_{in} = \frac{v_{in}-v_A}{R_1} = \frac{1}{R_1}\left(v_{in} - \frac{R_2R_3}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3} v_{in}\right) = \frac{v_{in}}{R_1}\left(1 - \frac{R_2R_3}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}\right) =$$

$$= \frac{v_{in}}{R_1} \frac{R_1R_2+R_1R_3+\cancel{R_2R_3}-\cancel{R_2R_3}}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3} = \frac{v_{in}}{\cancel{R_1}} \frac{\cancel{R_1}(R_2+R_3)}{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3} = \frac{v_{in}}{R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2+R_3}} =$$

$$= \frac{v_{in}}{R_1+R_2//R_3} \rightarrow$$

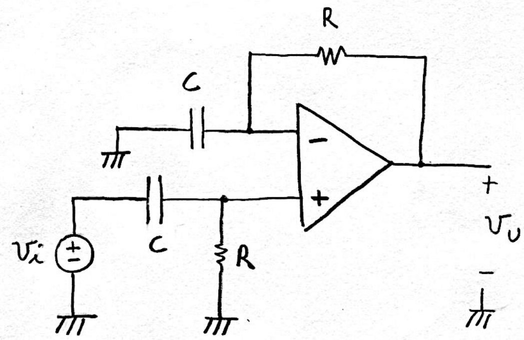
$$f_i = \frac{i_{in}}{v_{in}} = \frac{1}{R_1+R_2//R_3}$$

oppure: i_{R3} è la partizione di i_{in} tra R_2 e R_3 (che sono in parallelo), per cui

$$i_{R3} = i_{in} \frac{R_2}{R_2+R_3} \rightarrow i_{in} = i_{R3} \frac{R_2+R_3}{R_2} = \frac{R_2+R_3}{\cancel{R_2}}\left(\frac{1}{R_1//R_2+R_3} \frac{\cancel{R_2}}{R_1+R_2} v_{in}\right) = \frac{R_2+R_3}{R_1R_2+R_3(R_1+R_2)} v_{in} =$$

$$= \frac{R_2+R_3}{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3} v_{in} = \frac{v_{in}}{R_1+R_2//R_3} \rightarrow f_i = \frac{i_{in}}{v_{in}} = \frac{1}{R_1+R_2//R_3}$$

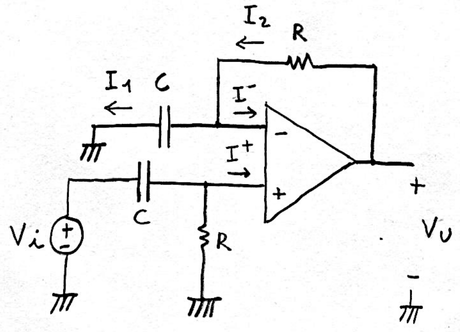
5)



$R = 1\,K\Omega$

$C = 1\,\mu F$

usando il c.c.v. e lavorando nel dominio di Laplace, abbiamo che



per il c.c.v. $I^+ = 0 \rightarrow V^+ = \dfrac{R}{\frac{1}{CS} + R} V_i = \dfrac{RCS}{1+RCS} V_i$

per il c.c.v. $V^- = V^+$

$I_1 = \dfrac{V^-}{\frac{1}{CS}} = \dfrac{V^+}{\frac{1}{CS}}$

per il c.c.v. $I^- = 0 \rightarrow I_2 = I_1$

$V_U = V^- + R I_2 = V^+ + \dfrac{R}{\frac{1}{CS}} V^+ = \left(1 + \dfrac{R}{\frac{1}{CS}}\right) V^+ =$

$= (1+RCS)\, V^+ = \cancel{(1+RCS)} \dfrac{RCS}{\cancel{1+RCS}} V_i = RCS\, V_i \rightleftarrows$

che antitrasformato nel dominio del tempo dà

$v_U(t) = RC \dfrac{d}{dt} v_i(t)$

con $RC = 1\,ms$