

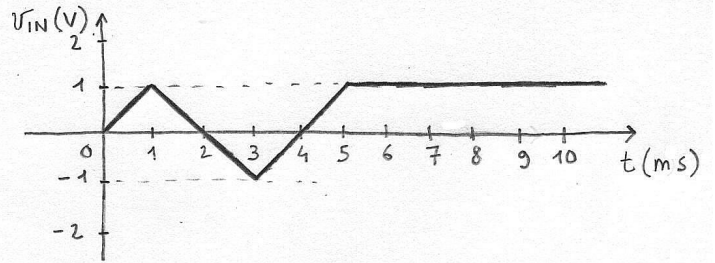
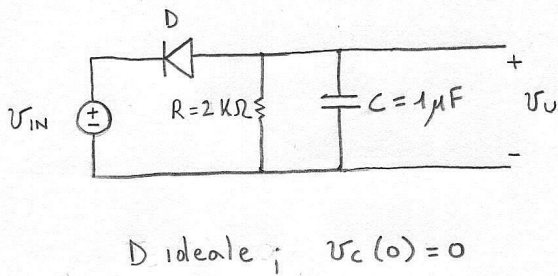
Scheda: <b>A23_08</b>		Data: <b>11 settembre 2023</b>	
Cognome	Nome		Matricola

**ESERCIZIO N°1**

6.5 punti

Si consideri il circuito rappresentato a sinistra in figura. Considerando il diodo  $D$  ideale e ipotizzando il condensatore  $C$  inizialmente scarico ( $v_C(0) = 0$ ), si ricavi passo passo e si disegni l'andamento nel tempo, per  $0 \leq t \leq 10$  ms, della tensione  $v_U(t)$  che si ha in uscita da tale circuito quando in ingresso al circuito si applica la tensione  $v_{IN}(t)$  il cui andamento nel tempo è rappresentato a destra in figura. In particolare, si specifichi in quali intervalli di tempo il diodo conduce e in quali è interdetto.

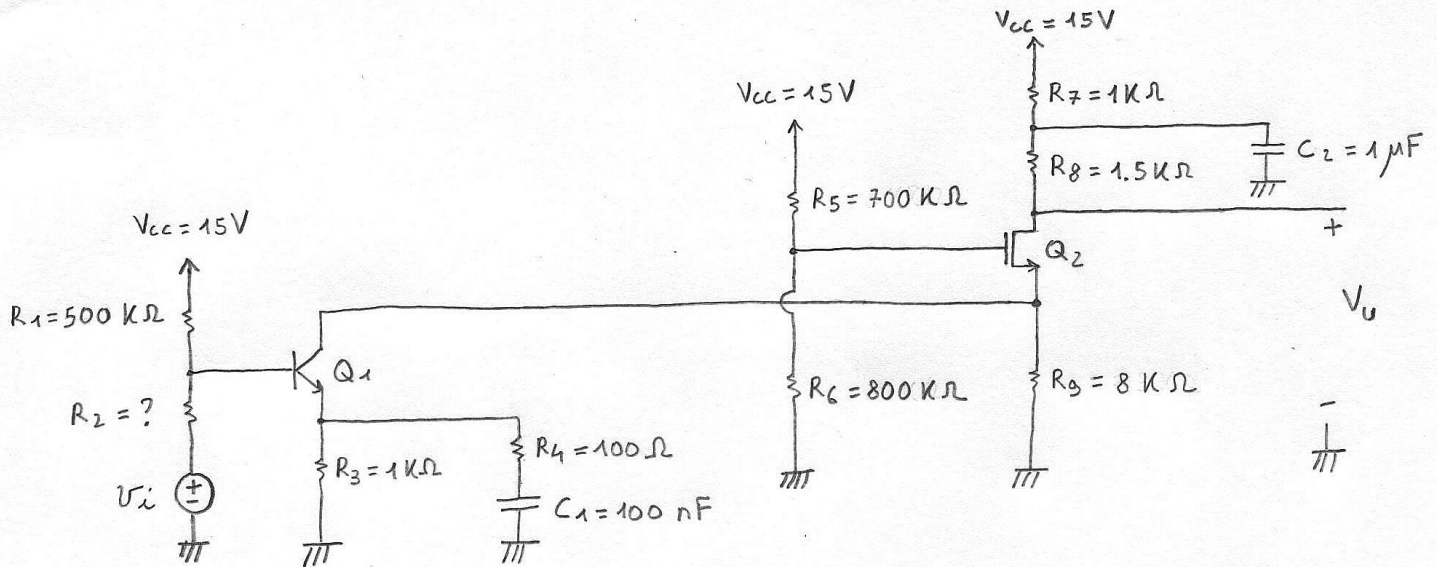
[ Si noti che per tempi immediatamente successivi a 3 ms si ha che  $-\frac{v_{IN}}{R} \leq \frac{1}{2} \frac{V}{K\Omega} = 0.5 \text{ mA}$  e che  $-C \frac{dv_{IN}}{dt} = -10^{-6} \text{ F} \cdot \frac{2 \text{ V}}{2 \text{ ms}} = -1 \text{ mA}$ , per cui  $-\frac{v_{IN}}{R} - C \frac{dv_{IN}}{dt} \leq 0.5 \text{ mA} - 1 \text{ mA} = -0.5 \text{ mA} < 0$ . ]



**ESERCIZIO N°2**

7 punti

Con riferimento al circuito in figura, ipotizzando  $Q_1$  (transistore BJT npn) in zona attiva diretta e  $Q_2$  (transistore MOS a canale n) in saturazione e sapendo che la tensione  $V_U$  di uscita a riposo è pari a 10 V, si ricavi il valore della resistenza  $R_2$ . Si determini il punto di lavoro di  $Q_1$  e  $Q_2$  e si verifichino le ipotesi fatte sulla zona di funzionamento dei due transistori. [ Per ricavare  $V_{S_2}$ , si calcolino prima  $V_{G_2}$  e  $V_{G_{S_2}}$ . ]



per  $Q_1$ :  $hFE_1 = 125$  ; per  $Q_2$ :  $V_{T_2} = 1.32 \text{ V}$  ;  $(V_U)_a = 10 \text{ V}$   
 $\frac{1}{2} \mu\text{n Cox} \frac{W_2}{L_2} = 2 \frac{\text{mA}}{\text{V}^2}$

### ESERCIZIO N°3

7.5 punti

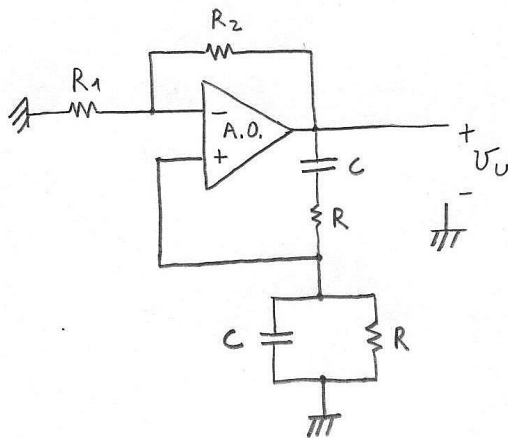
Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui però stavolta si assuma  $R_2 = 100 \text{ K}\Omega$ . Considerando per  $Q_1$ :  $h_{fe1} = 150$ ,  $h_{ie1} = 5 \text{ K}\Omega$  e per  $Q_2$ :  $g_{m2} = 4 \text{ mA/V}$ , se ne ricavi la funzione di trasferimento  $A_v(s) = V_u/V_i$  (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa). Il diagramma di Bode non è richiesto.

[ Nel calcolo del guadagno, un possibile modo di legare  $v_{gs2}$  a  $i_{b1}$  è scrivere la relazione tra la tensione ai capi di  $R_9$  e la corrente che la attraversa. ]

### ESERCIZIO N°4

6 punti

Si consideri l'oscillatore a ponte di Wien rappresentato nello schema, con i valori riportati a destra dello schema (notare che il valore della resistenza  $R_2$  dipende dall'ampiezza  $V_{U_{max}}$  dell'oscillazione in uscita). Per facilitare l'esercizio, accanto alla figura è riportata anche l'espressione della funzione di trasferimento  $\beta A(s)$  del circuito (che può quindi essere usata senza doverla valutare di nuovo). Determinare la frequenza e l'ampiezza dell'oscillazione a regime in uscita da tale oscillatore e verificarne l'innescò (ovviamente all'innescò  $V_{U_{max}} = 0$ ).



A.O. ideale

$$C = 500 \text{ nF}$$

$$R = 1 \text{ K}\Omega$$

$$R_1 = 1 \text{ K}\Omega$$

$$R_2 = \frac{R_0}{1 + K \cdot V_{U_{max}}}$$

$$\text{con: } R_0 = 10 \text{ K}\Omega$$

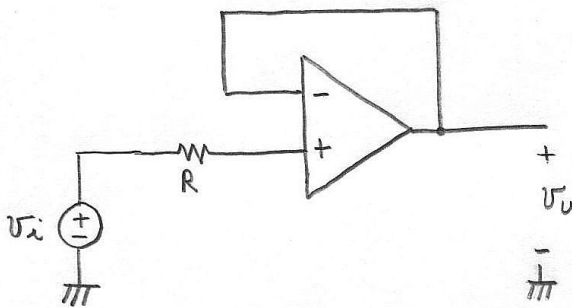
$$K = 4 \text{ V}^{-1}$$

$$\beta A(s) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{RCS}{(RCS)^2 + 3RCS + 1}$$

### ESERCIZIO N°5

6 punti

Ricavare il massimo sbilanciamento causato sull'uscita del circuito mostrato in figura (dove  $v_i$  è il segnale di ingresso e  $v_u$  è la tensione in uscita) dai soli generatori di offset dell'amplificatore operazionale. A parte la presenza dei generatori di offset (il cui valore è riportato accanto allo schema), si consideri tale amplificatore operazionale ideale.



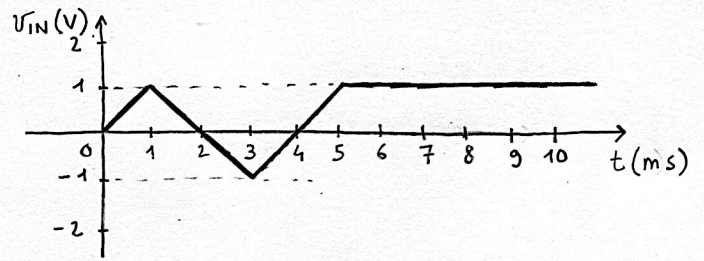
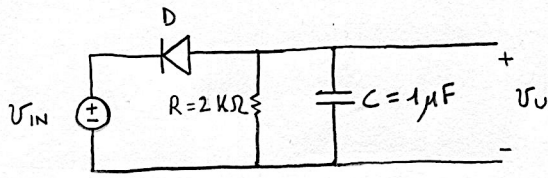
$$R = 2 \text{ K}\Omega$$

$$|V_{io}|_{max} = 4 \text{ mV}$$

$$I_B = \frac{I_1 + I_2}{2} = 60 \text{ nA}$$

$$|I_{io}|_{max} = |I_1 - I_2|_{max} = 20 \text{ nA}$$

1)

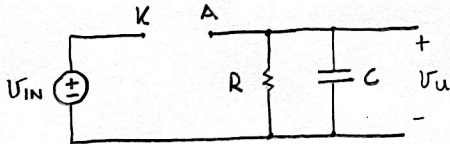


D ideale;  $V_C(0) = 0$

C inizialmente scarico  $\rightarrow$  per  $t=0$   $V_U = V_C = 0$ ;

poi per  $t$  maggiori inizialmente la  $V_{IN}$  diventa positiva; visto che la tensione sull'anodo del diodo inizialmente è nulla, mentre quella sul catodo diventa positiva, l'ipotesi più probabile è che il diodo D sia interdetto

ipotesi: D interdetto

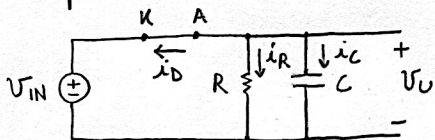


abbiamo il gruppo RC senza eccitazione con condensatore inizialmente scarico  $\rightarrow$  il condensatore rimane scarico (in quanto va esponenzialmente da tensione iniziale nulla a un valore asintotico della tensione anch'esso nullo)  $\rightarrow V_C = 0 \rightarrow V_U = 0$

verifica dell'ipotesi:  $V_{AK} = V_U - V_{IN} = 0 - V_{IN} = -V_{IN} < 0 \rightarrow V_{IN} > 0$ , vero fino a  $t = 2$  ms;

dopo  $t = 2$  ms quest'ipotesi viene meno, quindi ipotizziamo che il diodo conduca

ipotesi: D conduce



$$V_U = V_C = V_{IN}$$

verifica dell'ipotesi:  $i_D = -i_R - i_C = -\frac{V_{IN}}{R} - C \frac{dV_{IN}}{dt} > 0$

questo ricorrenza è vero per  $2 \text{ ms} \leq t \leq 3 \text{ ms}$  perché in tale intervallo di tempo  $V_{IN} < 0$  e  $\frac{dV_{IN}}{dt} < 0$  invece per  $3 \text{ ms} \leq t \leq 5 \text{ ms}$  abbiamo che  $V_{IN} \geq -1 \text{ V} \rightarrow \frac{V_{IN}}{R} \geq \frac{-1 \text{ V}}{2 \text{ k}\Omega} = -0.5 \text{ mA} \rightarrow -\frac{V_{IN}}{R} \leq 0.5 \text{ mA}$

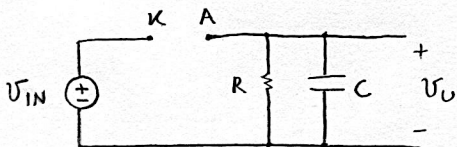
$$\text{mentre } \frac{dV_{IN}}{dt} = \frac{2 \text{ V}}{2 \text{ ms}} = \frac{2 \text{ V}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = 10^3 \frac{\text{V}}{\text{s}} \rightarrow -C \frac{dV_{IN}}{dt} = -1 \mu\text{F} \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{s}} = -10^{-6} \text{ F} \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{s}} = -10^{-3} \frac{\text{Coulomb}}{\text{s}} = -1 \text{ mA}$$

$$\left[ C = \frac{Q}{V} \rightarrow \text{Farad} = \frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}} \right]$$

per cui  $-\frac{V_{IN}}{R} - C \frac{dV_{IN}}{dt} \leq 0.5 \text{ mA} - 1 \text{ mA} = -0.5 \text{ mA} < 0$ , per cui ricorrenza l'ipotesi

$i_D > 0$  cade a partire da 3 ms, quindi ipotizziamo che il diodo sia interdetto

ipotesi: D interdetto



abbiamo il gruppo RC senza eccitazione con condensatore inizialmente alla tensione finale della fase precedente  $V_C(3 \text{ ms}) = V_{IN}(3 \text{ ms}) = -1 \text{ V}$  e che si scarica verso la tensione nulla con costante di tempo  $RC = 2 \text{ ms}$  con l'andamento:

$$V_C(t) = V_U(t) = V_{IN}(3 \text{ ms}) e^{-\frac{t-3 \text{ ms}}{RC}} = -1 \text{ V} \cdot e^{-\frac{t-3 \text{ ms}}{2 \text{ ms}}}$$

verifica dell'ipotesi:  $V_{AK} = V_U - V_{IN} < 0$  che è verificata per tutti i  $t > 3 \text{ ms}$ .

Infatti per  $t = 3 \text{ ms}$   $V_U = V_{IN} = -1 \text{ V}$ ; poi la  $V_{IN}$  sale con pendenza  $\frac{2 \text{ V}}{2 \text{ ms}} = 10^3 \frac{\text{V}}{\text{s}}$  fino a arrivare a  $1 \text{ V} > 0$ , dove diventa costante; mentre la  $V_U$  sale esponenzialmente verso 0 con una pendenza  $\frac{dV_U}{dt} = (-1 \text{ V}) \cdot \left(-\frac{1}{2 \text{ ms}}\right) e^{-\frac{t-3 \text{ ms}}{2 \text{ ms}}} = 0.5 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{s}} \cdot e^{-\frac{t-3 \text{ ms}}{2 \text{ ms}}} < 0.5 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{s}} < 10^3 \frac{\text{V}}{\text{s}}$ , per cui si mantiene sotto la  $V_{IN}$  e tende verso 0 rimanendo negativa

[Nota che la disuguaglianza tra le pendenze di  $V_{IN}$  e di  $V_U$  per  $t = 3 \text{ ms}^+$  discende da quanto visto sopra perché  $\left. \frac{dV_U}{dt} \right|_{t=3 \text{ ms}^+} = V_{IN}(3 \text{ ms}) \cdot \left(-\frac{1}{RC}\right) e^{-\frac{t-3 \text{ ms}}{RC}} \Big|_{t=3 \text{ ms}} = -\frac{V_{IN}(3 \text{ ms})}{RC}$ ;

per quanto visto sopra per  $3\text{ms} \leq t \leq 5\text{ms}$ :  $-\frac{V_{IN}}{R} - C \frac{dV_{IN}}{dt} < 0 \rightarrow -\frac{V_{IN}}{R} < C \frac{dV_{IN}}{dt} \rightarrow -\frac{V_{IN}}{RC} < \frac{dV_{IN}}{dt}$

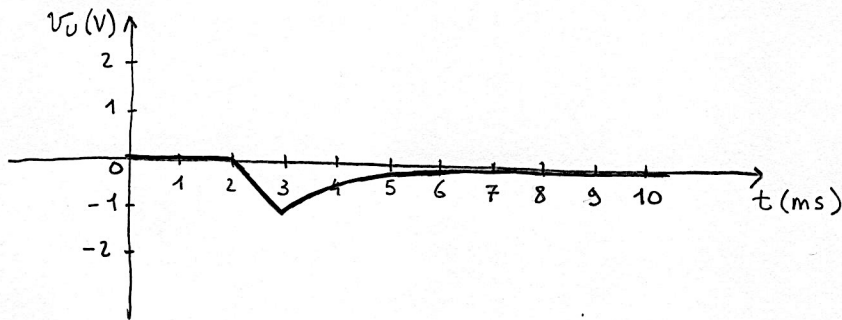
per cui in particolare per  $t = 3\text{ms}^+$  abbiamo che  $-\frac{V_{IN}(3\text{ms})}{RC} < \frac{dV_{IN}}{dt} \Big|_{t=3\text{ms}^+}$  cioè

$$\frac{dV_U}{dt} \Big|_{t=3\text{ms}^+} < \frac{dV_{IN}}{dt} \Big|_{t=3\text{ms}^+} ; \text{ dopodich\u00e9 } V_U \text{ sale con pendenza progressivamente minore,}$$

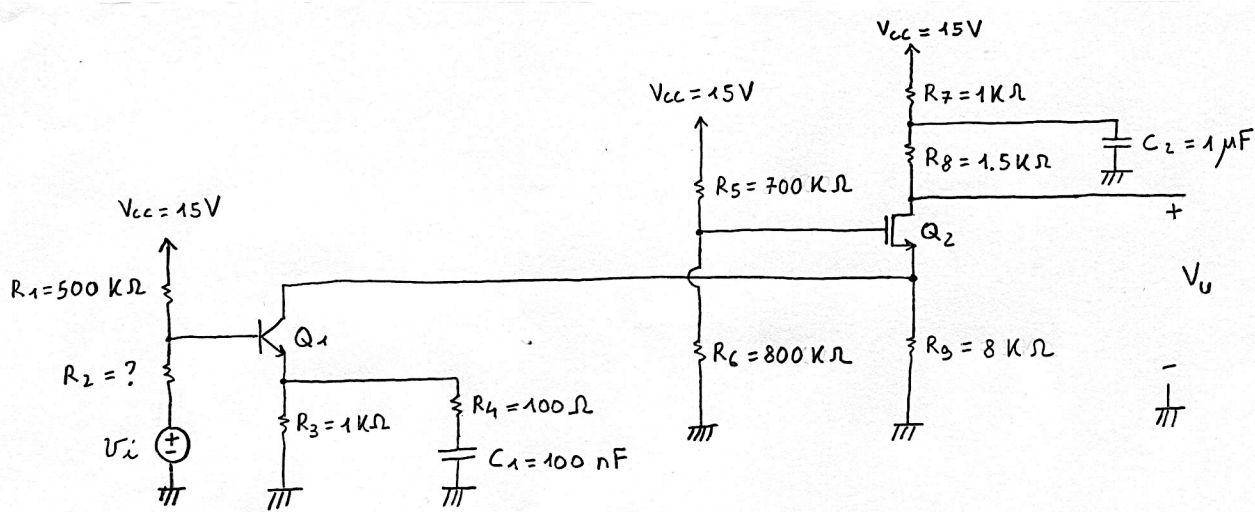
tendendo esponenzialmente verso 0 e rimanendo negativo, mentre  $V_{IN}$  cresce con pendenza costante fino a fermarsi una volta raggiunto un valore positivo (1V); quindi  $V_U$  si mantiene sempre sotto  $V_{IN}$ . ]

In conclusione abbiamo che

$$V_U(t) = \begin{cases} 0 & \text{per } 0 \leq t \leq 2\text{ms} \\ V_{IN}(t) & \text{per } 2\text{ms} \leq t \leq 3\text{ms} \\ (-1\text{V}) \cdot e^{-\frac{t-3\text{ms}}{2\text{ms}}} & \text{per } t \geq 3\text{ms} \end{cases}$$

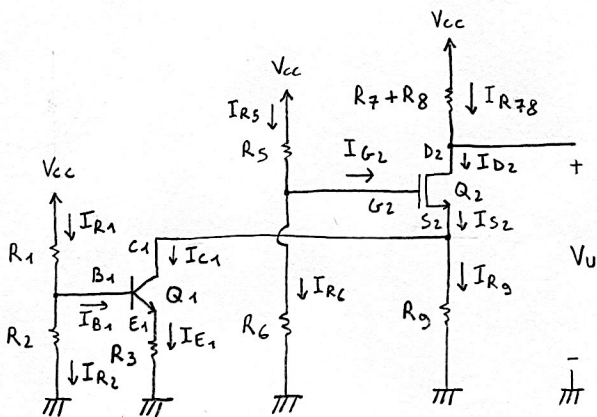


2)



per  $Q_1$ :  $hFE_1 = 120$  ; per  $Q_2$ :  $V_{T_2} = 1.32V$  ;  $(V_U)_Q = 10V$   
 $\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W_2}{L_2} = 2 \frac{mA}{V^2}$

in continua il circuito diventa:



$V_{D_2} = V_U = 10V$

$I_{R_{78}} = \frac{V_{CC} - V_U}{R_7 + R_8} = 2mA = I_{D_2}$

$I_{G_2} = 0 \rightarrow I_{S_2} = I_{D_2} = 2mA$  ;  $R_5$  e  $R_6$  in serie

$V_{G_2} = V_{CC} \frac{R_6}{R_5 + R_6} = 8V$  e  $I_{R_5} = I_{R_6} = 10mA$

ipotesi 1:  $Q_2$  in saturazione

$I_{D_2} = K_2 (V_{GS_2} - V_{T_2})^2$  (con  $K_2 = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W_2}{L_2} = 2 \frac{mA}{V^2}$ )

$V_{GS_2} = V_{T_2} \pm \sqrt{\frac{I_{D_2}}{K_2}} = 2.32V > V_{T_2}$   
 (un mos a canale n conduce se  $V_{GS_2} > V_{T_2}$ )

$V_{S_2} = V_{G_2} - V_{GS_2} = 5.68V = V_{C_1}$

$V_{DS_2} = V_{D_2} - V_{S_2} = 4.32V > V_{GS_2} - V_{T_2} = 1V \rightarrow$  ipotesi 1 verificata

$I_{R_9} = \frac{V_{S_2}}{R_9} = 0.71mA$

$I_{C_1} = I_{S_2} - I_{R_9} = 1.29mA$

ipotesi 2:  $Q_1$  in zona attiva diretta

$I_{B_1} = \frac{I_{C_1}}{hFE_1} = 10\mu A > 0$

$I_{E_1} = I_{C_1} + I_{B_1} = 1.3mA$

$V_{E_1} = R_3 \cdot I_{E_1} = 1.3V$

$V_{CE_1} = V_{C_1} - V_{E_1} = 4.38V > V_{CE_{sat}} = 0.1V \rightarrow$  ipotesi 2 verificata

$V_{B_1} = V_{E_1} + V_{BE} = 2V$

$I_{R_1} = \frac{V_{CC} - V_{B_1}}{R_1} = 26\mu A$

$I_{R_2} = I_{R_1} - I_{B_1} = 16\mu A$

$R_2 = \frac{V_{B_1}}{I_{R_2}} = 125k\Omega$

$\left[ g_{m_2} = \frac{\partial I_{D_2}}{\partial V_{GS_2}} \right]_Q = 2K_2 (V_{GS_2} - V_{T_2}) = 4 \frac{mA}{V}$  NON RICHIESTO

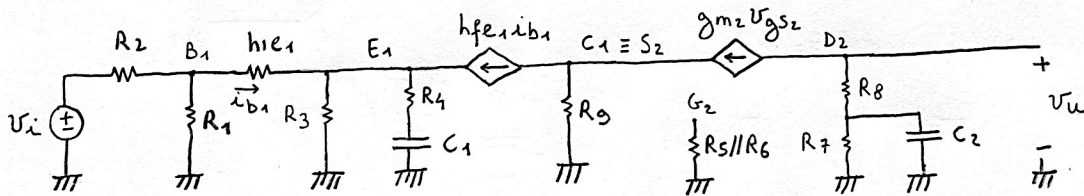
3)  $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$

$h_{fe1} = 150$

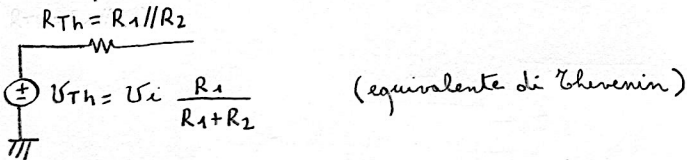
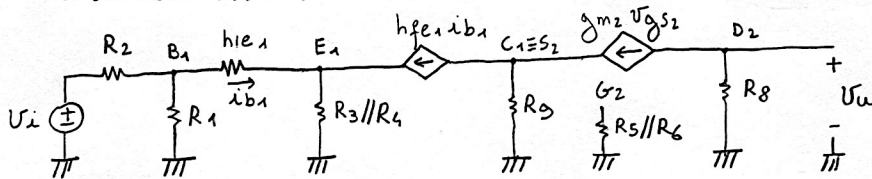
$h_{ie1} = 5 \text{ k}\Omega$

$g_{m2} = 4 \frac{\text{mA}}{\text{V}}$

Circuiti equivalente per le variazioni:



2 condensatori, nessuna maglia impropria  $\rightarrow$  2 poli  
 Calcoliamoci  $A_v(\infty)$  chiudendo i due condensatori



$U_u = -R_8 g_{m2} U_{gs2} = R_8 g_{m2} U_{s2}$

$U_{gs2} = 0$  perché in  $R_5 // R_6$  (flottanti) non scorre corrente  $\rightarrow U_{gs2} = U_{g2} - U_{s2} = -U_{s2}$

debiamo legare  $U_{s2}$  a  $i_{b1}$ ; a tal fine possiamo scrivere che (essendo  $U_{s2}$  la tensione ai capi di  $R_9$ )

$U_{s2} = R_9 \cdot \underbrace{(g_{m2} U_{gs2} - h_{fe1} i_{b1})}_{\text{corrente che scorre in } R_9} = R_9 (-g_{m2} U_{s2} - h_{fe1} i_{b1}) \rightarrow U_{s2} (1 + R_9 g_{m2}) = -R_9 h_{fe1} i_{b1} \rightarrow$

$U_{s2} = -\frac{R_9 h_{fe1} i_{b1}}{1 + R_9 g_{m2}}$

oppure possiamo ad esempio fare un equivalente di Thevenin di tutto ciò che sta a destra di  $h_{fe1} i_{b1}$ : la tensione di Thevenin (tensione a vuoto) di tale parte del circuito è nulla (perché in tale parte del circuito non ci sono generatori indipendenti), mentre la resistenza di Thevenin è il parallelo di  $R_9$  e della resistenza vista dal source guardando verso  $g_{m2} U_{gs2}$ , che è pari a  $\frac{1}{g_{m2}}$ , per cui abbiamo:

quindi  $U_{s2} = -h_{fe1} i_{b1} \left( R_9 // \frac{1}{g_{m2}} \right) = -h_{fe1} i_{b1} \frac{R_9 \cdot \frac{1}{g_{m2}}}{R_9 + \frac{1}{g_{m2}}} = -h_{fe1} i_{b1} \frac{R_9}{1 + R_9 g_{m2}}$

infine (mandando l'equivalente di Thevenin della parte di circuito a sinistra di  $h_{ie1}$ ):

$U_{Th} = R_{Th} i_{b1} + h_{ie1} i_{b1} + (R_3 // R_4) (1 + h_{fe1}) i_{b1} \rightarrow i_{b1} = \frac{U_{Th}}{R_{Th} + h_{ie1} + (R_3 // R_4) (1 + h_{fe1})} =$   
 $= U_i \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{(R_1 // R_2) + h_{ie1} + (R_3 // R_4) (1 + h_{fe1})}$

in conclusione

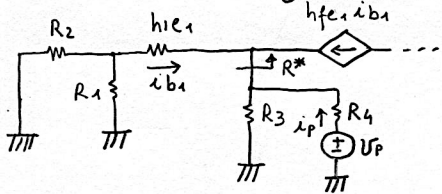
$A_v(\infty) = \frac{U_u}{U_i} = -R_8 g_{m2} \frac{R_9 h_{fe1}}{1 + R_9 g_{m2}} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{(R_1 // R_2) + h_{ie1} + (R_3 // R_4) (1 + h_{fe1})} = -1.781473$

(negativo, come deve essere dato che si tratta della cascata di uno stadio a emettitore comune, invertente, e di uno stadio a gate comune, non invertente)

$|A_v(\infty)|_{dB} = 5.0156 \text{ dB}$

$A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow$  numero zeri = numero poli = 2

Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include  $C_1$  e  $C_2$ )



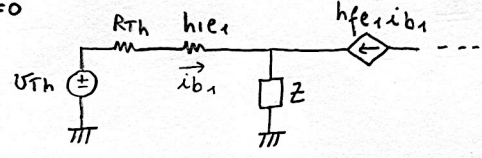
$$R_{Vc1} \left( = \frac{U_P}{i_P} \right) = R_4 + R_3 // R^* \quad \text{con } R^* = \frac{h_{ie1} + R_1 // R_2}{h_{fe1} + 1} \quad , \text{ cioè}$$

$$R_{Vc1} = R_4 + R_3 // \left( \frac{h_{ie1} + R_1 // R_2}{h_{fe1} + 1} \right) = 469.08078 \Omega$$

$$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{Vc1}} = 21318.29 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 3392.91 \text{ Hz}$$

La  $U_u$  si annulla per la  $s$  per cui  $R_3 // \left( R_4 + \frac{1}{C_1 s} \right) = \infty$  perché in tale condizione abbiamo ...  $\frac{h_{ie1}}{i_{b1}} \rightarrow h_{fe1} i_{b1}$   
 per cui  $i_{b1} + h_{fe1} i_{b1} = 0 \rightarrow (1 + h_{fe1}) i_{b1} = 0 \rightarrow i_{b1} = 0 \rightarrow h_{fe1} i_{b1} = 0 \rightarrow g_{m2} U_{gs2} = 0 \rightarrow U_u = 0$

o equivalentemente abbiamo che



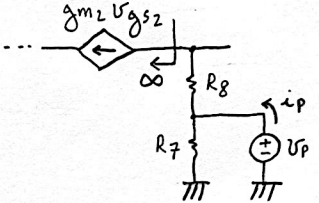
$$U_{Th} = R_{Th} i_{b1} + h_{ie1} i_{b1} + Z (h_{fe1} + 1) i_{b1}$$

$$\rightarrow i_{b1} = \frac{U_{Th}}{R_{Th} + h_{ie1} + Z (h_{fe1} + 1)}$$

che per  $Z = R_3 // \left( R_4 + \frac{1}{C_1 s} \right) = \infty$  va a 0  $\rightarrow h_{fe1} i_{b1} = 0 \rightarrow g_{m2} U_{gs2} = 0 \rightarrow U_u = 0$  ; ma

$$R_3 // \left( R_4 + \frac{1}{C_1 s} \right) = \frac{R_3 \left( R_4 + \frac{1}{C_1 s} \right)}{R_3 + R_4 + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{R_3 (1 + R_4 C_1 s)}{1 + (R_3 + R_4) C_1 s} = \infty \rightarrow 1 + (R_3 + R_4) C_1 s = 0 \rightarrow s = - \frac{1}{(R_3 + R_4) C_1}$$

$$\omega_{z1} = \frac{1}{(R_3 + R_4) C_1} = 9090.90 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow f_{z1} = \frac{\omega_{z1}}{2\pi} = 1446.8631 \text{ Hz}$$



$$R_{Vc2} \left( = \frac{U_P}{i_P} \right) = R_7 // (R_8 + \infty) = R_7 = 1 \text{ k}\Omega$$

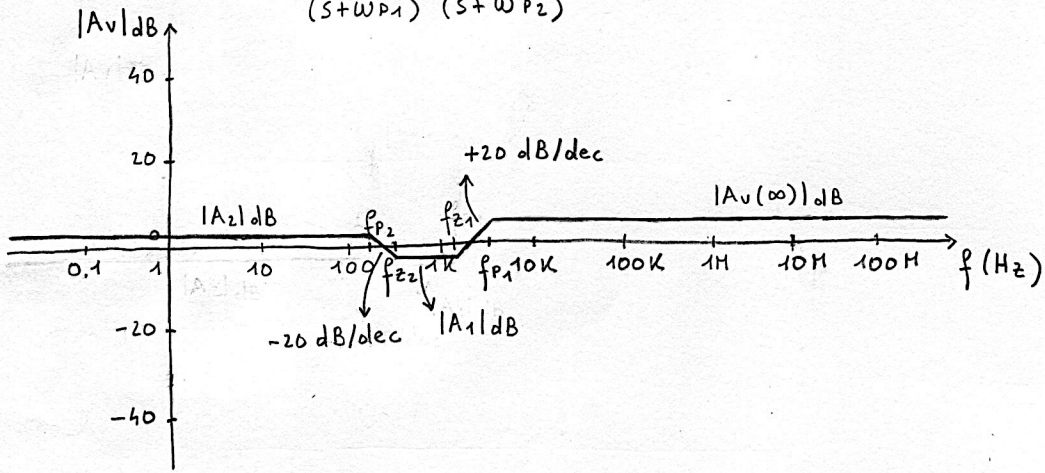
$$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{Vc2}} = \frac{1}{C_2 R_7} = 1000 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow f_{P2} = \frac{\omega_{P2}}{2\pi} = 159.155 \text{ Hz}$$

La  $U_u$  si annulla per la  $s$  per cui  $R_8 + \left( R_7 // \frac{1}{C_2 s} \right) = 0 \rightarrow R_8 + \frac{R_7 \frac{1}{C_2 s}}{R_7 + \frac{1}{C_2 s}} = R_8 + \frac{R_7}{1 + R_7 C_2 s} = 0$   
 $= \frac{R_7 + R_8 + R_7 R_8 C_2 s}{1 + R_7 C_2 s} = 0 \rightarrow R_7 + R_8 + R_7 R_8 C_2 s = 0 \rightarrow s = - \frac{R_7 + R_8}{R_7 R_8 C_2} = - \frac{1}{\frac{R_7 R_8}{R_7 + R_8} C_2} = - \frac{1}{(R_7 // R_8) C_2}$

$$\omega_{z2} = \frac{1}{(R_7 // R_8) C_2} = 1666.6 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow f_{z2} = \frac{\omega_{z2}}{2\pi} = 265.2582 \text{ Hz}$$

La funzione di trasferimento è

$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{(s + \omega_{z1})(s + \omega_{z2})}{(s + \omega_{P1})(s + \omega_{P2})}$$



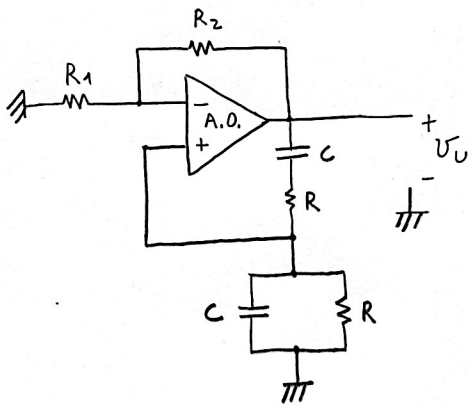
$$|A_1| = |A_v(\infty)| \frac{f_{z1}}{f_{P1}} = 0.75969$$

$$|A_1|_{\text{dB}} = -2.3873 \text{ dB}$$

$$|A_2| = |A_1| \frac{f_{z2}}{f_{P2}} = 1.26614$$

$$|A_2|_{\text{dB}} = 2.0496 \text{ dB}$$

4)



A.O. ideale

$$C = 500 \text{ nF}$$

$$R = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = \frac{R_0}{1 + K \cdot V_{U_{\max}}}$$

$$\text{con: } R_0 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$K = 4 \text{ V}^{-1}$$

$$\beta A(s) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{RCs}{(RCs)^2 + 3RCs + 1}$$

A partire dalla funzione di trasferimento  $\beta A(s)$ , ricaviamo la risposta in frequenza  $\beta A(j\omega)$ :

$$\beta A(j\omega) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{RCj\omega}{(RCj\omega)^2 + 3RCj\omega + 1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{j\omega RC}{(1 - \omega^2 R^2 C^2) + j3\omega RC}$$

All'innescò deve esistere una  $\omega_I$  tale che  $\begin{cases} \angle \beta A(j\omega_I) = 0 \\ |\beta A(j\omega_I)| > 1 \end{cases}$  ;

a regime deve esistere una  $\omega_0$  tale che  $\begin{cases} \angle \beta A(j\omega_0) = 0 \\ |\beta A(j\omega_0)| = 1 \end{cases}$  (condizioni di Barkhausen)

Poiché il numeratore di  $\beta A(j\omega)$  è immaginario puro, per avere  $\angle \beta A(j\omega) = 0$  dobbiamo imporre che anche il denominatore sia immaginario puro e verificare che in quella condizione il  $\beta A$  venga un numero reale positivo.

Perché il denominatore sia immaginario puro dobbiamo annullare la sua parte reale:

$$1 - \omega^2 R^2 C^2 = 0 \rightarrow \omega^2 = \frac{1}{R^2 C^2} \rightarrow \omega = \frac{1}{RC} = 2000 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 318.3099 \text{ Hz}$$

(dato che  $\omega > 0$ )

Poiché nel caso in esame lo schema e i valori di  $R$  e  $C$  rimangono i soliti all'innescò e a regime, questa è sia la  $\omega_I$  (all'innescò) che la  $\omega_0$  (a regime).

All'innescò  $V_{U_{\max}} = 0$ , per cui  $R_2 = R_0 = 10 \text{ k}\Omega$  e per  $\omega = \omega_I$  si ha che

$$\beta A(j\omega_I) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{j\omega_I RC}{j3\omega_I RC} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{3} = \frac{11}{3}, \text{ per cui } |\beta A(j\omega_I)| = \frac{11}{3} > 1, \text{ come deve}$$

essere all'innescò.

A regime dobbiamo avere che  $|\beta A(j\omega_0)| = 1$ ; poiché

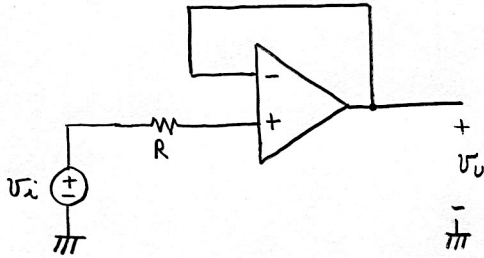
$$\beta A(j\omega_0) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{j\omega_0 RC}{j3\omega_0 RC} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{3} = |\beta A(j\omega_0)|, \text{ dobbiamo imporre che}$$

$$\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{3} = 1 \rightarrow 1 + \frac{R_2}{R_1} = 3 \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 2 \rightarrow \frac{R_0}{1 + K V_{U_{\max}}} \frac{1}{R_1} = 2 \rightarrow 1 + K V_{U_{\max}} = \frac{R_0}{2R_1} \rightarrow$$

$$K V_{U_{\max}} = \frac{R_0}{2R_1} - 1 \rightarrow V_{U_{\max}} = \frac{1}{K} \left(\frac{R_0}{2R_1} - 1\right) = 1 \text{ V}$$



5)



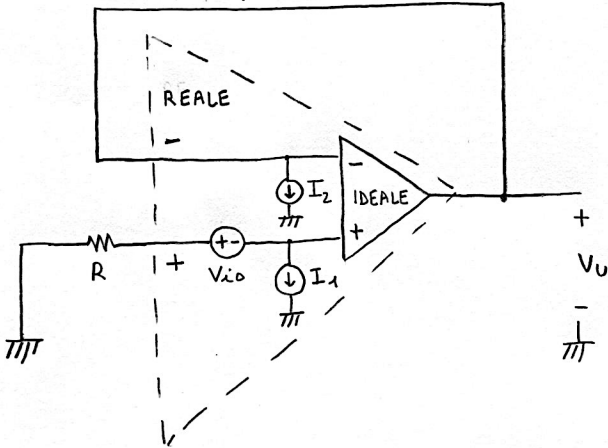
$$R = 2 \text{ k}\Omega$$

$$|V_{io}|_{\max} = 4 \text{ mV}$$

$$I_B = \frac{I_1 + I_2}{2} = 60 \text{ nA}$$

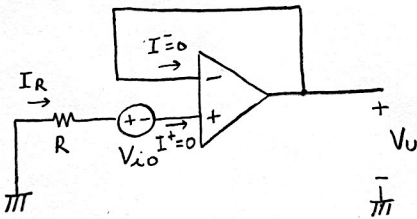
$$|I_{io}|_{\max} = |I_1 - I_2|_{\max} = 20 \text{ nA}$$

Per valutare l'effetto a regime sulla \$V\_u\$ dei soli generatori di offset (che sono generatori in continuo) lavoriamo in continua (qui, non essendo elementi reattivi, questo non ha effetto sul circuito da analizzare), distacciamo \$V\_i\$ e sostituiamo all'amplificatore operazionale reale (quello che compare nello schema assegnato) lo schema equivalente in cui compaiono un amplificatore operazionale ideale e i generatori di offset:



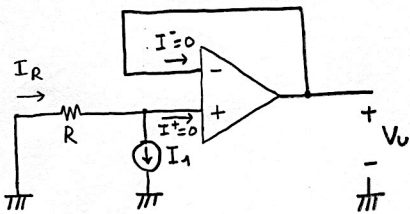
dopo che calcoliamo l'effetto sull'uscita dei generatori di offset usando il principio di sovrapposizione degli effetti e sfruttando il metodo del cortocircuito virtuale per l'amplificatore operazionale ideale:

a) effetto di \$V\_{io}\$:



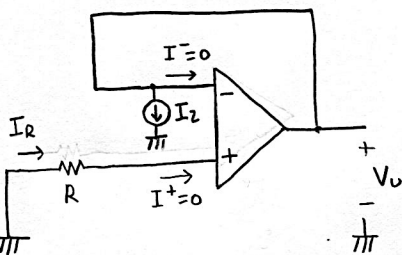
per il c.c.v. \$I^+ = 0 \rightarrow I\_R = 0 \rightarrow\$ non c'è caduta su \$R \rightarrow V^+ = -V\_{io}\$;  
 per il c.c.v. \$V^- = V^+ = -V\_{io}\$;  
 di conseguenza \$V\_u = V^- = -V\_{io}\$

b) effetto di \$I\_1\$:



per il c.c.v. \$I^+ = 0 \rightarrow I\_R = I\_1 \rightarrow V^+ = -RI\_1\$;  
 per il c.c.v. \$V^- = V^+ = -RI\_1\$;  
 di conseguenza \$V\_u = V^- = -RI\_1\$

c) effetto di \$I\_2\$:



per il c.c.v. \$I^+ = 0 \rightarrow I\_R = 0 \rightarrow\$ non c'è caduta su \$R \rightarrow V^+ = 0\$;  
 per il c.c.v. \$V^- = V^+ = 0\$;  
 di conseguenza \$V\_u = V^- = 0\$ (\$I\_2\$ non ha effetto sull'uscita)

Complessivamente abbiamo che

$$V_u = -V_{io} - RI_1 \overset{-120 \mu\text{V}}{\uparrow} - V_{io} - R \left( I_B + \frac{I_{io}}{2} \right) = -V_{io} - RI_B - R \frac{I_{io}}{2} = -V_{io} - 120 \mu\text{V} - 1 \text{ k}\Omega \cdot I_{io}$$

$$\left[ \begin{cases} I_B = \frac{I_1 + I_2}{2} \\ I_{io} = I_1 - I_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_1 + I_2 = 2I_B \\ I_1 - I_2 = I_{io} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2I_1 = 2I_B + I_{io} \\ 2I_2 = 2I_B - I_{io} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_1 = I_B + \frac{I_{io}}{2} \\ I_2 = I_B - \frac{I_{io}}{2} \end{cases} \right]$$

Poiché l'unico addendo il cui valore è noto (cioè  $-RI_B$ ) è negativo, per ottenere la  $V_u$  di modulo massimo dobbiamo scegliere per gli altri due addendi (cioè  $-V_{io}$  e  $-\frac{R}{2}I_{io}$ ) il valore di modulo massimo e negativo, quindi scegliere  $V_{io} = 4 \text{ mV}$  e  $I_{io} = 20 \text{ nA}$ , ottenendo così:

$$|V_u|_{\max} = |-4 \text{ mV} - 120 \mu\text{V} - 1 \text{ k}\Omega \cdot 20 \text{ nA}| = |-4 \text{ mV} - 120 \mu\text{V} - 20 \mu\text{V}| = |-4.14 \text{ mV}| = 4.14 \text{ mV}$$