

ARCHITETTURA DEI SISTEMI ELETTRONICI

LEZIONE N° 7

- Esempi di applicazione dei vari teoremi
- Passaggi da forma SP a PS e viceversa
- insieme *funzionalmente completo*
- Funzione **NAND**
- Funzione **NOR**
- Funzioni **XOR** e **XNOR**
- Enumerazione degli stati

A.S.E.

7.1

Richiami Postulati di HUNTINGTON

Almeno due elementi distinti

1a	Somma logica (+)	1b	Prodotto logico (•)
2a	$x + 0 = x$	2b	$x \cdot 1 = x$
3a	$x + y = y + x$	3b	$x \cdot y = y \cdot x$
4a	$x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$	4b	$x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$
5a	$x + \bar{x} = 1$	5b	$x \cdot \bar{x} = 0$

A.S.E.

7.2

Riassunto TEOREMI

$$2a \quad x+1=1$$

$$3a \quad \bar{0}=1$$

$$4a \quad x+x=x$$

$$5 \quad \overline{(\bar{x})}=x$$

$$6a \quad x+\bar{x}y=x$$

$$7a \quad x+\bar{x}y=x+y$$

$$8a \quad x+(y+z)=(x+y)+z=x+y+z$$

$$8a^* \quad \bar{x}y+\bar{x}z+y\bar{z}=\bar{x}y+\bar{x}z$$

$$9a \quad \overline{(x+y)}=\bar{x} \cdot \bar{y}$$

$$2b \quad x \bullet 0=0$$

$$3b \quad \bar{1}=0$$

$$4b \quad x \cdot x=x$$

$$6b \quad \bar{x}(\bar{x}+y)=\bar{x}$$

$$7b \quad \bar{x}(\bar{x}+y)=\bar{x}y$$

$$8b \quad \bar{x}(\bar{y}\bar{z})=(\bar{x}\bar{y})\bar{z}=\bar{x}\bar{y}\bar{z}$$

$$8b^* \quad (x+y)(\bar{x}+z)(\bar{y}+\bar{z})=(x+y)(\bar{x}+z)$$

$$9b \quad \overline{(x \cdot y)}=\bar{x}+\bar{y}$$

A.S.E.

7.3

Osservazioni

1. I teoremi di destra si possono ottenere da quelli di sinistra scambiando OR con AND e “0” con “1”
2. Principio di dualità
3. Molti dei teoremi visti sono veri anche nell'algebra che conosciamo
4. Particolarmente significativi sono i teoremi di De Morgan e la proprietà distributiva
5. Molti teoremi, in particolare quelli di De Morgan, sono veri anche per “n” variabili

A.S.E.

7.4

Definizione di “OR”

- **Operazione**
 - OR o SOMMA LOGICA
- **definizione** $x + y$
 - l'operazione OR è definita dalla tabella

		y	
		0	1
x	0	0	1
	1	1	1

x	y	$x+y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A.S.E.

7.5

Definizione di “AND”

- **Operazione**
 - AND o PRODOTTO LOGICO
- **Definizione** $x \cdot y$ xy
 - l'operazione AND è definita dalla tabella

		y	
		0	1
x	0	0	0
	1	0	1

x	y	$x \cdot y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A.S.E.

7.6

“NOT”

- **Operazione**

- NOT o Complemento Logico , o Negazione, o Inversione

$$\overline{x}$$

- **Osservazione**

- In base alla definizione iniziale si ha

x	\overline{x}
0	1
1	0

A.S.E.

7.7

Tabella di verità

- **Funzione di tre variabili**

$$u = f(x, y, z)$$

x	y	z	u
0	0	0	$f(0,0,0)$
0	0	1	$f(0,0,1)$
0	1	0	$f(0,1,0)$
0	1	1	$f(0,1,1)$
1	0	0	$f(1,0,0)$
1	0	1	$f(1,0,1)$
1	1	0	$f(1,1,0)$
1	1	1	$f(1,1,1)$

A.S.E.

7.8

Tabella dei Prodotti e delle Somme $n = 3$

n	x	y	z	p			s		
0	0	0	0	$\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}$	p_0	1	$x + y + z$	s_0	0
1	0	0	1	$\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z$	p_1	1	$x + y + \bar{z}$	s_1	0
2	0	1	0	$\bar{x} \cdot y \cdot \bar{z}$	p_2	1	$x + \bar{y} + z$	s_2	0
3	0	1	1	$\bar{x} \cdot y \cdot z$	p_3	1	$x + \bar{y} + \bar{z}$	s_3	0
4	1	0	0	$x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}$	p_4	1	$\bar{x} + y + z$	s_4	0
5	1	0	1	$x \cdot \bar{y} \cdot z$	p_5	1	$\bar{x} + y + \bar{z}$	s_5	0
6	1	1	0	$x \cdot y \cdot \bar{z}$	p_6	1	$\bar{x} + \bar{y} + z$	s_6	0
7	1	1	1	$x \cdot y \cdot z$	p_7	1	$\bar{x} + \bar{y} + \bar{z}$	s_7	0

A.S.E.

7.9

Definizioni 1

- **LETTERALE**
 - Variabile complementata o non complementata presente nella formula
- **FORMA NORMALE DISGIUNTIVA**
 - Somma di prodotti

$$f(x, y, w, z) = \bar{x} + w\bar{y} + \bar{w}yz$$

- **FORMA NORMALE CONGIUNTIVA**
 - Prodotto di somme

$$f(x, y, w, z) = z(x + \bar{y})(w + \bar{x} + y)$$

A.S.E.

7.10

Definizione 2

- **MINTERMINE** " p_i " è una funzione (prodotto) che vale "1" in corrispondenza alla sola configurazione " i " di valori delle variabili
- **MAXTERMINE** " s_i " è una funzione (somma) che vale "0" in corrispondenza alla sola configurazione " i " di valori delle variabili

A.S.E.

7.11

Forma Canonica "Somma di Prodotti" "SP"

x	y	z	u	
0	0	0	1	p_0
0	0	1	1	p_1
0	1	0	0	
0	1	1	1	p_3
1	0	0	0	
1	0	1	1	p_5
1	1	0	0	
1	1	1	1	p_7

$$u = p_0 + p_1 + p_3 + p_5 + p_7 = \overline{x}\overline{y}\overline{z} + \overline{x}\overline{y}z + \overline{x}yz + x\overline{y}z + xyz$$

A.S.E.

7.12

Forma Canonica “Prodotto di Somme” “PS”

<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	<i>u</i>	
0	0	0	1	
0	0	1	1	
0	1	0	0	<i>s</i> ₂
0	1	1	1	
1	0	0	0	<i>s</i> ₄
1	0	1	1	
1	1	0	0	<i>s</i> ₆
1	1	1	1	

$$u = s_2 \cdot s_4 \cdot s_6 = (x + \bar{y} + z) \cdot (\bar{x} + y + z) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + z)$$

A.S.E.

7.13

Osservazioni

- La legittimità di rappresentare le funzioni nella forma canonica “SP” o “PS” deriva direttamente dalle proprietà delle operazioni OR, AND, NOT
- Una stessa funzione logica può essere scritta in molte forme
- Le manipolazioni delle espressioni booleane si basano sui teoremi

A.S.E.

7.14

Esempio 1

- Semplificare la seguente espressione:

$$(x + z) \cdot (x + \bar{z}) \cdot (\bar{y} + z)$$

- In base ai teoremi visti si ha:

$$\begin{aligned} (x + z) \cdot (x + \bar{z}) \cdot (\bar{y} + z) &= (x + z \cdot \bar{z}) \cdot (\bar{y} + z) & \text{P 4a} \\ &= (x + 0) \cdot (\bar{y} + z) & \text{P 5b} \\ &= x \cdot (\bar{y} + z) & \text{P 2a} \end{aligned}$$

Almeno due elementi distinti		2a	$x + 1 = 1$	2b	$x \cdot 0 = 0$
1a	Somma logica (+)	1b	Prodotto logico (•)	3a	$\bar{0} = 1$
2a	$x + 0 = x$	2b	$x \cdot 1 = x$	4a	$x + x = x$
3a	$x + y = y + x$	3b	$x \cdot y = y \cdot x$	5	$\overline{(\bar{x})} = x$
4a	$x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$	4b	$x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$	6a	$x + x\bar{y} = x$
5a	$x + \bar{x} = 1$	5b	$x \cdot \bar{x} = 0$	7a	$x + x\bar{y} = x + y$
				8a	$x + (y + z) = (x + y) + z = x + y + z$
				8a*	$xy + xz + yz = xy + xz$
				9a	$\frac{xy + xz + yz}{(x + y)} = x \cdot y$
				6b	$x(x + y) = x$
				7b	$x(x + y) = xy$
				8b	$x(yz) = (xy)z = xyz$
				8b*	$(x + y)(\bar{x} + z)(y + z) = (x + y)(\bar{x} + z)$
				9b	$(x \cdot y) = x + y$

A.S.E.

7.15

Esempio 1'

- Per altra via; posto: $T = (x + \bar{z})$

$$\begin{aligned} \text{si ha: } (x + z) \cdot (x + \bar{z}) \cdot (\bar{y} + z) &= (x + z) \cdot T \cdot (\bar{y} + z) \\ &= (T \cdot x + T \cdot z) \cdot (\bar{y} + z) & \text{P 4b} \\ &= (xx + xz + \bar{z}x + \bar{z}z) \cdot (\bar{y} + z) & \text{P 3b} \\ &= (x + \cancel{xz} + \bar{z}x + \bar{z}z) \cdot (\bar{y} + z) \\ &= (x + 0) \cdot (\bar{y} + z) \\ &= x \cdot (\bar{y} + z) \end{aligned}$$

Almeno due elementi distinti		2a	$x + 1 = 1$	2b	$x \cdot 0 = 0$
1a	Somma logica (+)	1b	Prodotto logico (•)	3a	$\bar{0} = 1$
2a	$x + 0 = x$	2b	$x \cdot 1 = x$	4a	$x + x = x$
3a	$x + y = y + x$	3b	$x \cdot y = y \cdot x$	5	$\overline{(\bar{x})} = x$
4a	$x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$	4b	$x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$	6a	$x + x\bar{y} = x$
5a	$x + \bar{x} = 1$	5b	$x \cdot \bar{x} = 0$	7a	$x + x\bar{y} = x + y$
				8a	$x + (y + z) = (x + y) + z = x + y + z$
				8a*	$xy + xz + yz = xy + xz$
				9a	$\frac{xy + xz + yz}{(x + y)} = x \cdot y$
				6b	$x(x + y) = x$
				7b	$x(x + y) = xy$
				8b	$x(yz) = (xy)z = xyz$
				8b*	$(x + y)(\bar{x} + z)(y + z) = (x + y)(\bar{x} + z)$
				9b	$(x \cdot y) = x + y$

A.S.E.

7.16

Esempio 2

- **Semplificare la seguente espressione:**

$$\overline{\overline{x}y} + \overline{x\overline{y}} + xy + yz$$

- **In base ai teoremi visti si ha:**

$$\begin{aligned}\overline{\overline{x}y} + \overline{x\overline{y}} + xy + yz &= \overline{\overline{x}y} + \overline{x\overline{y}} + \boxed{\overline{x\overline{y}}} + xy + yz \\ &= \overline{y}(\overline{x} + x) + x(\overline{y} + y) + yz \\ &= \overline{y} + x + yz\end{aligned}$$

A.S.E.

7.17

Esempio 3

- **Verificare la seguente identità:**

$$\overline{xy}(x + y) = \overline{x}y + \overline{x}y$$

- **In base al teorema di De Morgan si ha:**

$$\begin{aligned}\overline{xy} &= \overline{x} + \overline{y} \\ \overline{xy}(x + y) &= (\overline{x} + \overline{y})(x + y) = \overline{xx} + \overline{xy} + \overline{yx} + \overline{yy} \\ &= 0 + \overline{x}y + \overline{y}x + 0 = \overline{x}y + \overline{y}x\end{aligned}$$

A.S.E.

7.18

Esempio 4

- **Trasforma in somma di prodotti la seguente espressione:**

$$(\bar{x} + \bar{y} + z) \cdot (x + y + \bar{z}) \cdot (x + y + z)$$

- **risulta:**

$$\begin{aligned} & (\bar{x} + \bar{y} + z) \cdot ((x + y) + \bar{z}) \cdot ((x + y) + z) = \\ & (\bar{x} + \bar{y} + z) \cdot [(x + y) \cdot (x + y) + (x + y) \cdot (z + \bar{z}) + z \cdot \bar{z}] = \\ & (\bar{x} + \bar{y} + z) \cdot (x + y) = \\ & x \cdot \bar{y} + \bar{x} \cdot y + x \cdot z + y \cdot z \end{aligned}$$

A.S.E.

7.19

Osservazioni

- **Se l'espressione in esame è funzione di tre variabili**
- **L'espressione di partenza è nella forma canonica PS**
- **L'espressione di arrivo non è nella forma canonica SP, perché i termini di prodotto non sono costituiti da tre letterali**

A.S.E.

7.20

Trasformazione SP – PS e PS - SP

- Dalla tabella dei prodotti e delle somme

n	x	y	z	p			s		
0	0	0	0	$\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}$	p_0	1	$x + y + z$	s_0	0
1	0	0	1	$\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z$	p_1	1	$x + y + \bar{z}$	s_1	0
2	0	1	0	$\bar{x} \cdot y \cdot \bar{z}$	p_2	1	$x + \bar{y} + z$	s_2	0
3	0	1	1	$\bar{x} \cdot y \cdot z$	p_3	1	$x + \bar{y} + \bar{z}$	s_3	0
4	1	0	0	$x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}$	p_4	1	$\bar{x} + y + z$	s_4	0
5	1	0	1	$x \cdot \bar{y} \cdot z$	p_5	1	$\bar{x} + y + \bar{z}$	s_5	0
6	1	1	0	$x \cdot y \cdot \bar{z}$	p_6	1	$\bar{x} + \bar{y} + z$	s_6	0
7	1	1	1	$x \cdot y \cdot z$	p_7	1	$\bar{x} + \bar{y} + \bar{z}$	s_7	0

A.S.E.

7.21

Osservazione

- Data un'espressione nella forma SP

$$P_a + P_b + \dots + P_k$$

- Si può scrivere come SP complementata dei $2^n - k$ prodotti non impiegati nell'espressione precedente

$$\overline{P_1 + P_2 + \dots + P_{2^n - k}} \quad P_2 + P_4 + P_5 = \overline{P_0 + P_1 + P_3 + P_6 + P_7}$$

- Applicando il teorema di De Morgan

$$\overline{P_1 + P_2 + \dots + P_{2^n - k}} = \bar{P}_1 \cdot \bar{P}_2 \cdot \dots \cdot \bar{P}_{2^n - k}$$

- Applicando De Morgan si ottiene la forma PS

A.S.E.

7.22

Esempio

- **Data l'espressione**

$$(\bar{x} + \bar{y} + z) \cdot (x + y + \bar{z}) \cdot (x + y + z)$$

- **Si ha**

$$\begin{aligned} & (\bar{x} + \bar{y} + z) \cdot (x + y + \bar{z}) \cdot (x + y + z) = \\ & (\bar{x} + \bar{y} + z) \cdot (x + y + \bar{z}) \cdot (x + y + z) = \\ & (\bar{x} + \bar{y} + z) \cdot (x + y + \bar{z}) \cdot (x + y + z) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + z) \cdot (x + y + \bar{z}) \cdot (x + y + z) = \\ & (\bar{x} + \bar{y} + z) \cdot (x + y + \bar{z}) \cdot (x + y + z) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + z) \cdot (x + y + \bar{z}) \cdot (x + y + z) = \\ & (\bar{x} + \bar{y} + z) \cdot (x + y + \bar{z}) \cdot (x + y + z) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + z) \cdot (x + y + \bar{z}) \cdot (x + y + z) = \\ & \bar{x} \cdot y \cdot z + \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + x \cdot y \cdot z + x \cdot y \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y} \cdot z + x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} = \\ & \bar{x} \cdot y \cdot z + \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + x \cdot y \cdot z + x \cdot y \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y} \cdot z + x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} = \\ & \bar{x} \cdot y + \bar{x} \cdot \bar{y} + x \cdot z \end{aligned}$$

A.S.E.

7.23

Osservazioni

- **Si ha quindi la seguente regola**
- **Passaggio da SP a PS**
 - Applicare il Th di De Morgan al complemento di ciascun mintermine **assente** nella forma SP
 - Formare il prodotto dei maxtermini ottenuti
- **Passaggio da PS a SP**
 - Applicare il Th di De Morgan al complemento di ciascun maxtermine **assente** nella forma PS
 - Formare la somma dei mintermini ottenuti

A.S.E.

7.24

Premessa 1

- Osservazioni

- le funzioni AND, OR e NOT costituiscono un insieme *funzionalmente completo* di operatori logici
- In base al teorema di De Morgan si ha:

$$x + y = \overline{(\overline{x} \cdot \overline{y})}$$

- ovvero la funzione OR si può realizzare con le funzioni AND e NOT quindi:
- le funzioni **AND e NOT** costituiscono un insieme *funzionalmente completo* di operatori logici

A.S.E.

7.25

Premessa 2

- Osservazioni

- Sempre in base al teorema di De Morgan si ha:

$$x \cdot y = \overline{(\overline{x} + \overline{y})}$$

- ovvero la funzione AND si può realizzare con le funzioni OR e NOT quindi
- le funzioni **OR e NOT** costituiscono un insieme *funzionalmente completo* di operatori logici
- le funzioni OR e AND **non** costituiscono un insieme *funzionalmente completo* di operatori logici perché non è possibile realizzare la funzione NOT

A.S.E.

7.26

Definizione

- Le funzioni **NAND** e **NOR** sono definite dalle seguenti tabelle di verità

x	y	u
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

x	y	u
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

$$\text{NAND} \quad u = \overline{(x \cdot y)}$$

$$\text{NOR} \quad u = \overline{(x + y)}$$

A.S.E.

7.27

Osservazioni

- NAND** e **NOR** sono contrazioni di **NOT-AND** e **NOT-OR**
- la funzione **NAND** costituisce un insieme *funzionalmente completo* di operatori logici

$$\overline{(x \cdot x)} = \bar{x} \quad \overline{\overline{(x \cdot y)}} = x \cdot y$$

- la funzione **NOR** costituisce un insieme *funzionalmente completo* di operatori logici

$$\overline{(x + x)} = \bar{x} \quad \overline{\overline{(x + y)}} = x + y$$

A.S.E.

7.28

Funzioni “complesse” 1

- L'operatore “XOR”, OR ESCLUSIVO è:

$$x \oplus y$$

- Definizione

x	y	u
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$x \oplus y = x \cdot \bar{y} + \bar{x} \cdot y = (x + y) \cdot (\bar{x} + \bar{y}) = (x + y) \cdot \overline{(x \cdot y)}$$

A.S.E.

7.29

Funzioni “complesse” 2

- L'operatore “XNOR”, NOR ESCLUSIVO è:

$$\overline{x \oplus y}$$

- Definizione

x	y	u
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$\overline{x \oplus y} = x \cdot y + \bar{x} \cdot \bar{y} = (x + \bar{y}) \cdot (\bar{x} + y)$$

A.S.E.

7.30

Proprietà dello XOR / XNOR

(a)	(b)
(i) $X \oplus Y = \overline{X}Y + X\overline{Y} = (X+Y)(\overline{X}+\overline{Y})$	$\overline{(X \oplus Y)} = \overline{X}Y + XY = (\overline{X}+Y)(X+\overline{Y})$
(ii) $X \oplus 0 = X$	$X \oplus 1 = \overline{X}$
(iii) $X \oplus X = 0$	$X \oplus \overline{X} = 1$
(iv) $\overline{X} \oplus \overline{Y} = X \oplus Y$	$\overline{X} \oplus Y = X \oplus \overline{Y} = \overline{(X \oplus Y)}$
(v) $X \oplus Y = Y \oplus X$	
(vi) $X \oplus (Y \oplus Z) = (X \oplus Y) \oplus Z = X \oplus Y \oplus Z$	
(vii) $X(Y \oplus Z) = XY \oplus XZ$	
(viii) $X + Y = X \oplus Y \oplus XY$	
(ix) $X \oplus Y = X + Y$ se e solo se $XY = 0$	
(x) se $X \oplus Y = Z$, allora $X \oplus Z = X$ o $X \oplus Z = Y$	

A.S.E.

7.31

Generatore di disparità 1

x	y	z	w	D	D
0	0	0	0	0	
0	0	0	1	1	\overline{xyzw}
0	0	1	0	1	$\overline{xy}\overline{zw}$
0	0	1	1	0	
0	1	0	0	1	$\overline{xyz}\overline{w}$
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	0	
0	1	1	1	1	\overline{xyzw}
1	0	0	0	1	$\overline{xy}\overline{zw}$
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	
1	0	1	1	1	$\overline{xyz}w$
1	1	0	0	0	
1	1	0	1	1	$\overline{xyz}w$
1	1	1	0	1	$\overline{xyz}w$
1	1	1	1	0	

$$D = \overline{xyzw} + \overline{xy}\overline{zw} + \overline{xyz}w + \overline{xy}zw + \overline{xyz}\overline{w} + \overline{xyz}w + \overline{xy}\overline{zw} + \overline{xyz}w$$

A.S.E.

7.32

Generatore di disparità 2

$$\begin{aligned}
 D &= xyz\bar{w} + xy\bar{z}w + x\bar{y}zw + \bar{x}yzw + x\bar{y}z\bar{w} + xy\bar{z}\bar{w} + x\bar{y}z\bar{w} + x\bar{y}zw \\
 &= xy(z\bar{w} + \bar{z}w) + zw(x\bar{y} + \bar{x}y) + \bar{z}\bar{w}(x\bar{y} + \bar{x}y) + \bar{x}\bar{y}(z\bar{w} + \bar{z}w) \\
 &= (x\bar{y} + \bar{x}y)(z\bar{w} + \bar{z}w) + (xy + \bar{x}\bar{y})(z\bar{w} + \bar{z}w) \\
 &= (x \oplus y)(z \oplus w) + (x \oplus y)(z \oplus w) \\
 &= (x \oplus y) \oplus (z \oplus w) = x \oplus y \oplus z \oplus w
 \end{aligned}$$

A.S.E.

7.33

Enumerazione di funzioni 1

- **Quesito:**
 - Quante funzioni di due variabili si posso realizzare?
- **Risposta:**
 - quante sono le possibili configurazioni diverse di quattro elementi binari (cioè 16). In generale: $2^{(2^n)}$

x	y	f ₀	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄	f ₅	f ₆	f ₇	f ₈	f ₉	f _A	f _B	f _C	f _D	f _E	f _F
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

A.S.E.

7.34

Enumerazione di funzioni 2

- Ruotando di 90° la tabella

0 1 0 1	x
0 0 1 1	y
0 0 0 0	0
0 0 0 1	$x \cdot y$
0 0 1 0	$\overline{x} \cdot y$
0 0 1 1	y
0 1 0 0	$x \cdot \overline{y}$
0 1 0 1	x
0 1 1 0	$x \oplus y$
0 1 1 1	$x + y$
1 0 0 0	$\overline{x + y}$
1 0 0 1	$\overline{x \oplus y}$
1 0 1 0	\overline{x}
1 0 1 1	$x + \overline{y}$
1 1 0 0	\overline{y}
1 1 0 1	$x + \overline{y}$
1 1 1 0	$x \cdot \overline{y}$
1 1 1 1	1

A.S.E.

7.35

Conclusioni

- Esempi di applicazione dei vari teoremi
- Passaggi da forma SP a PS e viceversa
- insieme **funzionalmente completo**
- Funzione **NAND**
- Funzione **NOR**
- Funzioni **XOR** e **XNOR**
- Enumerazione degli stati

A.S.E.

7.36

Quesiti 1

- **Costruire la tabella di verità per le seguenti funzioni.**

$$(a) \quad f(x_1, x_2, x_3) = (\overline{x_1} \cdot x_2 + x_3) + \overline{x_1} \cdot x_3$$

$$(b) \quad f(x, y, z) = (x + \overline{y}) \cdot (\overline{x} \cdot z + y)$$

$$(c) \quad f(x_1, x_2, x_3, x_4) = [x_1 \cdot (x_2 \cdot x_3 + x_4) + \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3]$$

A.S.E.

7.37

Quesiti 2

- **Scrivere le forme canoniche PS e SP per le due tabelle di verità seguenti:**

x	y	z	f
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

x	y	z	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

A.S.E.

7.38

Quesiti 3

- **Verificare le seguenti identità**

$$(a) \quad (x_1 + x_2) \cdot (\bar{x}_1 + x_3) = x_1 \cdot x_3 + \bar{x}_1 \cdot x_2$$

$$(b) \quad \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3 \cdot x_4 + \bar{x}_1 \cdot x_3 \cdot x_4 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 = \bar{x}_1 \cdot x_4 + x_2 \cdot x_4$$

$$(c) \quad x_1 \cdot \bar{x}_2 + x_2 \cdot \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \cdot x_3 = \bar{x}_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot \bar{x}_3$$

A.S.E.

7.39